



TQU Verlag

Die
Multivariate
Regelkarte

Probieren und Studieren

Die Multivariate Regelkarte

Qualität verstehen durch Berücksichtigung von Korrelationen

Dr. Walter Jahn †

[Dr. Konrad Reuter](#)

Qualität bedeutet die simultane Erfüllung aller Kundenanforderungen.

Mit Regelkarten wollen wir laufend diese simultane Erfüllung aller Kundenanforderungen überprüfen.

Die Überprüfung ist für sich gesehen eine statistische Eingriffsgrenze, sollte nicht im Vordergrund stehen.

Es ist nicht sinnvoll:

- Die Erfüllung der Kundenanforderungen durch die Werte der Produktvariablen einzeln mit univariaten Regelkarten zu beurteilen und zu versuchen, Entscheidungen daraus zu treffen.
- In einem Regelkarte Kundenanforderungen mit der Irrtumswahrscheinlichkeit α , $0 < \alpha < 1$, α zur Verfügung.
- Verwendet man univariate Regelkarten, dann wird die Irrtumswahrscheinlichkeit schon bei einer Regelkarte verbraucht,
- d.h. bei mehreren Variablen wird die Möglichkeit von Fehlentscheidungen immer höher!
- Einen Toleranzraum anzunehmen, der den naturgesetzlichen Wirkungsbedingungen widerspricht.

Jeder Anwendungsfall muss individuell behandelt werden. Die Autoren haben, basierend auf speziellen Fällen aus ihrer Beraterpraxis, in diesem QUALITY APP eine praktische und sehr anschauliche Vorgehensweise der Multivariaten Regelkarten entwickelt, ohne dabei die anspruchsvolle Statistik zu vernachlässigen. Mit diesem QUALITY APP aus der Reihe "Probieren und Studieren" können interessante mehrdimensionale statistische Anwendungsfälle simuliert, in ihrer Wirkung beobachtet und verstanden werden. Es unterstützt Personen, die mit der Prozesslenkung durch Regelkarten beauftragt sind oder sich mit den Ursachen für nicht einfach zu klärende Herstell- und Funktionsproblemen beschäftigen müssen.

Mit diesem QUALITY APP aus der Reihe "Probieren und Studieren" können interessante mehrdimensionale statistische Anwendungsfälle simuliert, in ihrer Wirkung beobachtet und verstanden werden. Es unterstützt Personen, die mit anspruchsvollen Tolerierungsaufgaben beauftragt sind.

QUALITY APPs Applikationen für das Qualitätsmanagement

Lizenzvereinbarung

Dieses Produkt "Die Multivariate Regelkarte" wurde von uns mit großem Aufwand und großer Sorgfalt hergestellt. Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt (©). Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Weitergabe, der Übersetzung, des Kopierens, der Entnahme von Teilen oder der Speicherung bleiben vorbehalten.

Bei Fehlern, die zu einer wesentlichen Beeinträchtigung der Nutzung dieses Softwareproduktes führen, leisten wir kostenlos Ersatz. Beschreibungen und Funktionen verstehen sich als Beschreibung von Nutzungsmöglichkeiten und nicht als rechtsverbindliche Zusicherung bestimmter Eigenschaften. Wir übernehmen keine Gewähr dafür, dass die angebotenen Lösungen für bestimmte vom Kunden beabsichtigte Zwecke geeignet sind.

Sie erklären sich damit einverstanden, dieses Produkt nur für Ihre eigene Arbeit und für die Information innerhalb Ihres Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaterialien bei anderen Unternehmen, Beratern, Schulungserbringern etc. verwenden wollen, setzen Sie sich unbedingt vorher mit uns von einer entsprechenden Vereinbarung in Verbindung. Unser Produkt wird kontinuierlich weiterentwickelt. Bitte melden Sie sich, wenn Sie ein Update wünschen.

Anwendung:

Diese APP ist lauffähig unter Excel 2003 und aufwärts.

Eingetragene Daten sind Testdaten und müssen vor einer Sitzung gelöscht werden. Die Datenbereiche bei Eingaben können eingeschränkt sein.

Die Mappe ist insgesamt geschützt. Der Schutz kann nicht aufgehoben werden.

Die einzelnen Blätter der Mappe sind durch einfachen Excel-Schutz geschützt.

Werden vom Anwender die eingerichteten Schutzmaßnahmen aufgehoben, lehnen die Autoren und der Verlag alle weiteren Verpflichtungen ab.

Einzelne Blätter oder Zeilen wie Spalten können ausgeblendet sein.

Ergebnisse:

Alle Ergebnisse beruhen auf den vom Autor eingesetzten Regeln und Berechnungen, sie müssen vom Anwender sorgfältig auf ihre Eignung geprüft werden.

Die berechneten Ergebnisse sind als Vorschläge, Hinweise oder Anregungen zu verstehen.

Wir wünschen viel Spaß und Anregungen mit dieser Applikation

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

Die Multivariate Regelkarte

1. Statistik

1.1 Motivation

Qualität bedeutet die simultane Erfüllung aller Kundenanforderungen.

Mit Regelkarten wollen wir laufend diese simultane Erfüllung aller Kundenanforderungen überprüfen.

Die Überprüfung statistischer Gesetzmäßigkeiten (z.B. Eingriffsgrenzen) sollten nicht im Vordergrund stehen.

Jedes Produkt ist das Ergebnis eines Prozesses. Produktvariable sind deshalb stochastisch.

Jedes Produkt wird durch mehrere, $m \geq 1$ Produktvariable ($Y_1, Y_2 \dots Y_m$) beschrieben.

Die Produktvariablen sind meist nicht unabhängig voneinander.

Die Produktvariablen ($Y_1, Y_2 \dots Y_m$) sind folglich durch eine Abhängigkeitsstruktur mit unterschiedlichen Korrelationen miteinander verbunden.

Diese Abhängigkeitsstruktur ist in der Regel sehr stabil, da sie durch die naturgesetzliche Ursache/Wirkungsbeziehung geprägt ist.

Ein Prozess wird fähig genannt, wenn er die spezifizierten Kundenanforderungen simultan erfüllt, d.h. wenn die Wertesätze für alle Produktvariablen innerhalb des Toleranzbereiches liegen.

Es macht daher wenig Sinn:

- die Erfüllung der Kundenanforderungen durch die Werte der Produktvariablen einzeln mit univariaten Regelkarten zu beurteilen und zu versuchen, Entscheidungen daraus zu treffen denn,
- für den Nachweis der Erfüllung aller Kundenanforderungen steht nur die Irrtumswahrscheinlichkeit α , $0 < \alpha < 1$, α möglichst klein (hier wird $\alpha = 0.0027$ gewählt) zur Verfügung.

- Verwendet man univariate Regelkarten, dann wird die Irrtumswahrscheinlichkeit schon bei einer Regelkarte verbraucht,
- d.h. bei mehreren Variablen wird die Möglichkeit von Fehlentscheidungen immer höher!
- einen Toleranzraum anzunehmen, der den naturgesetzlichen Wirkungsbedingungen widerspricht.

1.2 Analyse von Prozessen

Die Analyse des Prozesses beginnt zwingend mit der Berechnung der Abhängigkeitsstruktur.

Auf die vorliegenden Daten sind die folgenden Methoden anzuwenden:

- Errechnung der Mittelwerte (Mittelwertvektor)
- Errechnung der Kovarianz- bzw. Korrelationsmatrix, R_{YY} bzw. S_{YY} .
- Errechnung des Grades der Multikollinearität δ . Großes δ bedeutet straffere Abhängigkeiten.
- Falls die Toleranzvorgabe über sich hinweg übertrifft, ist unter Beachtung der Abhängigkeitsstruktur die Streuung zu erhöhen.
- Falls die Abhängigkeitsstruktur nicht beachtet wurde, ist die multivariaten statistische Tolerierung notwendig.
- Falls die Kundenanforderungen nicht spezifiziert vorliegen, ist das Verfahren der multivariaten statistischen Tolerierung anzuwenden.

Für den unabhängigen Fall wird die Korrelationsmatrix $R_{YY} = I$ verwendet, denn in diesem Fall sind alle Korrelationen gleich Null

(mit I als Einheitsmatrix).

Für den weiteren Umgang ist R_{YY} mit S_{YY} durch ein einheitliches Maß für die Streuung zu verknüpfen.

1.3 Berechnung

- Theoretische Kovarianzmatrix (Kotoleranzmatrix)

Die theoretische Kovarianzmatrix wird gebildet durch Multiplikation einer bekannten zum Prozess gehörenden oder der Stichprobenkorrelationsmatrix mit der Diagonalmatrix der kundenspezifischen Streuungen, $T_i/6$ (nach der ± 3 Sigma Regel) wie folgt:

$$\Sigma_{YY}^* = \text{diag} \begin{pmatrix} \frac{T_1}{6} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{T_m}{6} \end{pmatrix} * R_{YY} * \text{diag} \begin{pmatrix} \frac{T_1}{6} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{T_m}{6} \end{pmatrix}$$

Mit m ist die Anzahl der Variablen gegeben.

- Toleranzgrenze c : für das Produkt bei Vorliegen von Einzelwerten (multivariate Eingriffsgrenze)

$$c := (T_o - Soll)^T (\Sigma_{YY}^*)^{-1} (T_o - Soll)$$

- T^2 Werte für die multivariate Regelkarte berechnen sich nach

$$T_i^2 = (y_i - \bar{y})^T (S_{YY})^{-1} (y_i - \bar{y})$$

von $i = 1$ bis N

Bemerkung zur Notation:

Das Symbol T^2 für die multivariate Regelkarte wurde von Hotelling eingeführt und ist nicht zu verwechseln mit dem Symbol T für die Toleranz.

1.4 Grafische Darstellung

Für die Regelkarte wird ein XY-Diagramm verwendet. Die x-Achse kann in gleichen Abständen geteilt oder auch der Zeit zugeordnet werden.

Das Diagramm ist auf die letzten 20 Werte begrenzt. Der Wert für 1 stellt das Resultat für die aktuellen Eingabewerte dar.

Als Information zum aktuellen Datensatz werden die Messwerte als normierte Werte in einem Netzdiagramm dargestellt.

Im Beispielfall ist erkennbar, dass auch bei Einhaltung aller Einzeltoleranzen das Produkt abgelehnt werden muss, da die Toleranzgrenze für das Produkt (simultane Erfüllung) überschritten wird.

Variable

Variable

1.5 Diskussion der Ergebnisse

Zum Kennenlernen der Multivariaten Regelkarten sollten Sie folgendes bedenken:

1. Wenn die Grenze für T^2 überschritten wird, erfüllt das Produkt nicht mehr simultan alle Anforderungen.
QUALITY APPS im TQU VERLAG
2. Die Gründe hierfür können sein:
 - die Überschreitung wird durch eine Variable verursacht
 - mehrere oder alle Variable sind ursächlich.
3. Durch die Einbeziehung der Abhängigkeitsstruktur werden die Abstände der Messwerte zur den Toleranzgrenzen gewichtet. Damit ergibt sich gegenüber der bisher üblichen euklidischen Betrachtung eine deutliche Veränderung.
4. Im Beispiel sieht man, dass die drei Variable innerhalb ihres univariaten Toleranzintervalls liegen, aber aufgrund ihrer Abhängigkeitsstruktur aus
5. Der interessierte Nutzer kann jetzt die Abhängigkeitsstruktur so verändern, dass
6. In allen diesen Fällen ist zwingend die multivariate statistische Tolerierung erforderlich [5].
7. Ggf. müssen redundante Variable eliminiert werden.

2. Fazit

Ausschuss bedeutet Verlust. Qualität wird nicht erreicht, da die multivariate Prozessfähigkeit < 1 ist.

Die Entscheidung aufgrund der multivariaten Fähigkeiten und der multivariaten Regelkarte ist realistischer als auf univariater Basis.

Die Beurteilung des Produktes durch alle ihre Produktvariablen beinhaltet sehr viel mehr Information, auch hinsichtlich des Ausschussverhaltens, als

Die multivariate Regelkarte zeigt eher Veränderungen des Prozesses auf, die zum Ausschuss führen können.

Simulation

Nur die Gesamtheit von:

- dem Maß der Beherrschbarkeit des Prozesses,
 - der multivariaten Toleranzgrenzen und
 - der multivariaten Prozessfähigkeiten für das Produkt
- charakterisieren die statistische Beherrschbarkeit des Prozesses.**

3. Simulation

Die Simulation ist für sechs Variable und 100 Datensätze vorbereitet.

Die Simulation korrelierter Daten ist in zwei Blöcken aufgebaut.

Im ersten Block mit den Spalten A:K werden nur standardnormalverteilte Zahlen erzeugt.

Die Änderung der Anzahl der Variablen hat hierauf keinen Einfluss.

Im Block mit den Spalten M:W werden aus den Spalten A:K die korrelierten Werte erzeugt. Hierbei wird auf die Cholesky Zerlegung zurückgegriffen.

Die Anpassung auf unterschiedliche m erfolgt über dynamische Namen.

4. EXCEL

Die Berechnungen sind ohne feste Rundungen dargestellt.

Die Formeln sind für sechs Variable vorbereitet. Falls weniger Variable verwendet werden, sind die nicht zutreffenden Zellen ein leerer Text "" zugeordnet.

Teilweise erscheinen Fehlermeldungen in nicht belegten Zellen, die aber wegen der dynamischen Namen ohne Belang sind.

Nullwerte sind, wo sinnvoll, ausgeblendet. Fehlerwerte bei den Matrixoperationen werden durch bedingte Formatierung ausgeblendet.

Eingaben werden, wo sinnvoll, mit der Funktion "Gültigkeit" überwacht.

So können z.B. keine Indices eingegeben werden, die die Anzahl der Variablen m übersteigen.

Als Meldung wird nur eine Variable ausgegeben. Gültigkeit kann auch total wirken.

Die Lösung verwendet vorzugsweise EXCEL Namen für Variable, Faktoren, Vektoren und Matrizen.

Für die Datenbereiche werden dynamische Namen verwendet, die sich automatisch den gewünschten Datenbereichen anpassen.

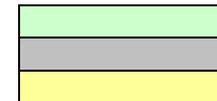
Dies gilt insbesondere für Vektoren und Matrizen, da sonst keine flexible Lösung möglich ist.

Die verwendeten EXCEL Namen sind wie folgt:

EXCEL-TIP > Die Liste der verwendeten Namen wird über die Funktionstaste F3 ausgegeben

Cholesky

Korrelationen
Namen



Auf den Berechnungsblättern sind Tabellenfelder zur besseren Orientierung farbig unterlegt:

freie Eingabefelder

Beschriftungen

Ergebnisse (keine Einträge vornehmen), in der Regel gesperrt!

Die Gitternetzlinien und Spalten/Zeilenüberschriften sind auf den Berechnungsblättern der Übersichtlichkeit wegen ausgeblendet.

EXCEL kann eine Reihe von Matrizenoperationen ausführen, die im vorliegenden Fall erforderlich sind.

=MTRANS(**A**) Transponieren einer Matrix **A**

=MMULT(**A**;**B**) Multiplikation der Matrizen **A** und **B**, die Regeln der Matrizenmultiplikation sind zu beachten!

=MINV(**A**) Inversion einer Matrix **A** zu \mathbf{A}^{-1} (Kehrmatrix)

=MDET(**A**) Determinante von **A**

EXCEL-TIP > Zur Anwendung der Matrixfunktionen muss der jeweilige Zellbereich komplett markiert werden. Der Abschluss des Formelassistenten darf jetzt nicht durch den "OK" Button, sondern muss durch die Tastenkombination "**strg**", "**shift**", "**enter**" erfolgen. Als sichtbare Information wird die Formel durch EXCEL in der Eingabezeile in geschwungene Klammern gesetzt {}.

Diese Klammern können nicht manuell eingegeben werden.

Matrixfunktionen können nur noch für den gesamten zutreffenden Bereich geändert werden.

Im übrigen können auch "einfache" Funktionen zur Matrixfunktion aufgewertet werden und erreichen eine deutlich erweiterte Performance (erspart zusätzliche Berechnungen oder gar das Programmieren).

5. Simulation

Eine Simulation = Neujahresrechnung wird durch die Funktion `=RANDBETWEEN` ermöglicht. Die nach Option wird in den Spalten H:M neu berechnet. Die Simulation ist für sechs Variable und 100 Datensätze vorbereitet. Die Simulation korrelierter Daten ist in zwei Blöcken aufgebaut.

Im ersten Block mit den Spalten A:F werden die Zufallszahlen erzeugt.

Im Block mit den Spalten H:M werden aus den Spalten A:F die korrelierten Werte erzeugt. Hierbei wird auf die Cholesky Zerlegung zurückgegriffen.

Eine Erweiterung auf mehr als drei Variable ist durch Kopieren der Zellen leicht möglich.

Eine Bemerkung zu Zufallszahlen in EXCEL:

Microsoft verwendet natürlich auch nur sog. Pseudozufallszahlen, was für diese Anwendung auch nicht weiter hinderlich ist.

Hinderlich ist hingegen, dass EXCEL 2003 und frühere Versionen aus unerfindlichen Gründen gelegentlich auch einmal negative Zufallszahlen erzeugen.

Abhilfe: EXCEL beenden und neu starten.

6. empfehlenswerte Literatur

- [1] Jahn, W. Braun, L.: Praxisleitfaden Qualität -Prozessoptimierung mit multivariater Statistik in 150 Beispielen. Carl Hanser Verlag, München 2006
- [2] Jahn, W. Reuter, K.: Komplex, aber beherrschbar. QZ (2011)5, S.34
- [3] QUALITY APP "Prozessverbesserung Multivariat", TQU Verlag 2011
- [4] QUALITY APP "Prozessfähigkeit Multivariat", TQU Verlag 2012
- [5] QUALITY APP "Toleranzen Multivariat", TQU Verlag 2012

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

| | |
|--------------------|---------------|
| Kunde | Automobil OEM |
| Artikel | Modell_A |
| Nummer | 20 |
| Bezeichnung | Säule_B |

QUALITY APPs im TQU VERLAG

| Variable | Benennung | Nummer | Messmittel | Auflösung | Einheit |
|----------|-----------|--------|-----------------|-----------|---------|
| Y1_ | Maß1 | 20-01 | Messmaschine MM | 0,001 | mm |
| Y2_ | Maß2 | 20-02 | | | |
| Y3_ | Maß3 | 20-03 | | | |
| Y4_ | | | | | |
| Y5_ | | | | | |
| Y6_ | | | | | |

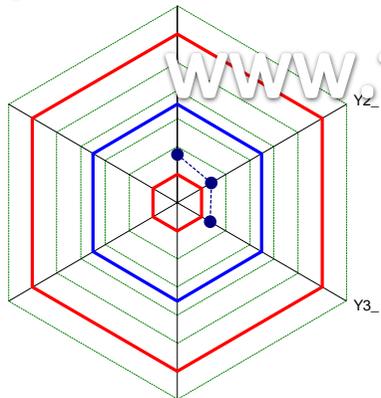
www.tqu-verlag.de

| Variable | Spezifikationen | | | | Parameter Simulation | | Kennwerte Simulation | | multipler Korrelationskoeffizient | Prozessfähigkeiten | | |
|----------|-----------------|-------|-------|-------|----------------------|----------|----------------------|----------|-----------------------------------|--------------------|-------|-------|
| | Soll | Tu | To | T | μ | σ | y_quer | s_ | | Cp | k | Cpk |
| Y1_ | 14,23 | 13,90 | 14,60 | 0,700 | 14,2433 | 0,09807 | 14,23276 | 0,106529 | 0,1938 | 1,095 | 1,008 | 1,087 |
| Y2_ | 6,45 | 6,17 | 6,73 | 0,560 | 6,4496 | 0,07828 | 6,44370 | 0,070325 | 0,1136 | 1,327 | 1,023 | 1,297 |
| Y3_ | 0,55 | 0,20 | 0,90 | 0,700 | 0,6228 | 0,09387 | 0,60755 | 0,107915 | 0,1233 | 1,081 | 1,197 | 0,903 |
| Y4_ | | | | | | | | | | | | |
| Y5_ | | | | | | | | | | | | |
| Y6_ | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | Mpp | | MCpk |
| | | | | | | | | | | 1,44 | 1,4 | 1,286 |

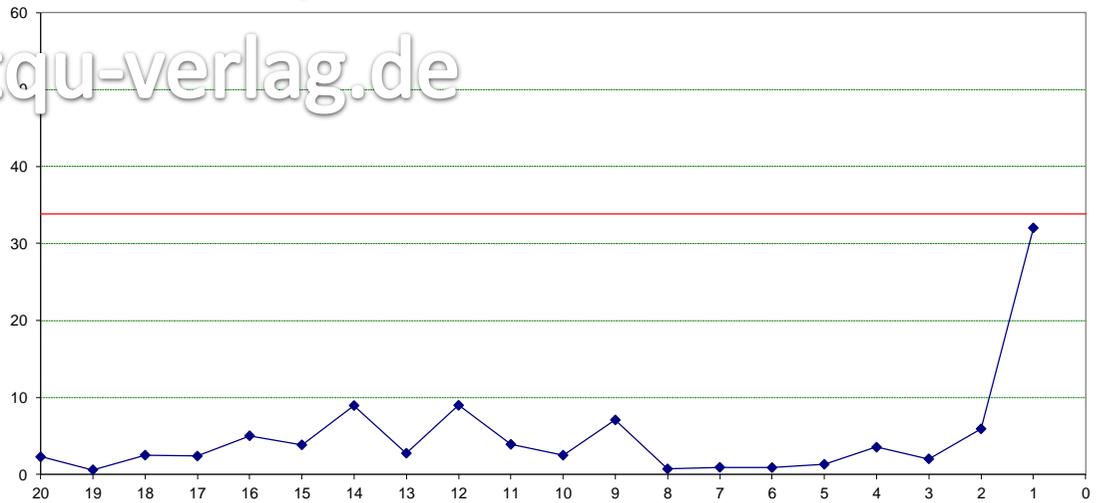
| Grad der Multikollinearität | |
|-----------------------------|----------|
| Det (R) | δ |
| 0,7810 | 1,280 |

| |
|-----|
| m = |
| 3 |

| Dateneingabe | |
|-----------------------|------------|
| Auftrag | 0815 |
| Datum | 11.11.2013 |
| Zeit | 11:10:05 |
| Prüfer | Reuter |
| Y1_ | 14,000 |
| Y2_ | 6,215 |
| Y3_ | 0,250 |
| Y4_ | |
| Y5_ | |
| Y6_ | |
| T ² -Werte | 32,02 |
| Eingriffsgrenze | 33,84 |



relative Lage des aktuellen Datensatzes
 Soll
 Tu To



1 ist aktueller Datensatz

Zeichnungsvorgaben

Die Korrelationskoeffizienten wurden gerundet aus **R** übernommen.

| Korrelationsmatrizen | CAD_R | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|----------------------|-------|--------|--------|--------|---|---|---|--|
| | 1 | 1 | -0,314 | 0,251 | | | | |
| | 2 | -0,314 | 1 | -0,119 | | | | |
| | 3 | 0,251 | -0,119 | 1 | | | | |
| | 4 | | | | 1 | | | |
| | 5 | | | | | 1 | | |
| | 6 | | | | | | 1 | |

Simulation Parameter

| R | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|---|---|--------|---------|---------|---|---|---|
| | 1 | 1 | -0,314 | 0,251 | | | |
| | 2 | -0,314 | 1 | -0,1189 | | | |
| | 3 | 0,251 | -0,1189 | 1 | | | |
| | 4 | | | | 1 | | |
| | 5 | | | | | 1 | |
| | 6 | | | | | | 1 |

| Diagonalmatrizen | CAD_diag | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 0,1167 | 0 | 0 | | | |
| | 2 | 0 | 0,0933 | 0 | | | |
| | 3 | 0 | 0 | 0,1167 | | | |
| | 4 | | | | 0,1167 | | |
| | 5 | | | | | 0,1167 | |
| | 6 | | | | | | 0,1167 |

| diag | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 0,0981 | 0 | 0 | | | |
| | 2 | 0 | 0,0783 | 0 | | | |
| | 3 | 0 | 0 | 0,0939 | | | |
| | 4 | | | | 0,0939 | | |
| | 5 | | | | | 0,0939 | |
| | 6 | | | | | | 0,0939 |

| Korrelationsmatrizen | Σ*yy | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|----------------------|------|---------|---------|---------|-----|-----|-----|--|
| | 1 | 0,0136 | -0,0034 | 0,0034 | | | | |
| | 2 | -0,0034 | 0,0087 | -0,0013 | | | | |
| | 3 | 0,0034 | -0,0013 | 0,0136 | | | | |
| | 4 | | | | #NV | | | |
| | 5 | | | | | #NV | | |
| | 6 | | | | | | #NV | |

| Kovarianzmatrizen | Σyy | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|-------------------|-----|--------|---------|---------|-----|-----|-----|--|
| | 1 | 0,0981 | 0 | 0 | | | | |
| | 2 | 0 | 0,0783 | -0,0061 | | | | |
| | 3 | 0,0023 | -0,0009 | 0,0088 | | | | |
| | 4 | | | | #NV | | | |
| | 5 | | | | | #NV | | |
| | 6 | | | | | | #NV | |

| Inverse Korrelationsmatrizen | Σ*yy ⁻¹ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|------------------------------|--------------------|---------|--------|---------|-----|-----|-----|--|
| | 1 | 85,918 | 30,953 | -18,619 | | | | |
| | 2 | 30,953 | 127,6 | 4,3779 | | | | |
| | 3 | -18,619 | 4,3779 | 78,559 | | | | |
| | 4 | | | | #NV | | | |
| | 5 | | | | | #NV | | |
| | 6 | | | | | | #NV | |

| Inverse Kovarianzmatrizen | Σyy ⁻¹ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|---------------------------|-------------------|---------|--------|---------|-----|-----|-----|--|
| | 1 | 121,59 | 43,907 | -27,532 | | | | |
| | 2 | 43,907 | 181,39 | 6,4712 | | | | |
| | 3 | -27,532 | 6,4712 | 121,35 | | | | |
| | 4 | | | | #NV | | | |
| | 5 | | | | | #NV | | |
| | 6 | | | | | | #NV | |

$$MC_p = \frac{\sqrt{(T)^T S_{yy}^{-1} (T)}}{\sqrt{(T)^T (\Sigma_{yy}^*)^{-1} (T)}} = \frac{188,12}{130,06}$$

Teilergebnisse zu multivariater Prozessfähigkeit

$$K = \sqrt{1 + |\bar{Y} - Soll|^T (\Sigma_{yy}^*)^{-1} |\bar{Y} - Soll|} = \frac{1,1244}{0,2642}$$

$$\Sigma_{yy}^* = \text{diag} \left(\frac{T_1}{6}, \dots, \frac{T_m}{6} \right) * R_{yy} * \text{diag} \left(\frac{T_1}{6}, \dots, \frac{T_m}{6} \right)$$

Ausgangsmatrix (Kopie von Kovarianzmatrix Parameter Simulation)

| Cov | j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| i | a _{ij} | Y ₁ | Y ₂ | Y ₃ | Y ₄ | Y ₅ | Y ₆ |
| 1 | Y ₁ | 0,00962 | -0,0024 | 0,00231 | | | |
| 2 | Y ₂ | -0,0024 | 0,00613 | -0,0009 | | | |
| 3 | Y ₃ | 0,00231 | -0,0009 | 0,00431 | | | |
| 4 | Y ₄ | | | | | | |
| 5 | Y ₅ | | | | | | |
| 6 | Y ₆ | | | | | | |

QUALITY APPs im TQU VERLAG

www.tqu-verlag.de

Matrix nach Cholesky-Zerlegung

| C | j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| i | g _{ij} | Y ₁ | Y ₂ | Y ₃ | Y ₄ | Y ₅ | Y ₆ |
| 1 | Y ₁ | 0,09807 | 0 | 0 | | | |
| 2 | Y ₂ | -0,0246 | 0,07432 | 0 | | | |
| 3 | Y ₃ | 0,02356 | -0,00396 | 0,09078 | | | |
| 4 | Y ₄ | | | | | | |
| 5 | Y ₅ | | | | | | |
| 6 | Y ₆ | | | | | | |

$$g_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{für } i < j \\ \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} g_{ik}^2} & \text{für } i = j \\ \frac{1}{g_{jj}} \left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} g_{ik}g_{jk} \right) & \text{für } i > j \end{cases}$$

Berechnungsstruktur allgemein

| g _{2,1} | j = 1 | g _{1,1} | a _{2,1} |
|------------------|----------|------------------|------------------|
| i = 2 | -0,02458 | 0,09807 | -0,00241 |
| kmax = 0 | | g _{2k} | g _{1k} |
| m = 3 | k = 1 | -0,02458 | 0,09807 |
| | k = | | |
| | k = | | |
| | k = | | |
| | k = | | |

| Auftrag | Datum | Zeit | Prüfer | Y1_ | Y2_ | Y3_ | Y4_ | Y5_ | Y6_ | T ² -Werte |
|---------|----------|-------|--------|--------|-------|-------|-----|-----|-----|-----------------------|
| ### | 20.02.12 | 6:11 | Reuter | 14 | 6,215 | 0,25 | | | | 32,0202449 |
| ### | 20.02.12 | 18:38 | Jahn | 14,128 | 6,454 | 0,795 | | | | 5,91883226 |
| ### | 18.02.12 | 23:45 | Reuter | 14,261 | 6,346 | 0,645 | | | | 2,02310856 |
| ### | 18.02.12 | 5:57 | Jahn | 14,373 | 6,369 | 0,545 | | | | 3,53462961 |
| ### | 17.02.12 | 23:53 | Reuter | 14,339 | 6,452 | 0,67 | | | | 1,3133902 |
| ### | 17.02.12 | 4:14 | Jahn | 14,247 | 6,498 | 0,573 | | | | 0,8834016 |
| ### | 17.02.12 | 17:26 | Reuter | 14,301 | 6,387 | 0,603 | | | | 0,92242565 |
| ### | 17.02.12 | 9:04 | Jahn | 14,157 | 6,437 | 0,585 | | | | 0,7170258 |
| ### | 16.02.12 | 15:52 | Reuter | 14,355 | 6,455 | 0,54 | | | | 7,0791891 |
| ### | 16.02.12 | 2:57 | Jahn | 14,3 | 6,334 | 0,67 | | | | 2,17316 |
| | | | | 14,031 | 6,491 | 0,59 | | | | 3,90665977 |
| | | | | 13,927 | 6,517 | 0,581 | | | | 8,97987467 |
| | | | | 14,5 | 6,4 | 0,19 | | | | 2,7533749 |
| | | | | 14,0 | 6,4 | 0,3 | | | | 8,94976458 |
| | | | | 14,426 | 6,364 | 0,723 | | | | 3,83755134 |
| | | | | 14,356 | 6,302 | 0,744 | | | | 5,02341789 |
| | | | | 14,228 | 6,536 | 0,527 | | | | 2,38285698 |
| | | | | 14,309 | 6,454 | 0,767 | | | | 2,5062815 |
| | | | | 14,156 | 6,463 | 0,608 | | | | 0,60101723 |
| | | | | 14,381 | 6,441 | 0,621 | | | | 2,27917382 |
| | | | | 14,276 | 6,367 | 0,512 | | | | 2,5795638 |

| Originaldaten | Soll | Tu | To | mean | stdev |
|---------------|-------|------|------|---------|----------|
| Y1_ | 14,23 | 13,9 | 14,6 | 14,2433 | 0,098070 |
| Y2_ | 6,45 | 6,17 | 6,73 | 6,4496 | 0,078280 |
| Y3_ | 0,55 | 0,20 | 0,90 | 0,62282 | 0,09387 |
| Y4_ | | | | | |
| Y5_ | | | | | |
| Y6_ | | | | | |

| CAD_R | | | | | |
|--------|--------|---|---|---|--|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| -0,314 | 0,251 | | | | |
| | -0,119 | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

| R | | | | | |
|--------|--------|---|---|---|--|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| -0,314 | 0,251 | | | | |
| | -0,119 | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

| Grenze | 0 | 33,84 |
|--------|----|-------|
| n | 21 | 33,84 |

QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

| Y | Wert | To | Tu | Per | Max | Min | Soll |
|-----|-------|------|------|------|-------|-----|------|
| Y1_ | 14 | 13,9 | 14,6 | 0,7 | 0,143 | 1 | 0,5 |
| Y2_ | 6,215 | 6,17 | 6,73 | 0,56 | 0,08 | 1 | 0,5 |
| Y3_ | 0,25 | 0,20 | 0,9 | 0,7 | 0,071 | 1 | 0,5 |
| Y4_ | 0 | 0 | 0 | #NV | 1 | 0 | 0,5 |
| Y5_ | 0 | 0 | 0 | #NV | 1 | 0 | 0,5 |
| Y6_ | 0 | 0 | 0 | #NV | 1 | 0 | 0,5 |