TQU VERLAG
Der zentrale
Grenzwertsatz

QUALITY-APPS Applikationen für das Qualitätsmanagement

Der Zentrale Grenzwertsatz

Autor: Dr. Konrad Reuter

Für ein Folge unabhängiger Zufallsvariablen mit derselben Verteilung und endlichem Erwartungswert μ und endlicher Varianz σ^2
ist die Folge der Mittelwerte asymptotisch (näherungsweise) normalverteilt. *

$$\overline{X}_n \approx Normal\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Der Zentrale Grenzwertsatz ist der Grund für die große Bedeutung der Normalverteilung in der Statistik.
Häufig ist man bei Datenauswertungen an Mittelwerten interessiert. In vielen praktischen Fällen ist die Zufallsstreuung eines Merkmals
die S[illegible]ele[illegible]hängig[illegible]Einzelwerte[illegible]d[illegible]näherungsweise normalverteilt.

QUALITY APPs im TQU VERLAG

Dieses QUALITY APP visualisiert den Zentralen Grenzwertsatz am Beispiel der Augenzahlsumme mit mehreren Würfeln.
Beim Würfeln mit einem (mathematisch exakten) Würfel tritt jede der Augenzahlen 1 bis 6 mit derselben Wahrscheinlichkeit 1/6 auf (diskrete gleichmäßige Verteilung).
Der Erwartungswert der Verteilung der Augenzahl eines Würfels beträgt 3,5; die Varianz beträgt 2,9166.

www.tqu-verlag.de

Für diskrete Verteilungen berechnet sich der Erwartungswert (Mittelwert) zu:

$$E(X) = \sum_i x_i f_X(x_i)$$

Die Varianz errechnet sich zu :

$$VAR(X) = \sum_i (x_i^2 \cdot f_X(x_i)) - (E(X))^2$$

Der Zentrale Grenzwertsatz besagt für das Beispiel "Augenzahlsumme beim Würfeln":

*Die Verteilung der Summen der Augenzahlen mit **n** Würfeln nähert sich mit zunehmendem **n** immer mehr einer Normalverteilung.*

Das QUALITY APP ist so gestaltet, dass Sie interaktiv die Grundlagen der Auswertung normalverteilter Daten und deren wichtigsten Kenngrößen verstehen.

Die QUALITY Applikation ist im Excel-Format und kann sofort eingesetzt werden.

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

* Definition nach Lindeberg und Levy

QUALITY APPS Applikationen für das Qualitätsmanagement

Lizenzvereinbarung

Dieses Produkt wurde von uns mit großem Aufwand und großer Sorgfalt hergestellt.
Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt (©). Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Weitergabe, der Übersetzung, des Kopierens, der Entnahme von Teilen oder der Speicherung bleiben vorbehalten.

QUALITY APPS im TQU VERLAG

Bei Fehlern, die zu einer wesentlichen Beeinträchtigung in der Nutzung dieses Softwareprodukts führen, leisten wir kostenlos Ersatz. Beschreibungen und Funktionen werden als Beschreibung von Nutzungsmöglichkeiten und nicht als rechtsverbindliche Zusicherung bestimmter Eigenschaften. Wir übernehmen keine Gewähr dafür, dass die angebotenen Lösungen für bestimmte vom Kunden beabsichtigte Zwecke geeignet sind.

www.tqu-verlag.de

Sie erklären sich damit einverstanden, dieses Produkt nur für Ihre eigene Arbeit und für die Information innerhalb Ihres Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere für Schulungen und Informationsmaßnahmen außerhalb Ihres Unternehmens (Beratung, Schulungseinrichtung etc.) verwenden wollen, setzen Sie sich unbedingt vorher mit uns wegen einer entsprechenden Vereinbarung in Verbindung. Unsere Produkte werden kontinuierlich weiterentwickelt. Bitte melden Sie sich, wenn Sie ein Update wünschen.

Wir wünschen viel Spaß und Erfolg mit dieser Applikation

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

Quality APPS Applikationen für das Qualitätsmanagement

Voraussetzungen für die Anwendung

Diese Applikation "Der Zentrale Grenzwertsatz" wurde für die Visualisierung statistischer Funktionen erstellt.
Die Anwendung der Applikation fördert tiefergehende theoretische Kenntnisse.
Die Vorgehensweise entspricht internationalen Veröffentlichungen.

Anwendung

Mit Betätigen der F9 Taste simuliert das APP 2.000 Würfelvorgänge mit 5 Würfeln. Die Ergebnisse der Würfelvorgänge können Sie in den entsprechenden Blättern beobachten.

Schutz
Die Blätter sind durch einfachen EXCEL-Schutz gesperrt. Die Mappe ist geschützt mit dem Kennwort: "TQU Verlag"
Dieser Schutz kann vom Anwender in eigener Verantwortung geöffnet werden und der Inhalt seinen Bedürfnissen angepasst werden.
Der Autor und der TQU Verlag lehnen in diesem Fall alle weiteren Verpflichtungen ab.

Ergebnisse
Alle Ergebnisse basieren auf den vom Autor angesetzten Formeln und dürfen von Anwendern sorgfältig geprüft werden.
Die berechneten Ergebnisse sind als Hinweise und Anregungen zu verstehen.

QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

Hinweise EXCEL
Die Blätter zur Berechnung der Diagrammdaten für zwei und mehr Würfel sind ausgeblendet.
EXCEL verwendet für die Simulation Zufallszahlen, die für den vorliegenden Fall allerdings ausreichen.
Die dargestellten Häufigkeiten beruhen auf der Simulation von jeweils 2000 Fällen.
Die Verbindungslinien sind zur besseren Visualisierung eingefügt.
Die Bilder 1 - 4 verwenden eine Grafik "Line - Säule auf zwei Achsen".
Die Bilder NV_5 und NV_5 verwenden eine (XY) -Grafik.
Änderungen an der Datei sollten protokolliert werden.
Die verwendeten EXCEL Namen sind aufgelistet. Die Liste der verwendeten Namen wird über die Funktionstaste F3 ausgegeben

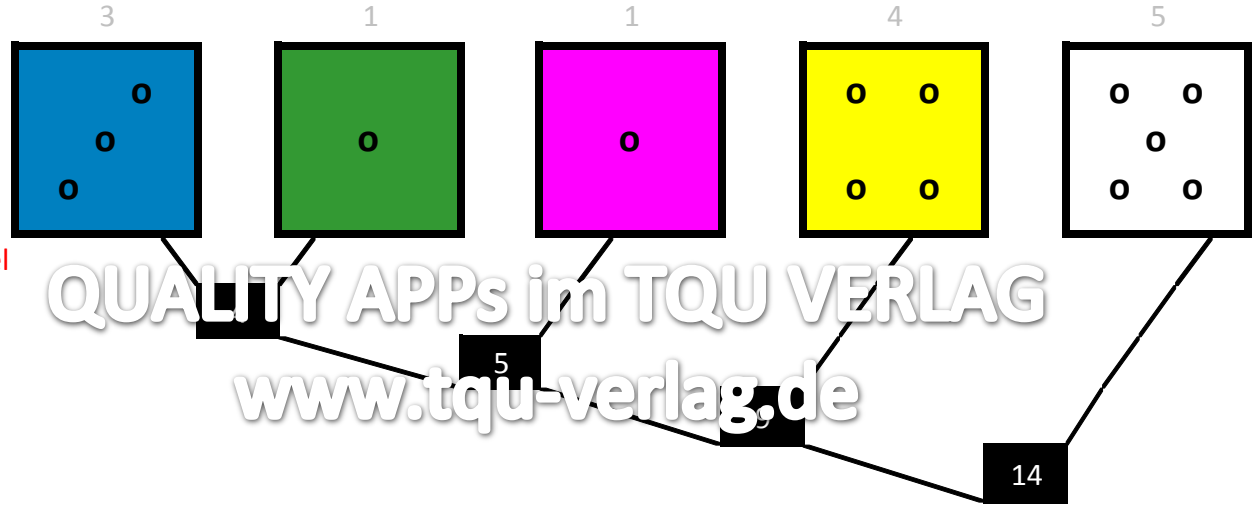
Empfehlenswerte Literatur

Storm, Regina Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle, Leipzig; Köln Fachbuchverlag, 1995

Voß, Werner et al. Taschenbuch der Statistik, Leipzig Fachbuchverlag 2000

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

Würfeln mit F9



QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

Augenzahlsummen

Copyright TQU Verlag

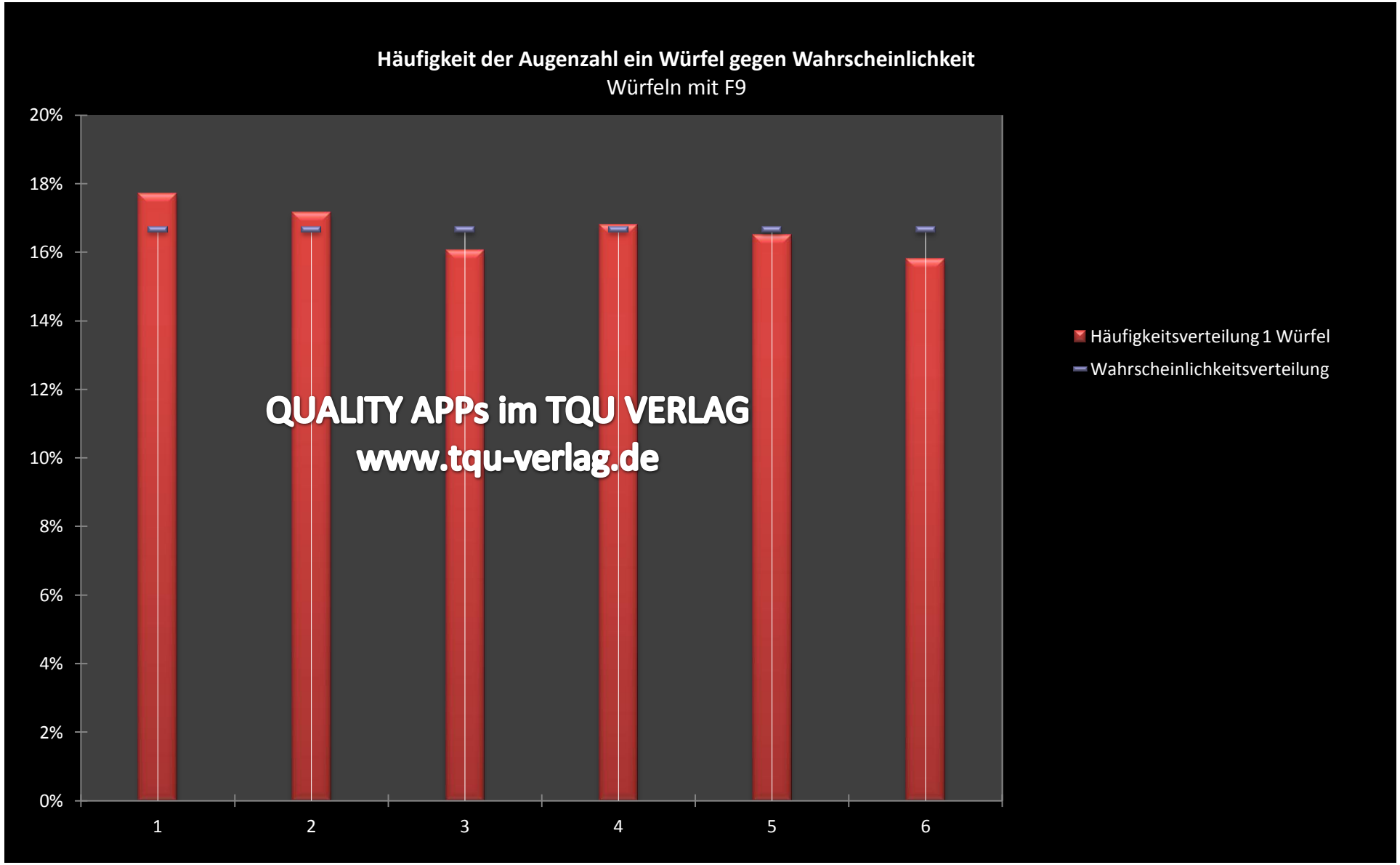
Würfel1
5
1
6
1
5
4
5
4
5
6
6
5
6
4
5
6
3
5
1
1
6
6
3
2
2
2
2
2
2

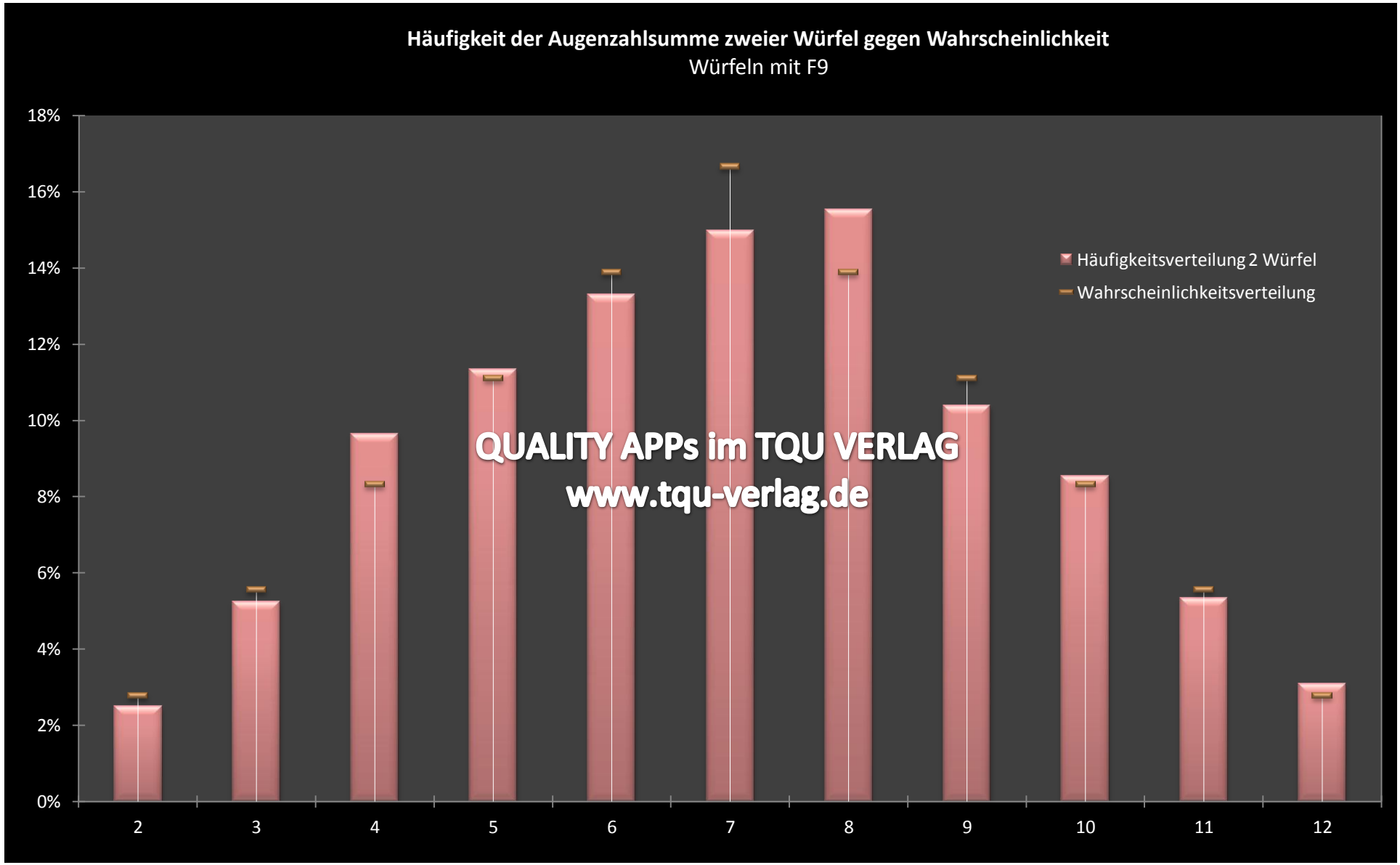
x	Häufigkeit		Wahrscheinlichkeit		Berechnung Varianz
1	354	17,7%	1	16,7%	0,167
2	343	17,2%	1	16,7%	0,667
3	321	16,1%	1	16,7%	1,500
4	33[illegible]	1[illegible]%	1	16,7%	2,667
5	330	[illegible]%	1	16,7%	4,167
6	316	15,8%	1	16,7%	6,000
Simulation	2000		6	100%	
			Mittelwert	Varianz	2,916[illegible]
			3,50	Standardabweichung	1,07[illegible]

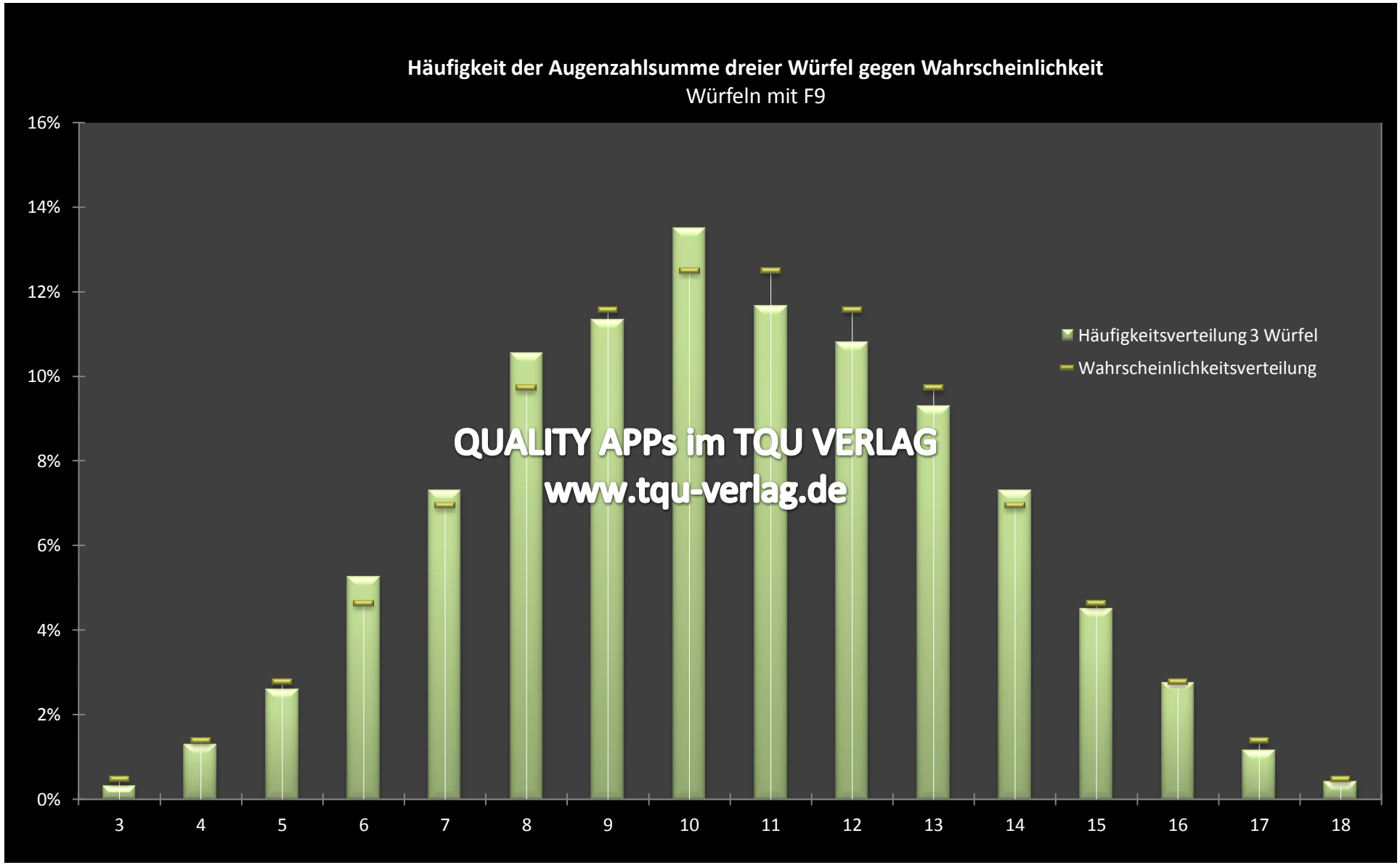
QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

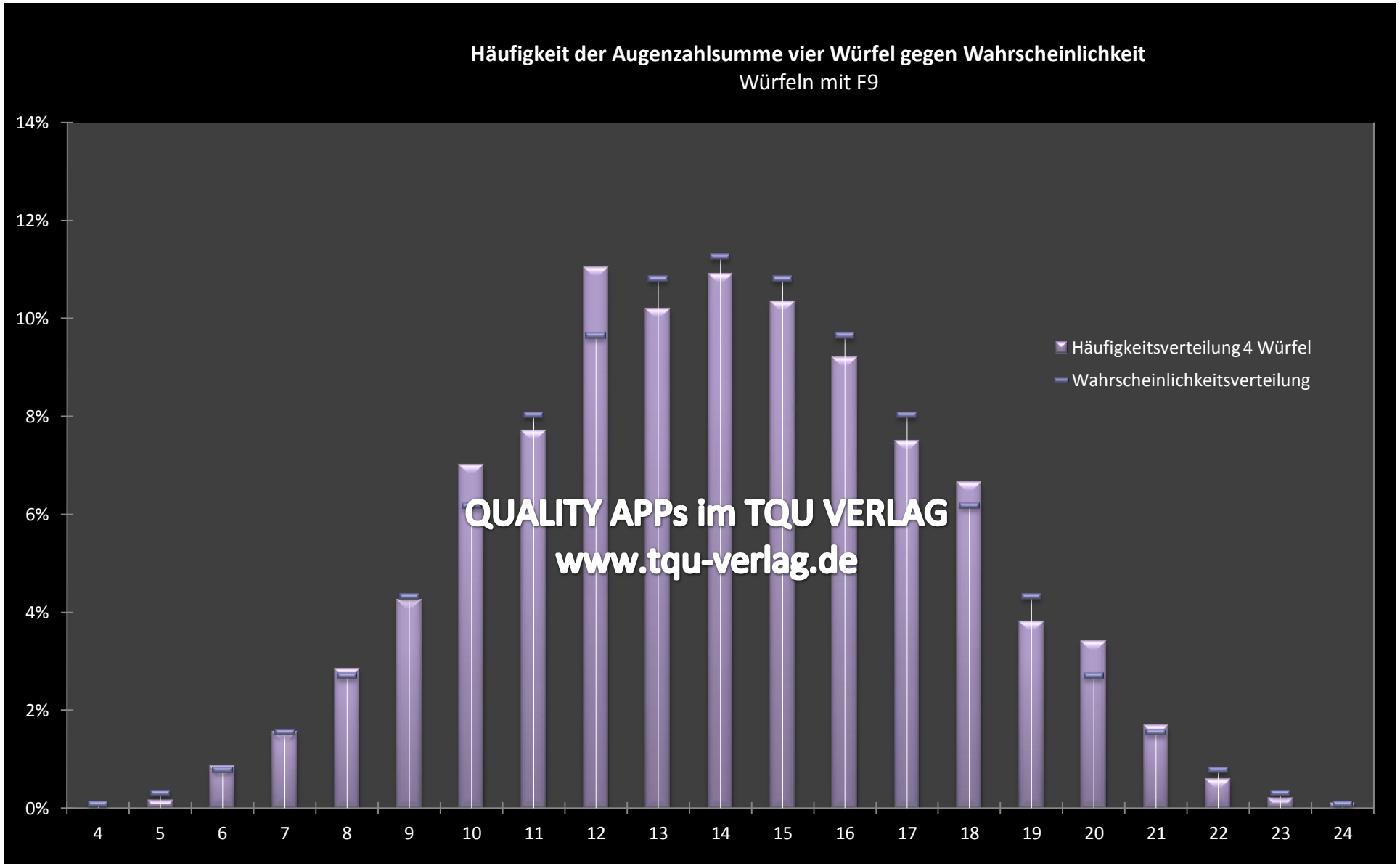
$$E(X) = \sum_i x_i \, f_X(x_i) \qquad VAR(X) = \sum_i (x_i^2 \cdot f_X(x_i)) - (E(X))^2$$

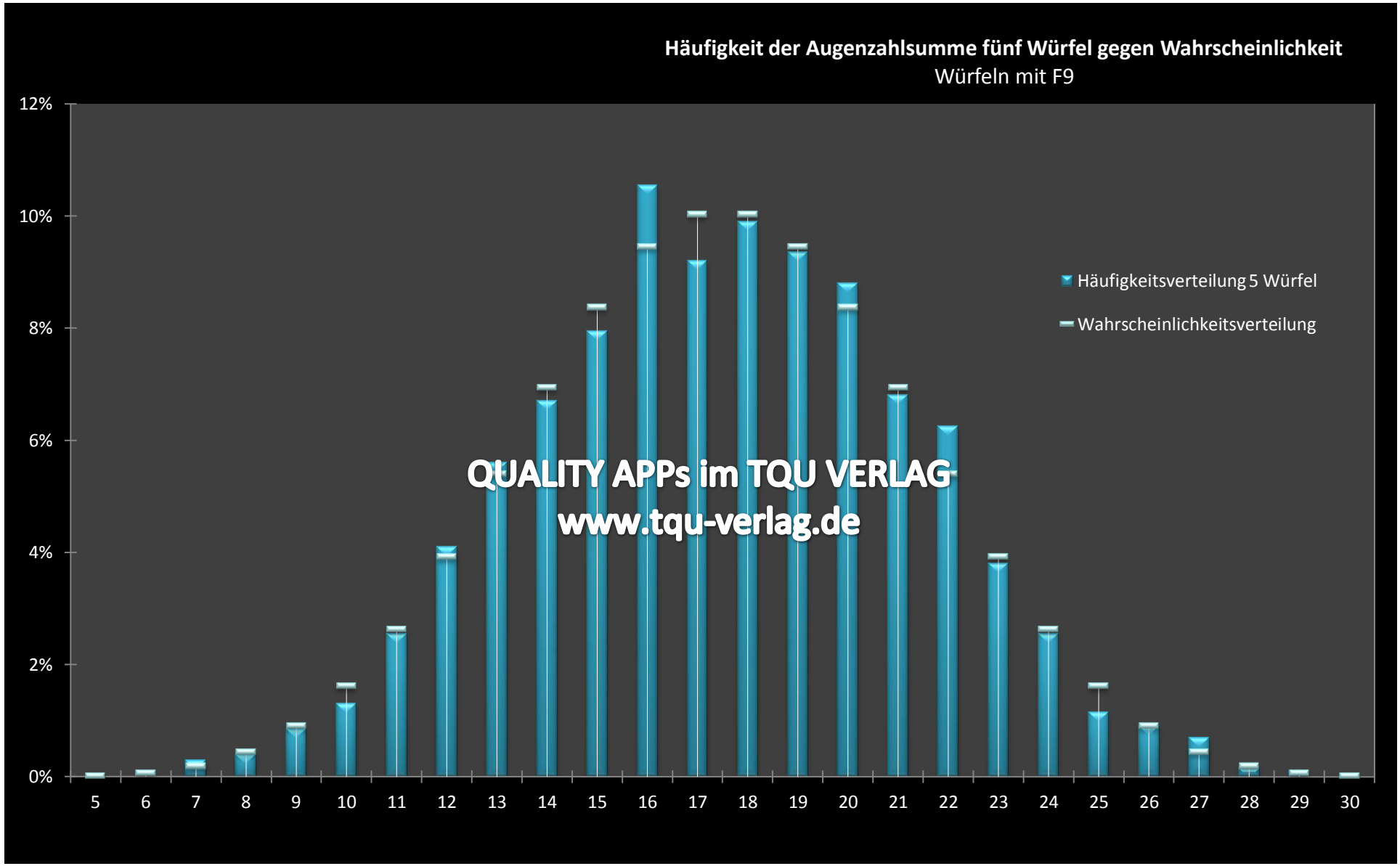
Copyright TQU Verlag

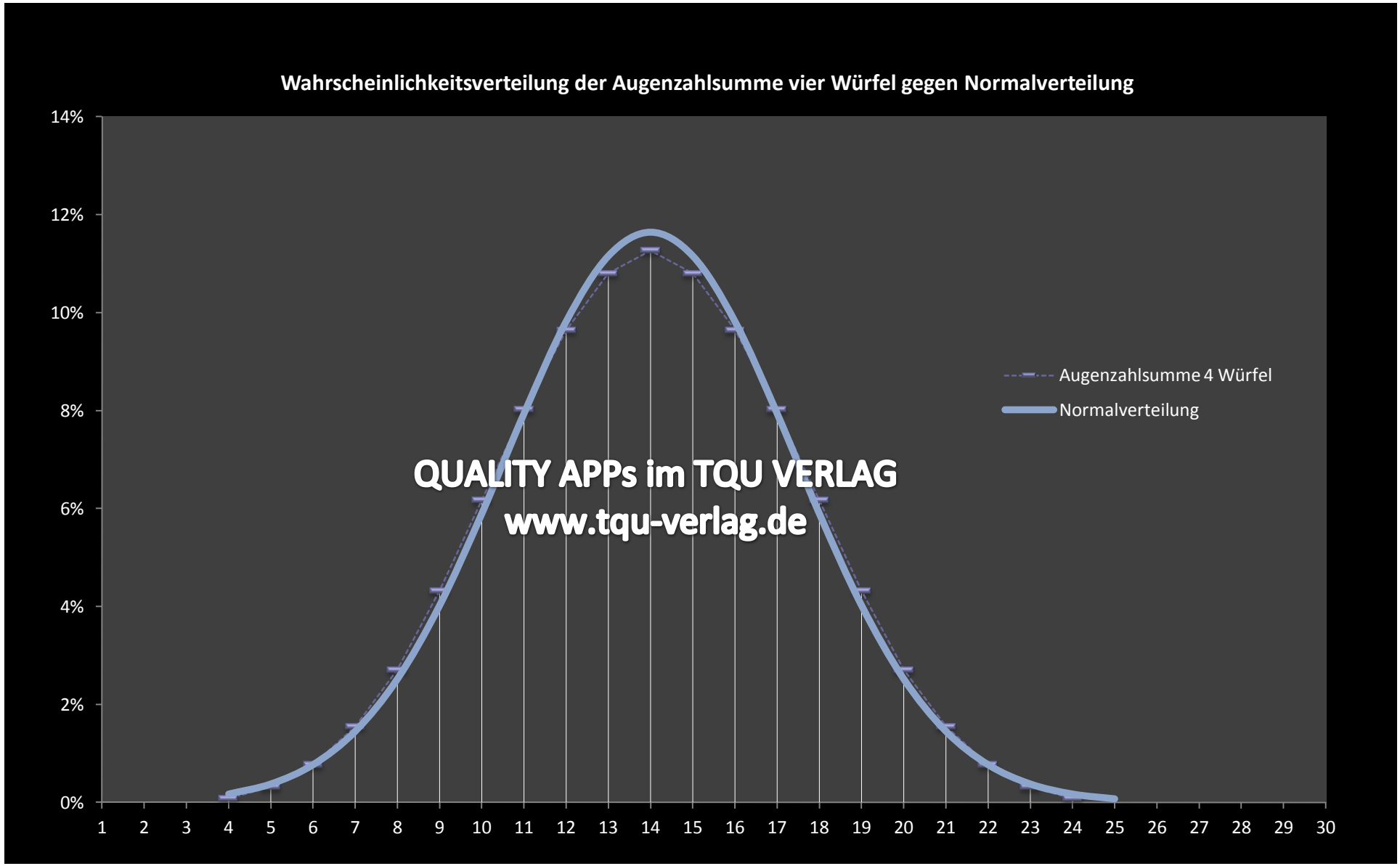

Häufigkeit der Augenzahl ein Würfel gegen Wahrscheinlichkeit
Würfeln mit F9
20%
18%
16%
14%
12%
10%
8%
6%
4%
2%
0%
1
2
3
4
5
6
Häufigkeitsverteilung 1 Würfel
Wahrscheinlichkeitsverteilung
QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

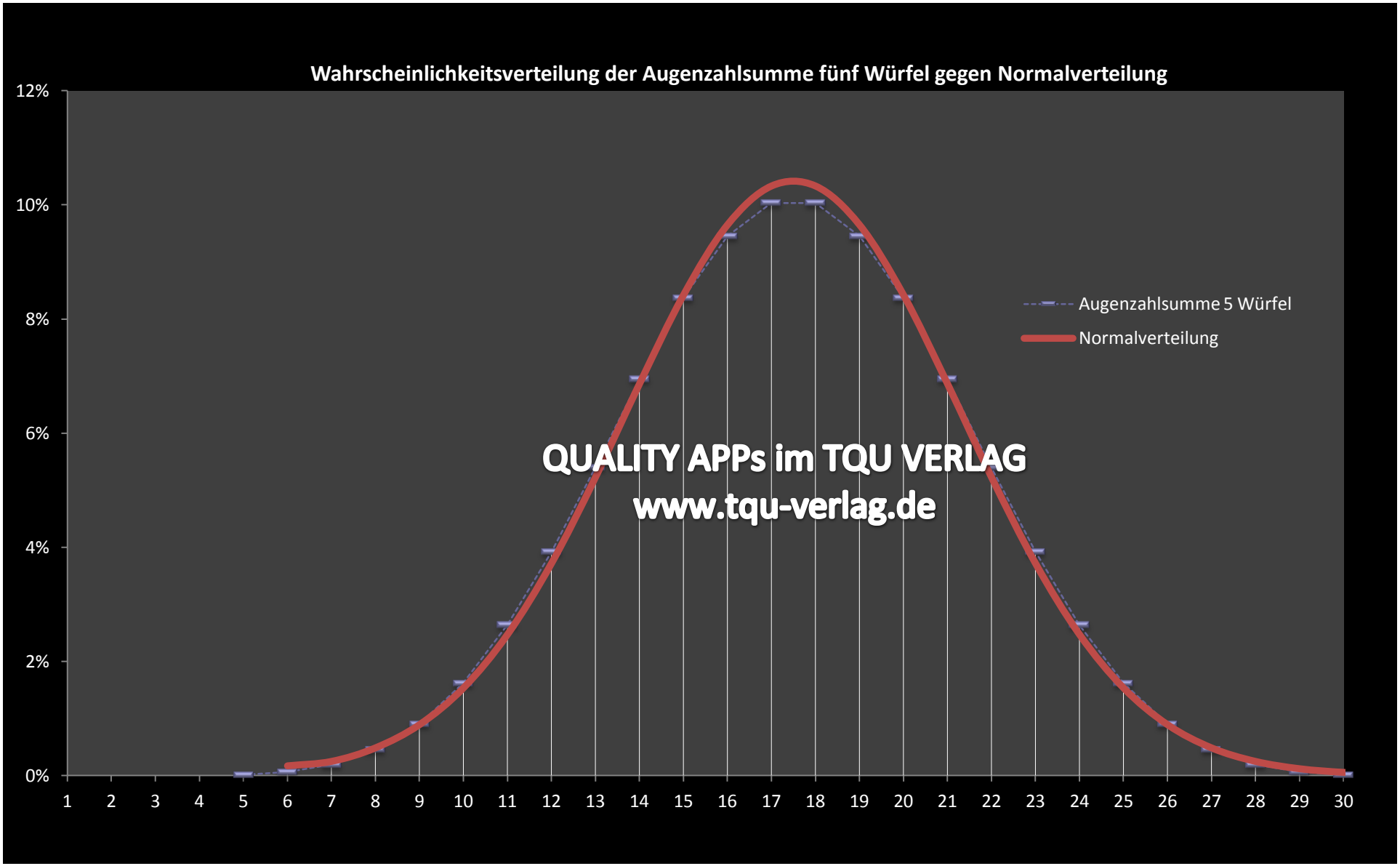

Häufigkeit der Augenzahlsumme zweier Würfel gegen Wahrscheinlichkeit
Würfeln mit F9
18%
16%
14%
12%
10%
8%
6%
4%
2%
0%
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Häufigkeitsverteilung 2 Würfel
Wahrscheinlichkeitsverteilung
QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de


Häufigkeit der Augenzahlsumme dreier Würfel gegen Wahrscheinlichkeit
Würfeln mit F9
16%
14%
12%
10%
8%
6%
4%
2%
0%
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
Häufigkeitsverteilung 3 Würfel
Wahrscheinlichkeitsverteilung
QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de


Häufigkeit der Augenzahlsumme vier Würfel gegen Wahrscheinlichkeit
Würfeln mit F9
14%
12%
10%
8%
6%
4%
2%
0%
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
Häufigkeitsverteilung 4 Würfel
Wahrscheinlichkeitsverteilung
QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de


Häufigkeit der Augenzahlsumme fünf Würfel gegen Wahrscheinlichkeit
Würfeln mit F9
12%
10%
8%
6%
4%
2%
0%
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
Häufigkeitsverteilung 5 Würfel
Wahrscheinlichkeitsverteilung
QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de


Wahrscheinlichkeitsverteilung der Augenzahlsumme vier Würfel gegen Normalverteilung
14%
12%
10%
8%
6%
4%
2%
0%
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
Augenzahlsumme 4 Würfel
Normalverteilung
QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de


Wahrscheinlichkeitsverteilung der Augenzahlsumme fünf Würfel gegen Normalverteilung
12%
10%
8%
6%
4%
2%
0%
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
Augenzahlsumme 5 Würfel
Normalverteilung
QUALITY APPs im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de