TQU Verlag
Die
Multivariate
Tolerierung

Probieren und Studieren

Die Multivariate Tolerierung

Qualität verstehen durch Berücksichtigung von Korrelationen

Dr. Walter Jahn †
Dr. Konrad Reuter

Toleranzen für qualitätsbestimmende Eigenschaften eines Produktes sind Zugeständnisse der Konstrukteure an die Produktion. Sie sind in jedem Fall ein Kompromiss zwischen optimaler Funktionserfüllung und den allgegenwärtigen Forderungen nach wirtschaftlicher Herstellung. Im Idealfall haben die Konstrukteure genügend Erfahrung und können beide Forderungen ausreichend unter einen Hut bringen. Nicht immer gelingt es zufriedenstellend. Insbesondere dann, wenn jede Eigenschaft isoliert und ohne Beachtung möglicher Abhängigkeiten zwischen den Eigenschaften toleriert werden. Hier hilft die Multivariate Tolerierung!

QUALITY APPs im TQU VERLAG

Die Abhängigkeitsstruktur zwischen Qualitätsbestimmenden Eigenschaften (Variablen) eines Produktes sind durch naturgegebene Ursache-/Wirkungsprinzipien gegeben. Sie sind in der Regel sehr stabil. Die Variablen sind durch unterschiedlich starke Korrelationen miteinander verbunden. Es gilt, diese Abhängigkeiten zu erkennen und bei der Tolerierung zu berücksichtigen. Die Ergebnisse einer multivariaten Tolerierung weichen oft erheblich von der üblichen univariaten Toleranzfestlegung ab. Um Funktionseinbußen oder Ausschuss in der Produktion zu vermeiden, sollten bei wichtigen Eigenschaften oder teuren Herstellungsprozessen die Möglichkeiten der multivariaten Betrachtung genutzt werden.

www.tqu-verlag.de

Jeder Anwendungsfall muss individuell behandelt werden. Die Autoren haben, basierend auf speziellen Fällen aus ihrer Beraterpraxis, in diesem QUALITY APP eine praktische und sehr anschauliche Vorgehensweise der Multivariaten Tolerierung entwickelt, ohne dabei die anspruchsvolle Statistik zu vernachlässigen. Mit diesem QUALITY APP aus der Reihe "Probieren und Studieren" können interessante mehrdimensionale statistische Anwendungsfälle simuliert, in ihrer Wirkung beobachtet und verstanden werden. Es unterstützt Personen, die auf der einen Seite mit Tolerierungsaufgaben beauftragt sind, auf der anderen Seite sich mit den Ursachen für nicht einfach zu klärende Herstell- und Funktionsproblemen beschäftigen müssen.

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

QUALITY APPs Applikationen für das Qualitätsmanagement

Lizenzvereinbarung

Dieses Produkt "Die Multivariate Tolerierung" wurde von uns mit großem Aufwand und großer Sorgfalt hergestellt. Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt (©). Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Weitergabe, der Übersetzung, des Kopierens, der Entnahme von Teilen oder der Speicherung bleiben vorbehalten.

Bei Fehlern, die zu einer wesentlichen Beeinträchtigung der Nutzung dieses Softwareproduktes führen, leisten wir kostenlos Ersatz. Beschreibungen und Funktionen verstehen sich als Beschreibung von Nutzungsmöglichkeiten und nicht als rechtsverbindliche Zusicherung bestimmter Eigenschaften. Wir übernehmen keine Gewähr dafür, dass die angebotenen Lösungen für bestimmte vom Kunden beabsichtigte Zwecke geeignet sind.

QUALITY APPs im TQU VERLAG

Sie erklären sich damit einverstanden, dieses Produkt nur für Ihre eigene Arbeit und für die Information innerhalb Ihres Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmen (Beratung, Schulungseinrichtung etc.) verwenden wollen, setzen Sie sich unbedingt vorher mit uns wegen einer entsprechenden Vereinbarung in Verbindung. Unsere Produkte werden kontinuierlich weiterentwickelt. Bitte melden Sie sich, wenn Sie ein Update wünschen.

www.tqu-verlag.de

Anwendung:

Diese APP ist lauffähig unter Excel 2003 und aufwärts.

Eingetragene Daten sind Testdaten und müssen vor einer Sitzung gelöscht werden. Die Datenbereiche bei Eingaben können eingeschränkt sein.

Die Mappe ist insgesamt geschützt. Der Schutz kann nicht aufgehoben werden.

Die einzelnen Blätter der Mappe sind durch einfachen Excel-Schutz geschützt.

Werden vom Anwender die eingerichteten Schutzmaßnahmen aufgehoben, lehnen die Autoren und der Verlag alle weiteren Verpflichtungen ab.

Einzelne Blätter oder Zeilen wie Spalten können ausgeblendet sein.

Ergebnisse:

Alle Ergebnisse beruhen auf den vom Autor eingesetzten Regeln und Berechnungen, sie müssen vom Anwender sorgfältig auf ihre Eignung geprüft werden.

Die berechneten Ergebnisse sind als Vorschläge, Hinweise oder Anregungen zu verstehen.

Wir wünschen viel Spaß und Anregungen mit dieser Applikation

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

Die Multivariate Tolerierung

1. Statistik

1.1 Motivation

Qualität bedeutet die simultane Erfüllung aller Kundenanforderungen.

Jedes Produkt ist das Ergebnis eines Prozesses. Produktvariable sind deshalb stochastisch.

Jedes Produkt wird durch mehrere, m ≥ 1 Produktvariable (Y_1, Y_2 …Y_m) beschrieben.

Die Produktvariablen sind meist in sich unabhängig voneinander.

Die Produktvariablen (Y_1, Y_2 … Y_m) sind folglich durch eine Abhängigkeitsstruktur mit unterschiedlicher Korrelation miteinander verbunden.

Diese Abhängigkeitsstruktur ist in der Regel sehr stabil, da sie durch die naturgesetzliche Ursache/Wirkungsbeziehung geprägt ist.

In der Regel sind Toleranzen (Spezifikationsgrenzen) von Produkten durch den Kunden gegeben.

Aber:

Wurde bei der ursprünglichen Tolerierung die Abhängigkeitsstruktur zwischen den Produktvariablen beachtet?!

Wenn dies nicht erfolgt ist, dann erhöht sich das Risiko von Verlusten (Ausschuss).

Daher muss das Produkt multivariat statistisch toleriert werden.

Hierfür sind Daten für die Produktvariablen erforderlich.

QUALITY APPS im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

1.2 Analyse von Produkten

Die Analyse der Toleranzen beginnt zwingend mit der Berechnung der Abhängigkeitsstruktur.

Auf die vorliegenden Daten sind die folgenden Methoden anzuwenden:

- Errechnung der Mittelwerte (Mittelwertvektor)
- Errechnung der Kovarianz- bzw. Korrelationsmatrix, $\boldsymbol{R}_{YY}$ bzw $\boldsymbol{S}_{YY}$.
- Errechnung des Grades der Multikollinearität $\boldsymbol{\delta}$. Großes $\boldsymbol{\delta}$ bedeutet straffere Abhängigkeiten.

Für den unabhängigen Fall wird die Korrelationsmatrix $\boldsymbol{R}_{YY} = \boldsymbol{I}$ verwendet, denn in diesemFall sind alle Korrelationen gleich Null (mit $\boldsymbol{I}$ als Einheitsmatrix).

Für den weiteren Umgang mit diesen Ergebnissen ist die Matrizenrechnung ein unerlässliches Werkzeug (siehe EXCEL).

1.3 Berechnung

- Inverse Kovarianzmatrix,
- die bedingten Varianzen $\sigma^2_{j/m-j}$ für alle Produktvariablen sind die Kehrwerte der Diagonalelemente,
- das Quantil der Chi² Verteilung für ***m*** Freiheitsgrade und die Sicherheitswahrscheinlichkeit **1-α** (α = 0,0027).

QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

$$MTo = \mu_j + \sqrt{\chi^2_{m,1-\alpha} \cdot \sigma^2_{j/m-j}}$$

$$MTu = \mu_j - \sqrt{\chi^2_{m,1-\alpha} \cdot \sigma^2_{j/m-j}}$$

Mit ***m*** ist die Anzahl der Variablen gegeben.

1.4 Grafische Darstellung

Für die grafische Darstellung werden jeweils die Projektionen von zwei Produktvariablen gewählt. Variable

Die ursprünglichen und die multivariaten Toleranzgrenzen werden dargestellt.

Die simulierte Punktwolke kann jetzt mit diesen Grenzen verglichen werden.

1.5 Diskussion der Ergebnisse

Zum Kennenlernen der Multivariaten Tolerierung sollten Sie wie folgt vorgehen:

1. Ausgangspunkt ist der Auslieferungszustand mit dem korrelierten Fall eines praktischen Beispiels. Variable
   (Toleranzraum und Parameter der ***m*** -dimensionalen Verteilung)
2. Die Analyse zeigt, dass die Produktvariablen nicht unabhängig, sondern teils sogar hochkorreliert (multiple Korrelationskoeffizienten) sind.
3. Der Grad der Multikollinearität zwischen den Produktvariablen δ ist sehr hoch. Es gibt folglich redundante Produktvariable.
4. Die Schlussfolgerung aus beiden ist, die redundanten Produktvariablen sind für die Beschreibung der Qualität überflüssig und müssen eliminiert werden, weil die Bewertung der Qualität sonst fehlerhaft wird!
5. Die univariaten Prozessfähigkeiten Cp und Cpk sind deutlich kleiner als 1.
   Aufgrund der Korrelationsstruktur sind diese nicht geeignet, die Qualität zu beuteilen.
6. Die korrelierte multivariate Prozessfähigkeit [illegible] der quantitative Ausdruck für die Qualität.
7. Die multivariaten Prozessfähigkeiten MCp und MCpk sind deutlich kleiner als 1
   und unterscheiden sich deutlich von den univariaten.
8. Der Vergleich der gegebenen und errechneten Toleranzgrenzen zeigt, dass in Abhängigkeit vom Grad der Multikollinearität die berechneten Grenzen sehr eng werden ([illegible] MCpk)
9. Die redundanten Variablen sind jetzt zu eliminieren. Die Vorgehensweise ist in [1] beschrieben (red-Verfahren).
   Damit ändern sich die multivariaten statistischen Toleranzen (in der Regel weiter).
   Als Beispiel kann die Variable $\mathbf{Y}_6$ mit einem Makro eleminiert werden (und retour).

Die Analyse der Originaldaten führte zu dem Ergebnis, dass die Produktvariablen $\mathbf{Y}_1$, $\mathbf{Y}_3$ und $\mathbf{Y}_5$ genügten, das Produkt zu charakterisieren.

Ist nach der Reduktion der Variablenanzahl MCpk immer noch < 1, dann muss der Prozess mit multivariaten statistischen Methoden verbessert werden. [3]

2. Simulation

Die Simulation ist für 11 Variable und 100 Datensätze vorbereitet. Simulation
Die Simulation korrelierter Daten ist in zwei Blöcken aufgebaut.
Im ersten Block mit den Spalten A:K werden nur standardnormalverteilte Zahlen erzeugt.
Die Änderung der Anzahl der Variablen hat hierauf keinen Einfluss.
Im Block mit den Spalten M:W werden aus den Spalten A:K die korrelierten Werte erzeugt. Hierbei wird auf die Cholesky Zerlegung zurückgegriffen.
Die Anpassung auf unterschiedliche ***m*** erfolgt über dynamische Namen.
Die multiplen Korrelationskoeffizienten sind nur für sechs Variable vorbereitet. Korrelationen
Die Berechnung für ***m > 6*** ist in einem Beispiel dargestellt.
Auf eine weitergehende Programmierung wurde verzichtet.

QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

3. EXCEL

Die Berechnungen sind ohne feste Rundungen dargestellt.

Die Formeln sind für 11 Variable vorbereitet. Falls weniger Variable verwendet werden, sind wird den nicht zutreffenden Zellen ein leerer Text "" zugeordnet.

Teilweise erscheinen Fehlermeldungen in nicht belegten Zellen, die aber wegen der dynamischen Namen ohne Belang sind.

Eingaben werden, wo sinnvoll, mit der Funktion "Gültigkeit" überwacht.

So können z.B. keine Indices eingegeben werden, die die Anzahl der Variablen ***m*** übersteigen. Cholesky

Als Meldung wird eine Warnung ausgegeben. "Gültigkeit" kann auch total wirken!

QUALITY APPs im TQU VERLAG

Die Lösung verwendet vorzugsweise EXCEL Namen für Variable, Faktoren, Vektoren und Matrizen.

Für die Datenbereiche werden dynamische Namen verwendet, die sich automatisch den gewünschten Datenbereichen anpassen. Korrelationen

Dies gilt insbesondere für Vektoren und Matrizen, da sonst keine flexible Lösung möglich ist.

Die verwendeten EXCEL Namen sind auf Wissen Namen

EXCEL-TIP > Die Liste der verwendeten Namen wird über die Funktionstaste F3 ausgegeben.

www.tqu-verlag.de

Auf den Berechnungsblättern sind Tabellenfelder zur besseren Orientierung farbig unterlegt:

freie Eingabefelder	
Beschriftungen	
Ergebnisse (keine Einträge vornehmen), in der Regel gesperrt!	

Die Gitternetzlinien und Spalten/Zeilenüberschriften sind auf den Berechnungsblättern der Übersichtlichkeit wegen ausgeblendet.

EXCEL kann eine Reihe von Matrizenoperationen ausführen, die im vorliegenden Fall erforderlich sind.

=MTRANS(**A**) Transponieren einer Matrix **A**

=MMULT(**A;B**) Multiplikation der Matrizen **A** und **B**, die Regeln der Matrizenmultiplikaton sind zu beachten!

=MINV(**A**) Inversion einer Matrix **A** zu $\mathbf{A}^{-1}$ (Kehrmatrix)

=MDET(**A**) Determinante von **A**

EXCEL-TIP > Zur Anwendung der Matrixfunktionen muss der jeweilige Zellbereich komplett markiert werden. Der Abschluss des Formelassistenten darf jetzt nicht durch den "OK" Button, sondern muss durch die Tastenkombination **"strg", "shift", "enter"** erfolgen.

Als sichtbare Information wird die Formel durch EXCEL in der Eingabezeile in geschwungene Klammern gesetzt {}.
Diese Klammern können nicht manuell eingegeben werden.

Matrixfunktionen können nur noch für den gesamten zutreffenden Bereich geändert werden.

Im übrigen können auch "einfache" Funktionen zur Matrixfunktion aufgewertet werden und erreichen eine deutlich erweiterte Performance (erspart zusätzliche Berechnungen oder gar das Programmieren).

Eine Bemerkung zu Zufallszahlen in EXCEL:
Microsoft verwendet natürlich auch nur sog. Pseudozufallszahlen, was für diese Anwendung auch nicht weiter hinderlich ist.

Hinderlich ist hingegen, dass EXCEL 2003 aus unerfindlichen Gründen gelegentlich auch einmal negative Zufallszahlen erzeugt.
(EXCEL beenden und neu starten).

QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

4 Szenarien

Excel ermöglicht das Speichern und Aufrufen von Eingabefeldern im Sinne eines Szenario. Menü : "Extras" "Szenarien"

Diese Eigenschaft ermöglicht Demonstrationen der Auswirkung von wesentlichen Änderungen ohne die geänderten Werte wieder manuell eingeben zu müssen.

Allerdings ist dies in EXCEL auf 32 Eingabefelder beschränkt, die sich auf einem Blatt befinden müssen.

Es ist weiter zu beachten, dass EXCEL feste Werte zurückgibt, alaso Formeln überschrieben werden.

Szenarien haben trotz dieser Beschränkungen ihren didaktischen Wert!

Sie wählen Blatt "Korrelationen" aus, Gewünschtes Szenario auswählen und "Anzeige" wählen.

1. Ausgangszustand
2. unabhängige Produktstruktur (Einheitsmatrix für CAD_R).
   (Die Formeln zur Rundung sind in den nicht betroffenen Zellen erhalten!)

Die Streichung der Variable Y wird in einem Makro unterstützt (und sich warten).

QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

5. empfehlenswerte Literatur

[1] Jahn, W. Braun, L.: Praxisleitfaden Qualität -Prozessoptimierung mit multivariater Statistik in 150 Beispielen. Carl Hanser Verlag, München 2006

[2] Jahn, W. Reuter, K.: Komplex, aber beherrschbar. QZ (2011)5, S.34

[3] QUALITY APP "Prozessverbesserung Multivariat", TQU Verlag 2011

[4] QUALITY APP "Prozessfähigkeit Multivariat", TQU Verlag 2012

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

Kunde	Automobil OEM
Artikel	Modell_A
Nummer	20
Bezeichnung	Säule_B

QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

Variable	Benennung	Nummer	Messmittel	Auflösung	Einheit
*Y1_*	Maß1	20-01	Messmaschine MM	0,001	mm
*Y2_*	Maß2	20-02			
*Y3_*	Maß3	20-03			
*Y4_*	Maß4	20-04			
*Y5_*	Maß5	20-05			
*Y6_*	Maß6	20-06			
*Y7_*					
*Y8_*					
*Y9_*					
*Y10_*					
*Y11_*					

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

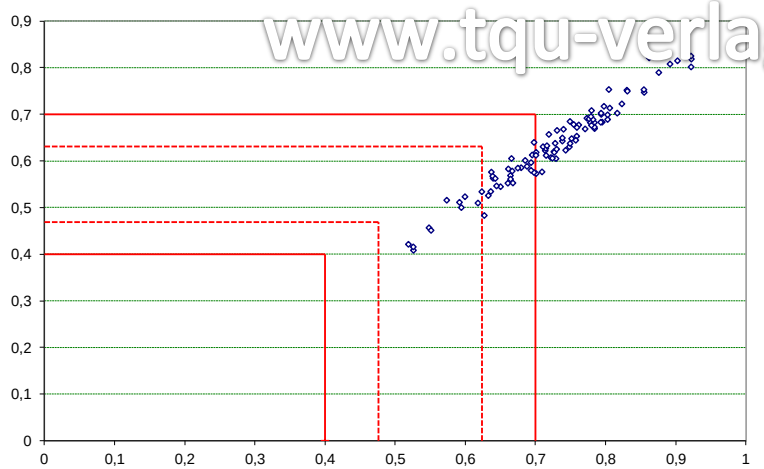
	Spezifikationen				multivariate Toleranzen			Parameter Simulation		Kennwerte Simulation		multipler Korrelations-koeffizient	Prozessfähigkeiten			Grad der Multikollinearität	
	Variable	Soll	Tu	To	T	MTu	MTo	MT	μ	σ	y_quer	s_	$r_{Y,X}$	Cp	k	Cpk	Det (R)	δ
1	Y1_	14,200	14,150	14,250	0,10	13,9	14,5	0,62	14,2433	0,098070	14,24395	0,096438	0,6102	0,173	8,259	0,021	0,0000593	16875,42
2	Y2_	6,450	6,400	6,500	0,10	6,20	6,70	0,50	6,4496	0,078280	6,46041	0,072489	0,4889	0,230	1,263	0,182		
3	Y3_	0,550	0,400	0,700	0,30	0,47	0,63	0,16	0,62282	0,093870	0,63143	0,090125	0,9638	0,555	2,188	0,254		
4	Y4_	0,550	0,400	0,700	0,30	0,48	0,62	0,15	0,71869	0,089109	0,72620	0,088070	0,9668	0,568	-5,726	-0,099		
5	Y5_	2,250	2,100	2,400	0,30	2,21	2,29	0,08	2,38674	0,083321	2,36992	0,090369	0,9930	0,553	4,988	0,111		
6	Y6_	2,250	2,100	2,400	0,30	2,21	2,29	0,08	2,30196	0,081339	2,28756	0,088440	0,9926	0,565	1,334	0,424		
7	Y7_																	
8	Y8_																	
9	Y9_																	
10	Y10_																	
11	Y11_																	

QUALITY APPs im TQU VERLAG

www.tqu-verlag.de

MCp	k	MCpk
0,181	21,770	0,008

m =
6
p
0,9973
Chi²
20,0619



Spezifikationstoleranzen

Multivariate Toleranzen

Korrelationskoeffizient
r_{Y4Y3}
0,979

y-Achse
Y3_

Auswahl für Diagramm | x-Achse | Y4_ |

Skalierung der Achsen den Daten bitte manuell anpassen!

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

Zeichnungsvorgaben

Die Korrelationskoeffizienten wurden gerundet aus ***R*** übernommen.

Simulation Parameter

Korrelationsmatrizen

	CAD_R	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		1	0,066	-0,617	-0,674	0,035	0,013					
2		0,066	1	0,214	0,143	-0,657	-0,646					
3		-0,617	0,214	1	0,977	-0,268	-0,236					
4		-0,674	0,143	0,977	1	-0,236	-0,205					
5		0,035	-0,657	-0,268	-0,236	1	0,994					
6		0,013	-0,646	-0,236	-0,205	0,994	1					
7												
8												
9												
10												
11												

	R	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		1	0,0662	-0,617	-0,6736	0,0351	0,0126					
2		0,0662	1	0,2143	0,1429	-0,6574	-0,6462					
3		-0,617	0,2143	1	0,9773	-0,2681	-0,2362					
4		-0,6736	0,1429	0,9773	1	-0,2358	-0,2051					
5		0,0351	-0,6574	-0,2681	-0,2358	1	0,9941					
6		0,0126	-0,6462	-0,2362	-0,2051	0,9941	1					
7												
8												
9												
10												
11												

Diagonalmatrizen

	CAD_diag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		0,0167	0	0	0	0	0					
2		0	0,0167	0	0	0	0					
3		0	0	0,05	0	0	0					
4		0	0	0	0,05	0	0					
5		0	0	0	0	0,05	0					
6		0	0	0	0	0	0,05					
7												
8												
9												
10												
11												

	diag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		0,0981	0	0	0	0	0					
2		0	0,0783	0	0	0	0					
3		0	0	0,0833	0	0	0					
4		0	0	0	0,0833	0	0					
5		0	0	0	0	0,0833	0					
6		0	0	0	0	0	0,0813					
7												
8												
9												
10												
11												

QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

Kotoleranzmatrix

	Σ*yy	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		0,0003	2E-05	-0,0005	-0,0006	3E-05	1E-05					
2		2E-05	0,0003	0,0002	0,0001	-0,0005	-0,0005					
3		-0,0005	0,0002	0,0025	0,0024	-0,0007	-0,0006					
4		-0,0006	0,0001	0,0024	0,0025	-0,0006	-0,0005					
5		3E-05	-0,0005	-0,0007	-0,000							
6		1E-05	-0,0005	-0,0006	-0,000							
7												
8												
9												
10												
11												

$$\Sigma^{*}_{YY} = diag\begin{pmatrix} \frac{T_1}{6} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{T_m}{6} \end{pmatrix} * R_{YY} * diag\begin{pmatrix} \frac{T_1}{6} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{T_m}{6} \end{pmatrix}$$

Kovarianzmatrizen

	Σyy	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		0,0096	0,0005	-0,0057	-0,0059	0,0003	0,0001					
2		0,0005	0,0061	0,0016	0,001	-0,0043	-0,0041					
3		-0,0057	0,0016	0,0088	0,0082	-0,0021	-0,0018					
4		-0,0059	0,001	0,0082	0,0079	-0,0018	-0,0015					
5		0,0003	-0,0043	-0,0021	-0,0018	0,0069	0,0067					
6		0,0001	-0,0041	-0,0018	-0,0015	0,0067	0,0066					
7								#NV				
8									#NV			
9										#NV		
10											#NV	
11												#NV

inverse Kovarianzmatrizen

	Σ*yy-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		7268,8	-577,03	-1823,2	3450,4	-507,77	626,01					
2		-577,03	7110,2	-2462,9	2316	2662,2	-1219,1					
3		-1823,2	-2462,9	10572	-10632	988,09	-1189,1					
4		3450,4	2316	-10632	11528	196,95	142,07					
5		-507,77	2662,2	988,09	196,95	38140	-37062					
6		626,01	-1219,1	-1189,1	142,07	-37062	36723					
7												
8												
9												
10												
11												

	Σyy-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		209,92	-21,062	-167,14	330,47	-73,628	87,382					
2		-21,062	323,49	-284,62	282,21	346,56	-165,59					
3		-167,14	-284,62	3052,9	-3232,3	393,53	-469,29					
4		330,47	282,21	-3232,3	3684,4	-25,818	143,54					
5		-73,628	346,56	393,53	-25,818	14005	-13943					
6		87,382	-165,59	-469,29	143,54	-13943	14150					
7								#NV				
8									#NV			
9										#NV		
10											#NV	
11												#NV

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

Ausgangsmatrix (Kopie von Kovarianzmatrix Parameter Simulation)

Cov	***j***	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*
i	a_{ij}	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}
1	Y_1	0,00962	0,00051	-0,0057	-0,0059	0,00029	0,0001					
2	Y_2	0,00051	0,00613	0,00157	0,001	-0,0043	-0,0041					
3	Y_3	-0,0057	0,00157	0,00881	0,00817	-0,0021	-0,0018					
4	Y_4	-0,0059	0,001	0,00817	0,00794	-0,0018	-0,0015					
5	Y_5	0,00029	-0,0043	-0,0021	-0,0018	0,00694	0,00674					
6	Y_6	0,0001	-0,0041	-0,0018	-0,0015	0,00674	0,00662					
7	Y_7											
8	Y_8											
9	Y_9											
10	Y_{10}											
11	Y_{11}											

$$g_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{für } i < j \\ \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} g_{ik}^2} & \text{für } i = j \\ \frac{1}{g_{jj}} \left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} g_{ik} g_{jk} \right) & \text{für } i > j \end{cases}$$

QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

Matrix nach Cholesky-Zerlegung

C	***j***	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*
i	g_{ij}	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}
1	Y_1	0,09807										
2	Y_2	0,00518	0,07811									
3	Y_3	-0,0579	0,02400	0,06986								
4	Y_4	-0,06	0,01674	0,0615	0,01659							
5	Y_5	0,00292	-0,05509	-0,0087	-0,0072	0,06141						
6	Y_6	0,00102	-0,05274	-0,0068	-0,0073	0,06052	0,00841					
7	Y_7											
8	Y_8											
9	Y_9											
10	Y_{10}											
11	Y_{11}											

Berechnungsstruktur allgemein

$g_{2,5}$	j = 5	$g_{5,5}$	$a_{2,5}$
i = 2		0,06141	-0,00429
	kmax = 4	g_{2k}	g_{5k}
m = 6	k = 1	0,00518	0,00292
	k = 2	0,07811	-0,05509
	k = 3		-0,00866
	k = 4		-0,00724
	k =		
	k =		
	k =		
	k =		
	k =		
	k =		

Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11
-0,41	-1,78	-0,39	1,201	-1,23	-0,65	-0,12	-0,61	-0,24	0,197	-0,99
-0,45	0,299	-0,47	1,294	-1,13	0,598	0,33	-0,49	0,756	1,423	0,162
0,306	0,974	0,905	0,063	0,255	0,935	1,092	1,315	-0,89	1,183	0,07
-0,3	-0,42	0,554	0,433	0,538	0,76	-1,23	1,154	-1,58	0,262	0,587
1,279	-0,05	-1,3	-0,78	-0,03	-1,45	-0,19	-0,29	0,59	0,274	-0,94
1,284	-1,6	-0,38	2,168	-0,11	-0,27	-1,45	-0,96	0,214	-0,39	-0,68
1,684	0,532	1,203	0,813	-2,65	-0,26	0,764	0,407	0,999	2,483	0,933
0,244	1,192	-1,22	0,695	0,357	0,132	0,829	-0,9	-0,58	0,004	0,18
0,655	-1,45	1,905	1,378	1,871	-1,07	-0,62	-0,85	0,137	0,092	-1,15
-0,77	0,017	0,208	0,005	-1,37	0,332	-0,02	0,04	-1,72	-0,86	-0,94
0,772	-0,31	0,031	1,921	-1,2	0,823	1,059	0,904	1,189	-1,42	0,628
2,622	0,658	-0,94	0,251	0,816	-0,5	-0,03	0,853	0,772	0,745	1,144
0,357	-0,69	-0,33	-1,57	-0,62	-1,27	-0,18	-0,18	0,331	0,019	-0,56
-0,03	1,503	-0,79	1,969	-0,68	-1,25	0,114	-0,55	0,883	0,647	1,493
-0,17	0,565	0,441	-0,23	0,894	1,516	-0,39	1,739	0,366	0,827	-0,97
1,571	-0,02	0,641	-1,59	1,521	1,341	-0,74	-1,2	0,4	0,916	-1,12
-0,53	0,874	-0,31	0,751	-0,11	0,252	-1,7	0,702	-0,36	0,572	1,374
-1,82	2,257	0,551	-2,27	-0,02	-0,3	0,835	-0,58	1,671	-0,24	-1,83
-2,73	0,233	-1,98	-0,78	-0,89	0,946	1,293	1,714	-0,14	1,179	-0,93
-0,53	-0,2	0,981	-0,59	-0,01	0,28	-0,56	-0,97	0,638	-0,96	-0,73
-0,7	-0,95	0,689	0,932	0,275	-0,96	-2,58	-0,17	-0,3	1,603	0,354
-0,68	0,573	-0,06	-0,39	1,524	0,088	-1,77	1,521	-1,23	0,735	-0,32
-0,35	-0,64	0,039	1,036	-0,67	0,031	2,118	-1,74	-0,52	-0,44	-0,1
1,195	0,11	1,839	-0,76	1,154	0,698	0,331	1,392	-1,17	-0,12	-1,31
0,586	-0,14	0,494	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
-1,07	-0,52	0,588	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0,838	0,21	0,088	0,137	-0,9	-0,98	1,14	0,727	-0,89	-2,73	0,536
-1,4	1,514	1,118	1,527	0,496	0,23	-1,55	0,141	0,455	1,189	0,962
0,017	-1,03	0,428	-0,72	1,885	1,824	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0,092	-0,41	0,154	0,662	0,009	2,547	-1,08	-1,94	-0,08	0,742	0,529
0,141	0,652	0,003	-0,64	-2,06	2,454	-1,97	-0,29	0,015	0,223	-0,9
1,463	0,922	2,117	0,208	0,39	-1,29	-0,09	1,058	0,088	-0,47	0,806
-0,12	0,276	-0,99	-1,85	-0,34	-0,6	1,616	0,078	-0,47	0,838	0,48
0,962	-0,16	0,791	-0,35	0,908	0,101	-1,31	-0,06	-0,57	-0,03	-0,83
-1,83	-0,32	1,489	0,431	-0,43	-0,34	-0,14	-0,46	-0,22	-0,22	1,56
-0,05	0,63	-0,05	1,21	1,163	0,673	-1,38	0,147	0,429	-0,03	1,217
-2,7	2,846	-0,57	-0,1	-1,36	0,385	1,581	0,608	0,025	-0,29	-0,4
0,941	-1,27	0,443	-0,23	-1,68	-0,22	0,389	1,142	1,832	1,851	-2,6
0,092	1,042	1,584	-1,41	-0,34	-0,11	-0,47	0,346	-0,48	1,606	-0,39
-0,72	1,629	-0,05	0,48	-0,68	0,401	-1,01	1,076	1,461	0,539	1,447
0,714	2,403	-0,81	-0,31	1,075	1,243	-1,44	-0,37	0,551	-0,44	1,298
-0,98	0,65	0,811	-0,47	-1,04	-1,51	1,137	0,603	-0,42	1,984	-0,95
0,703	-0,66	-0,19	0,862	0,441	-0,81	1,911	-1	-0,95	-0,56	-1,05

Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11
14,203	6,3083	0,5766	0,7094	2,4029	2,3095	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,199	6,4707	0,623	0,7431	2,2944	2,2163	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,273	6,5272	0,6917	0,7733	2,3414	2,2676	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,214	6,4151	0,6687	0,7708	2,4342	2,3559	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,369	6,4526	0,4567	0,5483	2,4083	2,3064	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,369	6,3309	0,4831	0,6271	2,4599	2,3659	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,408	6,4999	0,6221	0,714	2,1834	2,099	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,267	6,544	0,5523	0,6607	2,3492	2,2653	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,308	6,34	0,6833	0,7952	2,5568	2,4602	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,168	6,4469	0,6824	0,7781	2,2974	2,2185	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,319	6,4298	0,573	0,701	2,318	2,2389	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,5	6,5146	0,4213	0,5189	2,4146	2,3197	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,278	6,3976	0,5629	0,6397	2,4018	2,3041	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,241	6,5669	0,605	0,7293	2,2548	2,1622	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,226	6,4929	0,6772	0,7618	2,4079	2,3375	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,397	6,456	0,5761	0,6372	2,4919	2,4153	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,191	6,5151	0,6532	0,7589	2,3275	2,2474	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,064	6,6164	0,8211	0,8621	2,2678	2,1904	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
13,976	6,4537	0,6479	0,7516	2,3338	2,26	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,191	6,4313	0,7172	0,7977	2,3916	2,3115	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,174	6,3719	0,689	0,8029	2,4411	2,3483	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,176	6,4908	0,6718	0,7591	2,4501	2,3673	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,209	6,3978	0,6303	0,7484	2,3722	2,2875	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,36	6,4644	0,6847	0,7492	2,4446	2,3661	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,01	6,4[illegible]	0,62[illegible]	[illegible]	2,248[illegible]	[illegible]	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,38	[illegible]	0,71[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,325	6,4704	0,5855	0,6796	2,3209	2,2277	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,106	6,5606	0,8181	0,9223	2,309	2,2338	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2,5611	2,4883	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,252	6,41[illegible]	[illegible]	0,7268	2,4039	2,3396	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,257	6,5013	0,6306	0,7108	2,2291	2,1682	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,387	6,5292	0,7081	0,7799	2,3444	2,2516	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,231	6,4705	0,5674	0,639	2,372	2,2817	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,338	6,4419	0,6184	0,701	2,45	2,3645	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,064	6,4153	0,825	0,9217	2,3563	2,2744	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,238	6,4985	0,6375	0,7494	2,415	2,3362	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
13,979	6,6579	0,8078	0,8919	2,1441	2,0745	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,336	6,3552	0,5687	0,6644	2,3542	2,2651	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,252	6,5314	0,7532	0,8046	2,3053	2,2252	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,173	6,5731	0,6998	0,7938	2,2502	2,1745	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,313	6,641	0,5829	0,6614	2,3317	2,2593	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,147	6,4953	0,7518	0,8303	2,2807	2,189	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
14,312	6,4018	0,5528	0,6679	2,4476	2,3523	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV

QUALITY APsim TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

x-Achse	y-Achse
0,709383	0,576563
0,743084	0,623016
0,773321	0,691685
0,770818	0,668711
0,54827	0,456737
0,627103	0,483089
0,713976	0,622093
0,660709	0,552301
0,795191	0,683275
0,778117	0,682405
0,701029	0,572954
0,518897	0,42132
0,639662	0,562873
0,729336	0,605018
0,761755	0,677153
0,637152	0,576123
0,758856	0,653194
0,86211	0,821129
0,751599	0,647933
0,797688	0,717183
0,802929	0,688995

Variable	MTu	MTo	Tu	To
Y4_	0,476209	0,623791	0,4	0,7
Y3_	0,468936	0,631064	0,4	0,7

Originaldaten	Soll	Tu	To	μ	σ
*Y1_*	14,23	14,18	14,28	14,2433	0,098070
*Y2_*	6,45	6,40	6,50	6,4496	0,078280
*Y3_*	0,55	0,40	0,70	0,62282	0,093870
*Y4_*	0,55	0,40	0,70	0,71869	0,089109
*Y5_*	2,25	2,10	2,40	2,38674	0,083321
*Y6_*	2,25	2,10	2,40	2,30190	0,08133

CAD_R				
2	*3*	*4*	*5*	*6*
0,066	-0,617	-0,674	0,035	0,013
1	0,214	0,143	-0,657	-0,646
	1	0,977	-0,268	-0,236
		1	-0,236	-0,205
			1	0,994

QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com