



TQU Verlag

**Messunsicherheits-
budget nach GUM**

Beispiel

Messschieber

QUALITY APPs Applikationen für das Qualitätsmanagement

Messunsicherheitsbudget nach GUM für Kalibrierung Messschieber

GUM: Messergebnisse weltweit vergleichbar machen

Autor:

[Dr. Konrad Reuter](#)

Unter Kalibrierung in der Messtechnik ist ein Messprozess zur zuverlässig reproduzierbaren Feststellung und Dokumentation der Abweichung eines Messgerätes oder einer Maßverkörperung zu einem anderen Gerät oder Maßverkörperung, das in diesem Fall als Normal bezeichnet wird. Die ermittelte Abweichung wird zur Korrektur der in einer messtechnischen Prüfung abgelesenen Werte verwendet.

GUM ist die Abkürzung für den ISO/BIPM-Leitfaden „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“. Ziel des Leitfadens ist eine international einheitliche Vorgehensweise beim Ermitteln und Angeben von Messunsicherheiten, um Messergebnisse weltweit vergleichbar zu machen. Bedeutung hat der GUM daher vor allem beim Kalibrieren gewonnen. Bei Kalibrierscheinen von akkreditierten Kalibrierlaboratorien, beispielsweise im DAkkS, ist der GUM die verbindliche Grundlage zur Ermittlung der Messunsicherheit.

Die Messunsicherheit charakterisiert den Bereich, den ein Messwert aufgrund der durchgeführten Messung verknüpfert werden kann. Die nach dem oben genannten Verfahren berechnete Messunsicherheit erlaubt es, vorab zu beurteilen, ob das Vertrauen in die mit dem angezeigten Wert verbundenen Messergebnisse innerhalb eines bestimmten Wertebereiches liegt. Die Wahrscheinlichkeit für dieses Intervall wird in der Regel zu 95% gewählt.

Die einem Messwert beizugehörige Messunsicherheit ist eine unausweichliche Angabe jeder Messung. Sie spielt eine wichtige Rolle bei Entscheidungen, wenn ein Messwert in der Nähe eines vorgegebenen Grenzwertes liegt. Eine wohlbegründete Unsicherheitsangabe ist ein unverzichtbares Instrument für die Profis in der Messtechnik. Die Messunsicherheit gibt sowohl dem Prüf- oder Kalibrierlaboratorium als auch dem Anwender wertvolle Informationen über die Qualität und die Zuverlässigkeit des Messergebnisses. Die Angabe der Messunsicherheit ist bei Kalibrierungen unbedingt notwendig.

Das Messunsicherheitsbudget stellt sämtliche Faktoren dar, die Einfluss auf ein Messergebnis haben. Es wird aufgezeigt, in welcher Form/welchem Ausmaß dieser Einfluss wirksam wird. Zu berücksichtigen sind dabei die verwendeten Bezugsnormale, das verwendete Referenzmaterial, benutzte Verfahren und Einrichtungen, Umgebungsbedingungen, Eigenschaften und Zustand des zu prüfenden oder zu kalibrierenden Gegenstandes und selbstverständlich der menschliche Einfluss durch den Prüfer selbst. Basierend darauf kann durch Anwendung geeigneter mathematischer und statistischer Auswerteverfahren eine quantitative Aussage darüber getroffen werden, welcher Bereich dem Messergebnis vernünftigerweise (mit Wahrscheinlichkeit 95%) zugeordnet werden kann.

Ein Messunsicherheitsbudget ist keine „Konstante“, die einmal erfasst und danach ad acta gelegt wird, sondern es sollte mit zunehmender Erfahrung immer weiterentwickelt und gezielt ausgewertet werden. Einen Bereich sollte die Analyse von Werten aus immer wiederkehrenden Einzelmessungen bilden, beispielsweise die Auswertung von Ergebnissen aus Kalibrierungen von Messgeräten, die für Prüfungen eingesetzt werden. Aus dieser Analyse können Aussagen darüber getroffen werden, welches Langzeitverhalten ein Gerät aufweist und daraus auch Schlüsse gezogen werden, inwiefern das festgelegte Kalibrierintervall adäquat ist.

Dieses QUALITY APP liefert nicht nur dem Qualitätsmanagement wertvolle Unterstützung bei der kritischen und sachkundigen Bewertung von Messdaten. Das APP ist so gestaltet, dass Sie interaktiv die Grundlagen der Unsicherheitsbudgetierung am Beispiel eines Messschiebers testen und anwenden können. Die QUALITY Applikation ist im Excel-Format und kann sofort eingesetzt werden.

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

QUALITY APPs Applikationen für das Qualitätsmanagement

Lizenzvereinbarung

Dieses Produkt "Messunsicherheitsbudget nach GUM Messschieber" wurde von uns mit großem Aufwand und großer Sorgfalt hergestellt. Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt (©). Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Weitergabe, der Übersetzung, des Kopierens, der Entnahme von Teilen oder der Speicherung bleiben vorbehalten.

Bei Fehlern, die zu einem wesentlichen Beeinträchtigung der Nutzung dieses Softwareproduktes führen, leisten wir kostenlose Ersatzbeschreibungen und unterstützen Sie bei der Beschreibung von Nutzungsmöglichkeiten, nicht als verbindliche Zusage, sondern bestimmter Eigenschaften. Wir übernehmen keine Gewähr dafür, dass die angebotenen Lösungen für bestimmte vom Kunden beabsichtigte Zwecke geeignet sind.

Sie erklären sich damit einverstanden, dass Sie das Produkt nur für Ihre eigenen internen oder externen Zwecke Ihres Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaterialien bei anderen Unternehmen (Beratung, Schulungseinrichtung etc.) verwenden wollen, setzen Sie sich unbedingt vorher mit uns wegen einer entsprechenden Vereinbarung in Verbindung. Unsere Produkte werden kontinuierlich weiterentwickelt. Bitte melden Sie sich, wenn Sie ein Update wünschen.

Alle Ergebnisse basieren auf den von den Autoren eingesetzten Formeln und müssen vom Anwender sorgfältig geprüft werden. Die berechneten Ergebnisse sind als Hinweise und Anregungen zu verstehen.

Wir wünschen viel Spaß und Anregungen mit dieser Applikation

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

QUALITY APPS Applikationen für das Qualitätsmanagement

Messunsicherheitsbudget nach GUM am Beispiel Messschieber

Voraussetzungen für die Anwendung

Dieses QUALITY APP ist für die Demonstration angelegt.

Diese Applikation ist auf der Basis der umfangreichen Erfahrungen der Autoren gestaltet worden.

Die Anwendung der Applikation sollte mit tiefergehenden theoretischen Kenntnissen erweitert werden.

Die Vorgehensweise entspricht internationalen Veröffentlichungen.

Lösung

1. Messunsicherheit

Die Angabe der Messunsicherheit auf Kalibrierscheinen ist unerlässlich. Ohne eine solche Information darf der Begriff "Kalibrierschein" nicht verwendet werden (auch sog. Werkskalifizierung).

Der "Leitfaden zur Angabe der Messunsicherheit im Messen" kurz "GUM" gilt als anerkannter Basis für die erforderlichen Berechnungen.

Für die Darstellung dieser Berechnungen hat sich der Begriff "Messunsicherheitsbudget" eingebürgert. Das Messunsicherheitsbudget ist im Grunde eine Tabelle, welche die ermittelten Werte zusammenstellt und die weiteren Berechnungen zusammenfasst.

Die Tabellenkalkulation ist dafür weit verbreitet. Beste ist es, getreu dem GUM, auch von Spezialisten verbreitet genutzt.

Ausgangspunkt für ein Messunsicherheitsbudget sind die präzise gefasste Messaufgabe und die relevanten Informationen zu Messmitteln und deren Einsatzbedingungen. Hierbei ist die ganze Erfahrung des Messtechnikers gefordert.

Das Blatt "Messproblem" dokumentiert das Ergebnis einer solchen Analyse am Beispiel der Kalibrierung eines Messschiebers.

Messproblem

Den ermittelten Einflussgrößen muss eine Wahrscheinlichkeitsverteilung und ein daraus resultierende Standardabweichung zugeordnet werden.

Basis dieser Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind eigene oder fremde Messungen (Methode A) oder Informationen aus anderen Quellen (Methode B).

"Andere Quellen" können Angaben der Messmittelhersteller, Ergebnisse aus Kalibrierscheinen, Erfahrungen zu Umgebungsbedingungen und Langzeitverhalten von Messmitteln oder weitere Informationen sein.

Der nächste Schritt besteht in der Aufstellung einer "Modellgleichung" für den Messprozess.

Modellgleichung

Beim Kalibrieren wird diese immer die Differenz zwischen der Anzeige des Kalibriergegenstandes und dem Referenznormal beschreiben.

Bei indirekten Messungen ist es der physikalische Zusammenhang wie z.B. bei der Geschwindigkeit als Quotient aus Weg und Zeit.

Die Daten der verwendeten Normale sind in einer Tabelle "Normale" zusammengestellt. In der Regel werden diese aus einer internen Datenbank herausgezogen sein, in der auch die Aktualität der Rückführung dokumentiert ist.

Normale

Das Messunsicherheitsbudget stellt im Beispiel "Budget_1" die Einflussgrößen zeilenweise dar.

Budget_1

Die Spalte (2) beinhaltet die jeweiligen Schätzwerte und die Spalte (3) den zugeordneten Unsicherheitsbeitrag.

Dieser ist im Falle einer Normalverteilung die Standardabweichung, bei einer Rechteckverteilung ist es der Abweichungsbetrag a .

Spalte (4) zeigt die zugeordnete Wahrscheinlichkeitsverteilung und Spalte (5) einen daraus abgeleiteten Gewichtungsfaktor zur Berechnung der Standardmessunsicherheit.

Verteilungsmodelle

Die Sensitivitätskoeffizienten c_i ergeben sich aus der Anwendung des Gesetzes zur Fortpflanzung von Messunsicherheiten (Fehlerfortpflanzungsgesetz) und stellen die partiellen Ableitungen der Modellgleichung nach den jeweiligen Einflussgrößen dar. Bei Summen und Differenzen ergeben sich dabei noch keine mathematischen Aufwendungen.

$$u_c^2(y) = \left(\sum_{i=1}^N c_i u(x_i) \right)^2 = \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2$$

Beim Fehlerfortpflanzungsgesetz handelt es sich um eine Taylorreihe, die nach dem 1. Term (erste Ableitung) abgebrochen wird.

Der "simple" Messchieber hat aber bei der Betrachtung der Wärmeausdehnung bereits die Tücke, dass auch die 2. Ableitung erforderlich ist. Andernfalls würde der Einfluss der Unsicherheit der Wärmeausdehnungskoeffizienten verschwinden.

Es wird sich allerdings aus dem Budget ergeben, dass dieser Einfluss bei Einhaltung der erforderlichen Sorgfalt (Klimatisierung) des Labors gegenüber anderen Unsicherheitsbeiträgen vernachlässigbar sein wird.

Es ist unmittelbar einsichtig, dass bei Methode A der Umfang der eingebrachten Messungen n eine Rolle spielen muss.

Dies wird erfasst mit dem Freiheitsgrad ν .

Für das gesamte Budget werden die einzelnen Freiheitsgrade zusammengefasst (Spalte 10, Formel nach Welch-Satterthwaite).

Für Wahrscheinlichkeitsverteilungen $\nu < \infty$ gilt die t-Verteilung. Alle Irrtümer siehe GUM!

Falls der zusammengefasste Freiheitsgrad $\nu < 50$ ist, wird der Faktor k über die t-Verteilung berechnet. Damit wird der Erkenntnis Rechnung getragen, dass ein solch geringer Informationsumfang weniger "verlässlich" ist.

Die t-Verteilung wird mit geringeren Freiheitsgraden immer breiter als die Normalverteilung (identisch bei $\nu = \infty$).

Die einzelnen Unsicherheitsbeiträge werden in Spalte (9) zur Standardmessunsicherheit u zusammengefasst.

Um einen Bereich angeben zu können, dem das Ergebnis mit 95% Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden kann, wird die Standardmessunsicherheit u mit einem Faktor k zur erweiterten Messunsicherheit U multipliziert..

Kann für die resultierende Wahrscheinlichkeitsverteilung eine Normalverteilung angenommen werden, wird $k = 2$ gewählt (ergibt ca. 95,4%).

Häufig kann der zentrale Grenzwertsatz hierfür angewendet werden.

Der gewählte Faktor k ist im Kalibrierschein bzw. den Ergebnisprotokollen anzugeben.

Auch hierbei hat der "simple" Messchieber eine weitere Tücke, da wegen der Dominanz der Unsicherheitsbeiträge aus Auflösung und Abbefehler sich keine Normalverteilung ergibt. Die Verteilung kann mit einer Trapezverteilung beschrieben werden und dies hat zur Folge, dass $k < 2$ berechnet wird.

Die Messunsicherheit wird in der Regel mit zwei gültigen Ziffern dargestellt und ist bei der Rundung des Messergebnisses zu berücksichtigen.

Für die Bewertung und ggf. Verbesserung des Messprozesses ist die grafische Darstellung der einzelnen Unsicherheitsbeiträge als Kreis oder Paretodiagramm zweckmäßig.

Diagramm Budget_1

Hinweise:

Es kann zweckmäßig sein, das Messunsicherheitsbudget mit relativen Unsicherheiten w bzw. W zu berechnen.

Schließlich erspart die Anwendung der Monte-Carlo-Methode die Anstrengungen zur partiellen Differentiation der Modellgleichung sowie die Berechnungen von Freiheitsgraden und liefert direkt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, aus der dann ein 95% Überdeckungsbereich bestimmt werden kann.

Simulationsläufe mit einem Umfang von $n = 10.000$ sind auch für EXCEL-Makros kein Problem. Allerdings empfiehlt es sich wegen der Berechnungsdauer, die Auswertung in einer getrennten Mappe durchzuführen.

QUALITY APPs im TQU VERLAG

Quellen

DIN V ENV 13005 Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen

JCGM 100:2008 Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) (geringfügigen Änderungen, frei verfügbar)

JCGM 101:2008 Evaluation of measurement data - Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" Propagation of distributions using a Monte Carlo method

JCGM 104:2009 Evaluation of measurement data - An introduction to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" and related documents

DAKKS-DKD-3 Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen

DAKKS-DKD-3-E1 Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen Ergänzung 1 - Beispiele

DAKKS-DKD-3-E2 Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen Ergänzung 2 - zusätzliche Beispiele

VDI/VDE/DGQ 2618 Blatt 9.1 Prüfanweisung für Messschieber für Außen- Innen- und Tiefenmaße

2. EXCEL

Die EXCEL-Lösung stützt sich auf folgende Prinzipien:

Funktionelle Aufteilung auf verschiedene Blätter.

Optische Hervorhebung von Zellen in Abhängigkeit von ihrer Funktion.

Kommentierung wesentlicher Zellen

Vergaben von Namen für Variable.

Textliche Kommentierungen in rot kursiv.

Bezug auf Zellen mit Funktionen

Reagieren auf Bedingungen /Verzweigungen

Ausblenden von Zellinhalten, die nicht zutreffend sind

Erzwingung einer geeigneten Zahlenformatierung im Protokoll mit vorgegebener Stellenzahl.

Verknüpfung von Zellinhalten über "&"

Zellen werden in Berechnungsblättern und Protokollen nicht über "Zellen verbinden" formatiert!

Als Lösung dient die Formatierung schmaler Spalten und die Formatierung

benachbarter Zellen mit "Über Auswahl zentrieren". Die Nachteile verbundener Zellen sind damit vermieden.

Eingabe Daten
errechnete Werte
Bezeichnungen

Bemerkungen

Namen

VERGLEICH(;;0)
INDEX(;;)
SVERWEIS(;;0)
ISTLEER()
ISTZAHL()
WENN(;;)
FEST(;;)
= "text1" & BEZUG

3. Anwendung

Das QUALITY APP unterstützt Einzelpersonen oder Arbeitsgruppen, die sich mit Kalibrierungen von Längenmessmitteln auseinandersetzen.

4. Nutzung

Der Nutzer kann eigene Daten zu Normen, Temperaturen und Messwertungen eingeben, die sich in die entsprechenden

Schutz

Dieses APP ist lauffähig unter Excel 2007 und aufwärts.

Bei den eingetragenen Daten handelt es sich um spezielle Testurteile für die Kalibrierung.

Die Mappe ist insgesamt geschützt. Der Schutz kann nicht auf andere Weise aufgehoben werden.

Die einzelnen Blätter der Mappe sind durch einfachen Excel-Schutz geschützt.

Dieser Schutz kann vom Anwender in eigener Verantwortung geöffnet werden und der Inhalt seinen Bedürfnissen angepasst werden.

Werden vom Anwender die eingerichteten Schutzmaßnahmen aufgehoben, lehnen die Autoren und der Verlag alle weiteren Verpflichtungen ab.

Einzelne Blätter oder Zeilen wie Spalten können ausgeblendet sein.

Ergebnisse

Alle Ergebnisse basieren auf den von den Autoren eingesetzten Formeln und müssen vom Anwender sorgfältig geprüft werden.

Die berechneten Ergebnisse sind als Hinweise und Anregungen zu verstehen.

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

Beschreibung des Messproblems	Prozessgleichung:	
Kalibrierung Messschieber	$f_i = l_{iX} - l_{iN}$	
Durchführung	verbale Beschreibung der Fehlerquellen	Verteilung
Vergleich des Messschiebers mit einem Endmaß Ermittlung der Max. Abweichung $f_{i\max}$	Unsicherheit Endmaß (Kalibrierschein)	Normal
	Unsicherheit mit Ablesungskoeffizienten	Rechteck
	Thermische Einflüsse auf Endmaß, und Messschieber	Rechteck
	Wiederholstandardabweichung	Normal
l_{iX} abgelesener Wert	Ablesung Messschieber	Rechteck
l_{iN} Länge des Endmaßes		

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

Modellgleichung $f_i = l_{iX} + \delta_{iX} + \delta_M - l_{iN} + \delta_N + L_N \Delta t \bar{\alpha}$					
Nr	Symbol	Wert	Einheit	Definition	Bemerkungen / Quellen
1	l_{iX}	131,40	mm	aktuelle Ablesung Messschieber	Mittelwert aus 3 Ablesungen
	δ_{iX}	0,00	mm	Wiederholstandardabweichung Ablesung n = 3	Es wurden bei Wiederholungsmessungen keine Abweichungen festgestellt, deshalb kein Beitrag zur Unsicherheit
2	l_{iN}	131,4002	mm	Länge Endmaß	aus aktuellem Kalibrierschein
3	L_N	131,40	mm	nominelle Länge Endmaß	VDI/VDE/DGQ 2618 Blatt 9.1
4	Δt	0,5	K	Temperaturunterschied zwischen Endmaß und Messschieber	Erfahrungswert im Labor
5	α_N	1,50E-05	K ⁻¹	Ausdehnungskoeffizient Endmaß	Metall (aktueller Kalibrierschein)
6	$\delta\alpha_N$	1,5E-06	K ⁻¹	Unsicherheit Ausdehnungskoeffizient Endmaß	10% vom Wert
7	α_X	1,50E-05	K ⁻¹	Ausdehnungskoeffizient Messschieber	Metall
8	$\delta\alpha_X$	1,5E-06	K ⁻¹	Unsicherheit Ausdehnungskoeffizient Messschieber	10% vom Wert
9	δl_X	+/- 5	μm	Auflösung der Anzeige des Messschiebers	Analoganzeige mit 20 mm Nonius zu 50 μm , Digitalanzeige 10 μm
10	δl_M	+/- 20	μm	Einflüsse Messkraft, Abbe-Fehler, Ebenheits- / Parallelitätsabweichung	Erfahrungswert, Wiederholstandardabweichung
11	δl_N	0,100	μm	Standardunsicherheit Endmaß	aus aktuellem Kalibrierschein

Bemerkung: Das Budget_1 berücksichtigt die Unsicherheit der Ausdehnungskoeffizienten, welche aus Budget_2 übernommen wurde.

Nr	Endmaß Nennwert mm	Endmaß Kalibrier- schein mm	Standardun- sicherheit μm	Regression für U mit $k = 2$		Kalibrierscheindaten für Rückverfolgbarkeit
				v-Achse μm	Anstieg 1/mm	
1	30,0	30,00028	0,050	0,1	6,6E-07	## DAkS-K-##### MM-JJ
2	41,3	41,30019	0,050	0,1	6,6E-07	## DAkS-K-##### MM-JJ
3	131,4	131,4002	0,100	0,2	1,0E-06	## DAkS-K-##### MM-JJ

Die Daten sind aus dem Kalibrierschein zu übernehmen.

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	verbleibende Einflussgrößen im Budget	Schätzwert	angenommener Unsicherheitsbeitrag E	Verteilung	Gewichtung	Standardmessunsicherheit (3)*(5)	Sensitivitätskoeffizient c	Freiheitsgrad v	Unsicherheitsbeitrag u = (6)*(7)	Freiheitsgrade v=(9)^4/(8)
Nr	Bezeichnung	Symbol	Einheit							
1	aktuelle Ablesung Messschieber	I_{IX}	131,40	0	mm	Normal	1,000	2	0,00E+00	0,0E+00
2	Länge Endmaß	I_{IN}	131,4	1,00E-04	mm	Normal	1,000	50	-1,00E-04	2,0E-18
3	Auflösung der Anzeige des Messschiebers	δ_{IX}	0	5,0E-03	mm	Rechteck	0,577	∞	2,89E-03	
4	Einflüsse Messkraft, Abbe-Fehler / Parallelitätsabweichung	δ_{II}	0	2,15E-02	mm	Rechteck	0,577	∞	1,15E-02	
5	Temperaturunterschied Endmaß zu Messschieber	Δt	0	5,0E-01	K	Rechteck	0,577	∞	5,69E-04	
6	Unsicherheit der Ausdehnungskoeffizienten	$u(\Delta t \alpha)$						∞	5,70E-04	
8	Abweichung	f_i	1,00	4,00E-02	mm				1,19E-02	2,0E-18
9	Anzahl Dezimalstellen für Aufrunden	3							2,05E-02	1,0E+10
10									Erweiterungsfaktor k =	1,72

QUALITY APPS im TQU VERLAG
www.tqu-verlag.de

Zwischenwert
Zusammengefasster Freiheitsgrad v
Berechnung Erweiterungsfaktor k bei v < 50 mit t-Verteilung

Die Messunsicherheit hat zwei dominante Beiträge.
Folglich ist die Berechnung von k über die Freiheitsgrade nicht möglich.
Nach DAkkS-DKD-3-E2 S.10.13 wird k über die Trapezverteilung bestimmt.
Erweiterungsfaktor für Trapezverteilung

a1	1,44E-03
a2	5,77E-03
a	7,21E-03
b	4,33E-03
β	0,60
p	95%
k	1,72

Rechteckverteilung aus Auflösung
Rechteckverteilung aus Abbefehler
Knickpunktparameter

U in μm		Unsicherheitsberechnung	
Länge	Ist	Y-Achse	0,021 μm
30	0,0206	Anstieg	9,9E-07 $\mu\text{m/mm}$
131	0,0207		
150	0,0207		

	1		2		3	4	5	6
	Beitrag aus dem Produkt $\Delta t \cdot \bar{\alpha}$		Schätz- wert		angenommener Unsicherheits- beitrag E	Ver- teilung	Gewich- tung	Standard- messun- sicherheit (3)*(5)
Nr	Name	Symbol		EH				
1	Unsicherheit Ausdehnungskoeffizient Endmaß	α_N	1,50E-05	K^{-1}	1,5E-06	Rechteck	0,577	8,66E-07
2	Unsicherheit Ausdehnungskoeffizient Messscheitel	α_X	1,50E-05	K^{-1}	1,5E-06	Rechteck	0,577	8,66E-07
3	Temperaturunterschied zwischen Endmaß und Messscheitel	Δt	5,0E-01	K	5,0E-01	Rechteck	0,577	2,89E-01

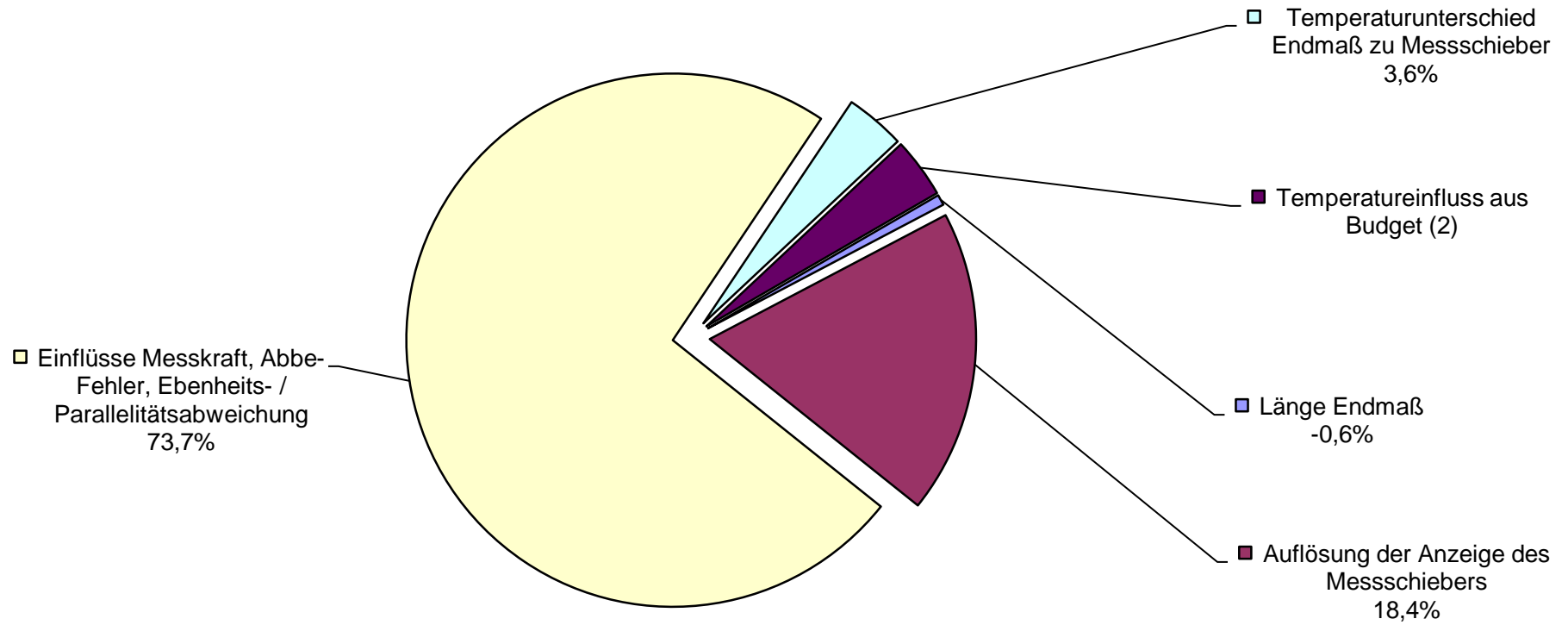
4	nominale Länge Endmaß	L_N	131,40	mm	Unsicherheitsbeitrag	$u(\Delta t \alpha)$	5,7E-04	mm
---	-----------------------	-------	--------	----	----------------------	----------------------	---------	----

www.tqu-verlag.de

wird nach Budget_1 übernommen

$$u(\Delta t \bar{\alpha}) = L_N \sqrt{(\Delta t u_{\alpha})^2 + (\bar{\alpha} u_{\Delta t})^2} + u_{\Delta t}^2 \cdot u_{\alpha}^2$$

Beiträge zur Messunsicherheit



Verteilung	Gewichte
U	0,707
Rechteck	0,577
Dreieck	0,408
Normal	1

<i>R ist die Breite des Intervalls (Grenzwerte der Unsicherheit)</i>		<i>s=</i>	1				<i>R=</i>	2
			<i>R=</i>	<i>Typ</i>	<i>Berechnung</i>	<i>Beschreibung</i>	<i>s=</i>	
			2,00	2-Punkt	$S = \frac{R}{2} * \frac{1}{\sqrt{1}}$	wenn alternativ nur zwei Zustände möglich sind		1,00
			2,828	U-Verteilung	$S = \frac{R}{2} * \frac{1}{\sqrt{2}}$	wenn es sich bei der erzeugenden um eine harmonische Funktion handelt		0,71
			3,464	Rechteck- verteilung	$S = \frac{R}{2} * \frac{1}{\sqrt{3}}$	wenn nichts weiter über das Intervall bekannt ist als seine Grenzwerte		0,58
			4,899	Dreieck- verteilung	$S = \frac{R}{2} * \frac{1}{\sqrt{6}}$	wenn es sich z.B. um eine Summe oder Differenz von 2 Werten nach Modell 3 handelt		0,41
			6,0	Normal- verteilung	$S = \frac{R}{2} * \frac{1}{\sqrt{9}}$	wenn man Mittelwert und Standardabweichung kennt, Symmetrie annehmen kann, und der zentrale Grenzwertsatz gilt		0,33