

# QUALITY APPs Applikationen für das Qualitätsmanagement

## Probieren und Studieren

# Die Operationscharakteristik von Regelkarten SPC als Hypothesentest

#### **Autor: Beat Giger**

Die Regelkartentechnik (Statistical Process Control SPC) verwendet statistische Prinzipien um zu entscheiden, ob die Werte eines Datenverlaufs zufällig streuen (natürliche Streuung mit allgemeinen Ursachen, common causes) oder ob nicht-zufällige Muster (nicht-natürliche Streuung mit speziellen Ursachen, special causes) vorliegen. Dazu findet ein Hypothesentest statt, der die folgenden Hypothesen überprüft:

Null-Hypothese  $H_0$ : der Prozess zeigt die erwartete, natürliche (zufällige) Variation >> der Prozess ist in statistischer Kontrolle Alternativ-Hypothese  $H_A$ : der Prozess zeigt unerwartete, nicht-natürliche (nicht-zufällige) Variation >> der Prozess ist außer Kontrolle

Die Operation of the light of the Regular berg min the life Engriffs val is he ni thkei we red of Proze füring in the minimal being minimal b

Die Average Run Length ARL (mittlere Lauflänge) ist der Kehrwert der Eingriffswahrscheinlichkeit (s. Operationscharakteristik) und gibt an, wie viele Stichprobenziehungen vom Umfang n statistisch gesehen notwendig sind, damit eine Regelkarte eine Mittelwertverschiebung von x mal der Standardabweichung erkennt. Eine wichtige Kenngröße ist der ARL(0)-Wert von Regelkarten, der die durchschnittliche Anzahl Stichproben angibt, nach der es statistisch gesehen zu einem "Fehlalarm" kommt. Dies entspricht der Wahrscheinlichkeit eines  $\alpha$  - Fehlers, d.h. eine Mittelwertverschiebung von x mal der Standardabweichung wird auf der Basis einer Stichprobe mit Umfang n nicht erkannt. Liegt einer Regelkarte der 99,73%-Zufallsstreubereich zugrunde, dann beträgt die mittlere Lauflänge: ARL(0) =  $1/\alpha$  = 1/0,0027 = 370. Bei einem 99%-Zufallstreubereich erreicht der ARL(0) Wert 100.

Mit diesem QUALITY APP aus der Reihe "Probieren und Studieren" kann für Einzelwert-Regelkarten (n = 1) sowie für Mittelwert-Regelkarten (n = 2-100) der Zufallstreubereich, der Stichprobenumfang und die Mittelwertverschiebung in einfacher Weise variiert und die Wirkung auf die OC und die ARL studiert werden. Diagramme unterstützen die Beobachtung und visualisieren die Ergebnisse in hervorragender Weise.

# QUALITY APPs Applikationen für das Qualitätsmanagement

# Lizenzvereinbarung

Dieses Produkt "Die Operationscharakteristik von Regelkarten" wurde von uns mit großem Aufwand und großer Sorgfalt hergestellt. Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt (©). Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Weitergabe, der Übersetzung, des Kopierens, der Entnahme von Teilen oder der Speicherung bleiben vorbehalten.

Alle Ergebnisse basieren auf den vom Autor eingesetzten Formeln und müssen vom Anwender sorgfältig geprüft werden. Die berechneten Ergebnisse sind als Hinweise und Anregungen zu verstehen.

Wir wünschen viel Spaß und Anregungen mit dieser Applikation.

# QUALITY APPs Applikationen für das Qualitätsmanagement

Operationscharakteristik (OC) und Average Run Length (ARL / mittlere Lauflänge) für Einzelwert- und Mittelwert-Regelkarten

#### **Fachliche Hinweise:**



### α - Fehler / α - Risiko

Die Wahrscheinlichkeit, zu Unrecht die Alternativ-Hypothese zu behaupten, ist bei Regelkarten abhängig von der Definition des Zufallstreubereichs. Ist dieser mit xq  $\pm$  3 s definiert (99,73%-Zufallsstreubereich), liegt die Irrtumswahrscheinlichkeit bei der Behauptung von H<sub>A</sub> bei 0,27%. Legt man den 99%-Zufallsstreubereich zugrunde (xq  $\pm$  2,58 s), liegt die Irrtumswahrscheinlichkeit bei der Behauptung von H<sub>A</sub> bei 0,5%.

## β - Fehler / β - Risiko

Die Wahrscheinlichkeit, zu Unrecht die Null-Hypothese zu behaupten, ist neben dem Stichprobenumfang n abhängig von der Streuung s und davon, wie stark sich der Prozessmittelwert gegenüber einem bekannten Soll-Wert verschoben hat.

Bei Regelkarten hat es sich durchgesetzt, die Wahrscheinlichkeit eines  $\beta$  - Fehlers über die Operationscharakteristik (OC) zu optimieren.

Eine alternative Kenngröße ist der Kehrwert der Operationscharakteristik: die mittlere Lauflänge (ARL - average run length).

Operationscharakteristik und mittlere Lauflänge sind wichtige Kriterien beim Design von Regelkarten im Hinblick auf deren Empfindlichkeit.

#### Standardisiertes Delta

Zur Berechn de Oj era on tha am and the OC) and on the eren Lauflänge (ARL, and on the very rerich to the original of the orig

# Optimierung der Empfindlichkeit von Regelharten

- > Die Anwendung von zusätzlichen Regeln (z.B. Western Electric Rules), die in SPC-Software verfügbar sind, erhöht zwar die Empfindlichkeit von Regelkarten, doch muss auch deren Auswirkung auf den ARL (0)-Wert resp. die Wahrscheinlichkeit für einen "Fehl-Alarm" beachtet werden. Bei einem 99,73%-Zufallsstreubereich reduziert sich bei Anwendung der Western Electric Rules der ARL (0)-Wert von 370 auf 91.
  - \* Western Electric Rules: 1 Wert > 3\*s / 2 von 3 > 2\*s / 4 von 5 > 1\*s / 8 Werte auf 1 Seite .... (Entfernung) vom Mittelwert

#### Voraussetzungen:

Die Anwendung dieses APPs wie auch die Anwendung von Regelkartenprinzipien setzt normalverteilte Daten voraus. Diese Voraussetzung darf insbesondere bei Einzelwert-Regekarten nicht vernachlässigt werden, da sonst die Regelkarte nicht "funktioniert". Bei Mittelwert-Karten gilt die Voraussetzung der Normalverteilung in abgeschwächtem Masse, da Mittelwerte gemäß dem Zentralen Grenzwertsatz der Statistik zur Normalverteilung tendieren. Dies trifft umso mehr zu, je größer die Stichprobe ist, aus der ein Mittelwert gebildet wird.

## Anwendung:

Das QUALITY APP unterstützt Einzelpersonen oder Arbeitsgruppen, die sich mit statistischen Auswertungen auseinander setzen.

#### Nutzung:

Das APP ist Orc bie ur 1 Studie in geeig et. The biebereg ster könne bir or bie n Prar eter in the rechten Sie darauf, dass in den Excel- ipti n n u a scr : I ere nung A g

#### Schutz:

Dieses APP ist lauffähig unter Excel. Die Mappe ist insgesomt geschützt. Der Schutz kar i nicht aufgehob in werden. Die einzelnen Blätter der Mappe sind durch einfachen Excel-Schutz geschützt. Vor de Vor in de die nier it in von der Verlag alle weiteren Verpflichtungen ab. Einzelne Blätter oder Zeiten wie Spalten kor nen ausgebiendet sein.

# Ergebnisse:

Alle Ergebnisse beruhen auf den vom Autor eingesetzten Regeln und Berechnungen, sie müssen vom Anwender sorgfältig auf ihre Eignung geprüft werden. Die berechneten Ergebnisse sind als Vorschläge, Hinweise oder Anregungen zu verstehen.

Operationscharakteristik (OC) und Average Run Length (ARL / mittlere Lauflänge) für Einzelwert- und Mittelwert-Regelkarten

Zufallsstreubereich ± Standardabweichung
entspricht Zufallsstreubereich

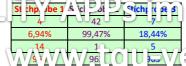
Stichprobe n1
Stichprobe n2
Stichprobe n3

Mittelwertverschiebung

0,90

Stient Oberlanzahr in Eingriffswahrscheinlichkeit (OC) durchschnittliche Anzahl Stichproben (ARL)

(in Einheiten der Standardabweichung)

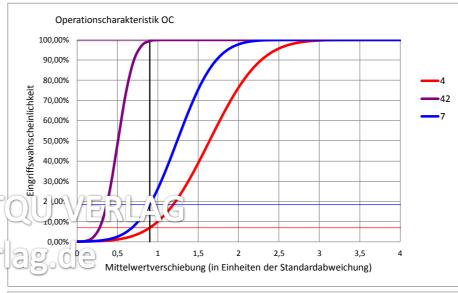


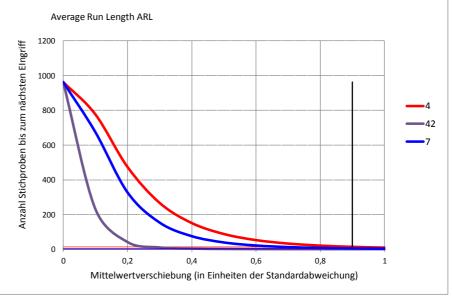
#### Erläuterung

OC: Wahrscheinlichkeit, mit einer Stichprobegröße von n eine Mittelwertverschiebung von x mal der Standardabweichung zu entdecken?

ARL: Anzahl der Stichproben, bis mit einer Stichprobengröße von n eine Mittelwertverschiebung von x mal die Standardabweichung zu entdecken?

ARL(0) - Wert: Anzahl der Stichproben, bis es statistisch gesehen zu einem Fehlalarm kommt





Beat Giger / TQU GROUP