NOTESBALA

Crack Exams Without Coaching

HIMACHAL PRADESH BOARD OF SCHOOL EDUCATION

TET-JBT

MATH

MATH

1. Number System
2. Square-Square Root and Cube-Cube Root
3. Indices and Surds
4. Fraction
5. Simplification
6. LCM and HCF
7. Ratio and Proportion
8. Partnership
9. Mixture
10. Average
11. Percentage
12. Profit and Loss
13. Discount
14. Simple Interest
15. Compound Interest
16. Work and Time
17. Speed, Time and Distance
18. Train
19. Algebra
20. Permutation and Combination
21. Probability
22. Perimeter and Area
23. Surface Area and Volume
24. Trigonometry
25. Statistics
26. Data Interpretation

WWW.NOTESBALA.COM

Number System

1. प्राकृत या प्राकृतिक संख्याएँ (Natural Numbers)

‘1’ से आरम्भ होने वाली अर्थात् गिनती की संख्याएँ (Counting (Numbers) प्राकृत या प्राकृतिक संख्याएँ कहलाती हैं। ये संख्याएँ धनात्मक होती हैं। इनके समुच्चय को 'N' से प्रदर्शित करते हैं । जैसे- N = {1,2,3,4,5, ...}

महत्वपूर्ण बिन्दु

(i) सबसे छोटी प्राकृत संख्या = 1

(ii) सबसे बड़ी एक अंक की प्राकृत संख्या = 9

(iii) सबसे बड़ी प्राकृत संख्या = अनन्त

2. पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)

प्राकृत संख्याओं में ‘0’ (शून्य) को सम्मिलित करने पर जो संख्याएँ प्राप्त होती हैं, उन्हें पूर्ण संख्याएँ कहते हैं। इनके समुच्च्य को 'W' से प्रदर्शित करते हैं। जैसे-

W = {0, 1, 2, 3, 4, ...}

महत्वपूर्ण बिन्दु

पहली तथा सबसे छोटी पूर्ण संख्या = 0

3. पूर्णांक संख्याएँ (Integer Numbers)

पूर्ण संख्याओं में ऋणात्मक संख्याओं को भी सम्मिलित करने पर जो संख्याएँ प्राप्त होती हैं, उन्हें पूर्णांक संख्याएँ कहते हैं। इनके समुच्चय को ‘I’ से प्रदर्शित करते हैं। जैसे- I = {..., — 3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,....}

पूर्णांक दो प्रकार के होते हैं-

(I) धन पूर्णांक (Positive Integers)

प्राकृत संख्याओं को धन पूर्णांक कहते हैं। इनके समुच्चय को 'I' से प्रदर्शित करते हैं। जैसे- I+ = {1, 2, 3, 4,....}

(II) ऋण पूर्णांक (Negative Integers)

प्राकृत संख्याओं की ऋणात्मक संख्याओं को ऋण पूर्णांक कहते हैं। इनके समुच्चय को 'I' से प्रदर्शित करते हैं। जैसे-

I= {-1,-2,-3,-4,.....}

अंकगणित

पूर्णांक संख्या, धन पूर्णांक तथा ऋण पूर्णांक को निम्न चित्र द्वारा समझ सकते हैं-

----------पूर्णांक संख्याएँ---------

{......,-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,..........}

-------------   ------------

ऋण पूर्णांक   धन पूर्णांक

4. सम संख्याएँ (Even Numbers)

ऐसी संख्याएँ जो '2' से पूर्णतः विभक्त हो, उन्हें सम संख्याएँ कहते है।

जैसे- 2,4,6,8,10,...........

5. विषम संख्याएँ (Odd Numbers)

ऐसी संख्याएँ जो '2' से पूर्णतः विभक्त न हो, उन्हें विषम संख्याएँ कहतेहै।

जैसे- 1,3,5,7,9,11......

6. भाज्य संख्याएँ (Composite Numbers)

ऐसी संख्याएँ, जिनके दो से अधिक गुणनखण्ड हों. भाज्य संख्याएँ कहलाती है।

जैसे-4,6,8,9,10,15.........

7. अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers)

ऐसी संख्याएँ जो । और स्वयं को छोड़कर अन्य किसी भी संख्या से पूर्णतया विभाजित न हो अर्थात् जिनके केवल दो गुणनखण्ड हों, अभाज्य संख्याएँ कहलाती है।

जैसे- 2,3,5,7, 11, 13, 17........

महत्वपूर्ण बिन्दु

(I) 1 न तो भाज्य संख्या है और न ही अभाज्य |

(ii) केवल 2 ऐसी अकेली सम संख्या है, जो अभाज्य है तथा यह सबसे छोटी अभाज्य संख्या भी है।

8. परिमेय संख्याएँ (Rational Numbers)

जो संख्याएँ p/q के रूप में हो, जहाँ p तथा q दोनों पूर्णांक है तथा $q \neq 0$ है. परिमेय संख्याएँ कहलाती है। जैसे-:14/5, 17/19,22/7,-6,0,4,5,8......

9. अपरिमेय संख्याएँ (Irrational Numbers)

जो संख्याएँ p/q के रूप में न हो, जहाँ p तथा q दोनों पूर्णांक है तथा $q \neq 0$ है, अपरिमेय संख्याएँ कहलाती है। जैसे- $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}/2$, π,....

महत्वपूर्ण बिन्दु

(i) लगातार n तक की प्राकृत संख्याओं का योग = *n(n+1)/2,* उदाहरण-1+2+3+4+.......+25=?

हल= 25 (25+1)/2= 25x26/2=25×13 = 325

(ii) लगातार n तक की सम संख्याओं का योग= *n/2(n/2+1),* उदाहरण=2+4+6+8+……+60=?

हल= 60/2 (60/2+1)=30(30+1)=30*31=930

(iii) लगातार तक n की विषम संख्याओं का योग : *(n/2+1)2* , उदाहरण 1+3+5+7+...+43+=?

हल=(43+1/2)2 = (44/2)2 = (22)2 = 484

(iv) प्रथम n सम संख्याओं का योग =n(n+1), उदाहरण- प्रथम 5 सम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

हल = 5(5+1) = 5*6 = 30

(v) प्रथम n विषम संख्याओं का योग = (n)2, उदाहरण- प्रथम 6 विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

हल= (6)2 = 36

(vi) x के n तक के पहाड़ों (Tables) का योग X*n(n+1)/2, उदाहरण=3 के 10 तक के गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।

हल= 3x10 (10+1)/2 = 3x10x11/2=33*5=165

(B) योग की गई संख्याओं में से कोई संख्या ज्ञात करना-

(I) यदि n क्रमागत संख्याओं का योग ज्ञात करना है तो मध्यवाली संख्या =योग/n लेकिन n का मान सदैव विषम होना चाहिए। जैसे- 3,5,7 आदि।

उदाहरण 1. तीन क्रमागत सम संख्याओं का योग 30 है। मध्यवाली सम संख्या ज्ञात कीजिए।

हल- मध्यवाली सम संख्या =30/3=10

उदाहरण 2. पाँच क्रमागत विषम संख्याओं का योग 125 है। सबसे छोटी विषम संख्या ज्ञात कीजिए।

हल=मध्यवाली विषम संख्या:=125/5=25

अतः सबसे छोटी विषम संख्या = 25-2-2=21

(II) (I) यदि n कोई सम संख्या है तो उसके बाद वाली सम संख्याएँ क्रमश :n+2, n+4, n+6……… होगी ।

(ii) यदि कोई विषम संख्या है तो उसके बाद वाली विषम संख्याएँ क्रमश :n+ 2, n+ 4, n +6……होगी ।

उदाहरण :छः क्रमागत विषम संख्याओं का योग 48 है। सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

हल = n+(n+2+(n+4)+(n+6)+(n+8)+(n+10) = 48

6n + 30 = 48

⇒ 6n = 48-30

⇒ 6n = 18

⇒ n=3

अतः सबसे बड़ी संख्या) = n+10)=3+10=13

7. संख्याओं के वर्गों एवं घनों के योग पर आधारित संक्रियाएँ

(A) 1 से n तक के धन पूर्णांकों के वर्गों तथा घनों का योग

(1) 1 से n तक के धन पूर्णांकों के वर्गों का योग

अर्थात् (1)2 + (2)2 + (3)2 + (4)2 +......+*n2* n(n+1)(2n+1)/6

उदाहरण :20 से 30 तक की संख्याओं के वर्गों का योग ज्ञात कीजिए।

हल = (20)2 + (21)2+(22)2 +......+302=?

20 से 30 तक की संख्याओं के वर्गों का योग ज्ञात करने के लिए 1 से 30 तक की संख्या के वर्गों के योगफल में से 1 से 19 तक की संख्या के वर्गों का योगफल घटा देते हैं।

अतः योग= 30(30+1)(2×30+1)/6-19 (19+1)(2*19+1)/6

=30*31*61/6 19*20*39/6

=56730/6 14820/6

=9455-2470

=6985

(I) 1 से n तक के धन पूर्णांकों के घनों का योग

अर्थात् (1)3 + (2)3 + (3)3 +(4)3+............+(n)3 (n(n+1)/2)2

उदाहरण :9 से 30 तक की संख्याओं के घनों का योग ज्ञात कीजिए।

हल- (9)3+(10)3+(11)3+......+(30)3=?

9 से 30 तक की संख्याओं के घनों का योग ज्ञात करने के लिए 1 से 30 तक की संख्या के घनों के योगफल में से 1 से 8 तक की संख्या के घनों का योगफल घटा देते हैं।

अतः योग= (30(30+1)/2)2-(8(8+1]/2)2

=(15×31)2-(4×9)2

=(465)2-(36)2

=216225-1296

=214929

(II) 1 से n तक की सम एवं विषम संख्याओं के वर्गों का योग

(I) 1 से n तक की सम संख्याओं के वर्गों का योग

=n(n+1)(n+2)/6

उदाहरण:=(36)2+(38)2 +(40)2+......+(60)2=?

हल-:: (2)2+(4)2+(6)2 +......(60)2= 60*61*62/6= 37820

तथा (2)2+(4)2+(6)2+...+(34)2= 34(34+1)(34+2)/6

=34*35*36/6=7140

::(36)2+(38)2 +(40)2+......+(60)2-37820-7140=30680

(III) 1 से n तक की विषम संख्याओं के वर्गों का योग

=n(n+1)(n+2)/6

उदाहरण: (15)2+(17)2+(19)2+.....(31)2 =?

हल=.. *(1)2+(3)2 +(5)2 +...+(31)2=*-31(31+1)(31+2)/6

=31*32*33/6=5456

तथा (1)2+(3)2+(5)2+(13)2=13(13+1)(13+2)/6

=13*14*15 /6=455

=(15)2+(17)2+ (19)2+.....+31)2=5456-455-5001

8. घातांकीय भाग पर आधारित संक्रियाएँ

(A) n सम हो या विषम ((x)n-1) सदैव (x - 1) से भाज्य होगी-

उदाहरण1. (58)88/57 में शेष ज्ञात कीजिए।

हल= (58)88/57=(58)88-1+1/58-1 अतः शेष = 1

उदाहरण 2. ((14)17+4)/13 में शेष ज्ञात कीजिए ।

हल= (14)17+4/13= (14)17-1+5/14-1 अतः शेष = 5.

उदाहरण 3. ((35)40–9) ÷ 34 में शेष ज्ञात कीजिए।

हल= (35)40-9/34=(35)40-1-8/35-1 अतः शेष = 34-8 = 26

(B) **यदि " विषम हो तो) x + 1) सदैव) x + 1) से भाज्य होगी** -

उदाहरण 1. ((95)85 +35) ÷ 96 में शेष ज्ञात कीजिए ।

हल- (95)85 +35/96 (95)85 +1+34/95+1 अतः शेष = 34

उदाहरण 2. ((33)35+7) ÷ 34 में शेष ज्ञात कीजिए ।

हल- (33)35+7/34 (33)35+1+6/33+1 अतः शेष = 6

उदाहरण 3. ((75)87-25) ÷ 76 में शेष ज्ञात कीजिए ।

हल- (75)87-25/76 (75)87 +1-26/75+1 अतः शेष = 76-26 = 50

MCQ

1. 8,9,17,26, 90, ?

(a) 121 (b) 109 (c) 115 (d) 125 (e) 111

2. 96, 48, 72, 180,.. ?, 2835

(a) 570 (b) 630 (c) 575 (d) 612 (e) 484

3. 7, 12, 27, 62, 127,....?

(a) 256 (b) 232 (c) 248 (d) 224 (e) 218

4. 169, 177, 150, 214, 89, ?

(a) 305 (b) 295 (c) 280 (d) 275 (e) 300

5. 150,29,372,347,374,?

(a) 378 (b) 290 (c) 370 (d) 280 (e) 372

6. 10, 12, 17, 28, 57,?

(a) 142 (b) 140 (c) 130 (d) 158 (e) 136

7. इस श्रृंखला में अगली संख्या ज्ञात कीजिए -

2, 7, 23, 72, 220,.. ?

(a) 545 (b) 560 (c) 660 (d) 665

8. इस श्रृंखला में अगली संख्या ज्ञात कीजिए

227, 230, 239, 268, 347,.. ?

(a) 598 (c) 490 (b) 428 (d) 590

9. यदि 52272 = (P)2 x (q)3 x (r)4, जहाँ p, q और r अभाज्य संख्याएँ हैं, तो (2p +q - r) का मान है-

(a) 22 (c) 29 (b) 23 (d) 21

10. यदि 7 अंकों की संख्या 134x 58y, 72 से विभाज्य है, तो) 2x + y) का मान है-

(a) 7 (c) 9 (b) 8 (d) 6

11. निम्न में से कौन-सा विकल्प भाज्य संख्या) काम्पोजिट नम्बर (नहीं है?

(a) 133 (c) 533 (b) 433 (d) 833

12. प्रथम 50 विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग है-

(a) 250 (b) 2500 (c) 25000 (d) 1250

13. समीकरण का शेष ज्ञात कीजिए।

(a) D (b) 3 (d) 6

14. यदि 433 × 456 × 43 N का इकाई अक (N+2), तो N का मान है-

(a) 1 (b) 8 (c) 3 (d) 6

15. यदि N = 9° है, तो N कितने धनात्मक घनों से विभाज्य है?

(a) 6 (c) 4 (b) 7 (d) 5

SOLUTION

1.C 8|___|9|___|17|___|26|___|90|___|115

+1 +8 +9 +64 +25

$(1)^2$, $(2)^3$, $(3)^2$, $(4)^3$, $(5)^2$

2.(B)96|___|48|___|72|___|180|___|630|___|2835

÷2×1 ÷2×3 ÷2×3 ÷2×5÷ 2×7 ÷2×9

3.(B) 7|___|12|___|27|___|62|___|127|___|232

+5 +15 +35 +65 +105 232

|___||___||___||___||___|

+10, +20, +30, +40

4(a): 169|___|177|___| 150|___| 214|___|89|___|305

+8 -27 +64 -125 +216

(2)3 (-3)3 (4)3 (-5)3 (6)3

5(c): 150___| 29___| 372___| 347___|374___| 370

-121 +343 -25 +27 -4

(11)2 (7)3 (5)2 (3)3 (2)2

6(d): 10**|___|** 12**|___|** 17**|___|** 28**|___|**57**|___|** 158

+2, +5, +11, +29 +101

+3, +6, +18, +72 +3,

*2 *3 *4

7(D) 2|___|7|___|23|___|72|___|220|___|665

*3+1 *3+2 *3+3 *3+4 *3+5

WWW.NOTESBALA.COM

8.(d) 227|___|230|___|239|___|266|___|234

+3 +9 +27 +81 +243

|___||___||___||___|

*3 *3 *3 *3

9. (b) $52272 = 11^2 \times 3^3 \times 2^4$
तुलना से → p = 11, q = 3, r = 2
2p + q – r= 2 × 11 + 3 – 2
= 22 + 3 – 2 = 23

10. (b) 134x58y ÷ 72 = शून्य शेषफल
1342584 ÷ 72 = 18647 + शून्य शेषफल
x = 2, y = 4
⇒ 2x + y = 2×2 + 4 = 4 + 4 = 8

11. (b) दिए गए विकल्पों में से 433 भाज्य संख्या (काम्पोजिट नम्बर) नहीं है

12. (b) चूँकि प्रथम ॥ विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग = n^2 अतः प्रथम 50 विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग = (50)2 = 2500

13. (d) 672 को 9 से भाग देने पर शेषफल = 6 653 को 9 से भाग देने पर शेषफल = 5 557 को 9 से भाग देने पर शेषफल = 8 अब इन शेषफलों के गुणनफल, 8 * 5 * 6 = 240 को 9 से भाग देने पर शेषफल = 6

14. (d) 433 x 456 × 43 N में इकाई का अंक = (N + 2) :. 3×6N में इकाई का अंक = N + 2 अब विकल्प (d) से N का मान 6 रखने पर, 3×6×6 में इकाई का अंक = 6+2 108 में इकाई का अंक = 8 88 चूँकि दोनों पक्ष बराबर हैं अतः N का मान 6 है।

15. (b) दिया है, N = 9 ^ 9 = (3 ^ 2) ^ 9 = 3 ^ 18 अतः N को विभाजित करने वाले घनों की संख्या = 18/3 + 1 = 6 + 1 = 7