

QUALITY-APPs Applikationen für das Qualitätsmanagement

Probieren und Studieren

Ausreißerbehandlung

Intelligent Ausreißer erkennen und bewerten

Autoren: Dr. Walter Jahn und Dr. Konrad Reuter

In der Praxis der Datenauswertung ist immer wieder zu beobachten, dass Daten auftreten, die nicht so recht plausibel sind. Dafür wird gern der Begriff "Ausreißer" verwendet.

Nicht selter "" die en Dr'en ke'nerlei "each" in "anshight und die Aur vertung wenden munter weiter betrieben. Die Fragwürdigkeit der Ergebnisse ist dann offensichtlich.

Zunächst (eht à A fgabe sole A lust Ber zu erke hen und ach fest A gtet (rit lie zu ev en. Für diese Bewertung sind sowohl grafische als auch rechnerische statistische Methoden entwickelt worden. Is stehl jul in Fre e, recollect Test hach hiere Er enschaft was und der gesunde Menschenverstand nie auszuschalten ist.

Die Wissenschaft eschlichte hat Beispiele parat, wo Messergebnisse, die zunachst vom Mainstream für Ausreißer gehalten worden waren, sich als bisher unbekannte Effekte herausgestellt hatten. Häufig hatten es diese Entdecker schwer, sich mit ihrer Erkenntnis durchzusetzen.

Um grobe Eingabe- oder Übertragungsfehler zu verhindern, kann bereits mit der Software gegengesteuert werden. EXCEL 2000, 2003 verfügen mit der Funktionalität "Gültigkeit" und EXCEL 2010 mit der analogen Funktion "Datenüberprüfung" über gerignete Mittel.

Die Kom et verun 17 äv ein rechte aus der hier ein um ent Gelet ussten.

Mit Berect un n zu uss Bern m tiva ate aus en hier ein um ent Gelet ussten.

Dies ist um so bemerkenswerter, als bei der Berechnung d "Aerk" Kriteriums die ausreißerverdächtigen Daten icht für Parameterschätzungen verwendet werden.

Es wird verdeutlicht, dass univariate Methoden auf multivariate Datensätze angewendet nicht zum Erfolg führen, weil die Abhängigkeitsstruktur unberücksichtigt bleibt.

Ansprechpartner: Dr. Konrad Reuter Telefon: 0171/6006604

QUALITY APPs Applikationen für das Qualitätsmanagement

Lizenzvereinbarung

Dieses Produkt Ausreißerbehandlung wurde von den Autoren Dr. Walter Jahn und Dr. Konrad Reuter mit großem Aufwand und großer Sorgfalt hergestellt.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt (©). Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Weitergabe, der Übersetzung, des Kopierens, der Entnahme von Teilen oder der Speicherung bleit en vonbehalten

Bei Fehrn, die und nervise die in Lieintrichtig ng der utzung der Soft weren, leisten wir kostenlos Ersatz. Beschreibungen und Funktionen verstehe. Soft sollt in Soft sol

Sie erklären sich damit einverstanden, dieses Produkt nur für Ihre eigene Arbeit und für die Information innerhalb Ihres Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmens zu verwenden. Sollten Sie es in anderer Form, insbesondere in Schulungs- und Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmen Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmen Informationsmaßnahmen bei anderen Unternehmen Informationsmaßnahmen Informati

Alle Ergebnisse basieren auf den vom Autor eingesetzten Formeln und müssen vom Anwender sorgfältig geprüft werden. Die berechneten Ergebnisse sind als Hinweise und Anregungen zu verstehen. Das APP enthält Makros, die vor der Benutzung aktiviert werden müssen.

Wir wünschen viel Spaß und Erfolg mit dieser Applikation.

Anwendungshinweise

1. Statistik

1.1 zum Begriff "Ausreißer" (outlier)

Ausreißer sind nach allgemeiner Auffassung der statistischen Literatur, überraschend extrem liegende Werte, wobei der Beobachter ein Modell voraussetzt und den "Ausreißer" als Modellabweichung auffasst [4].

Anders ausgedrückt sind Ausreißer Werte, die nicht zur beobachteten Grundgesamtheit gehören.

Für beliebige Verteilungen gilt die Ungleichung nach Tschebyscheff.

Ausreißer können entstehen als Fehler in der Stichprobe, Messfehler, Eingabefehler, Übertragungsfehler und Rechenfehler. Saubere statistische Entscheidungen sind nur selten möglich [4].

Es ist also erforderlich, solche Daten sachlogisch zu klären. Nur dann sollte eine Elimination erfolgen, die unbedingt zu protokollieren ist. Siehe auch [2].

Excel (und andere Software) kann die Dateneingabe überwachen und damit weitgehend formale Fehler unterbinden (Daten -

Sc en a sc n D en & am ter c r Vc teillo geschr Z we ler sc en)f en n sich "robuste" Schätzverfahren, die gegenüber At reif in her of junc er sind.

Als Beispiel für die Schätzung des Mittelwertes wird der gestutzte Mittelwert (trimmed mean) vorgestellt. Der Grad der Stutzung ist wählbar.

Zur Identifikation von Ausreißern sind verschiedene grafische und rechneric he Methoden braucht ir, von denen einige

w th' te it to grift lit ter ien.

Zu, by de, a riße it inggel en lær id Grindsätz

- Eingabefehler Prüfung der originalen Qu Ildaten
- ist der Ausreißer technisch nach dem Stand der Wissenschaft möglich?

Achtung! Es gibt auch neue Erkenntnisse. Die Wissenschaftsgeschichte hält hierzu Beispiele parat!

- ist die Annahme der Normalverteilung gerechtfertigt? Achtung! Schiefe Verteilungen (Lognormal oder Weibull) produzieren extrem weit liegende Werte! Die Anwendung von Tests auf Basis Normalverteilung führt dann in die Irre!

- Haben Sie für die Ausreißerelimination eine Berechtigung?

Ausreißerbehandlung ist ein diffiziles Problem und sollte auch mittels statistischer Tests unter Berücksichtigung deren Eigenschaften durchgeführt werden.

Beachten Sie, dass die mehrfache Anwendung statistischer Tests die Irrtumswahrscheinlichkeit erhöht!

1.2 univariate Methoden

1.2.1 Standardisierte Sigmagrenzen

Ein praktikabler Einstieg in die Ausreißeranalyse ist die Darstellung der Daten in standardisierter Form bezogen auf die Standardabweichung.

Das Diagramm zeigt die absteigend sortierten Daten mit den Sigmagrenzen σ = 3 und σ = 4.

Die Lage von möglichen Ausreißern an den Enden wird deutlich.

Diese möglichen Ausreißer können jetzt für die weitere Berechnung entfernt werden und mit den neu berechneten Schätzwerten der Abstand zu den Sigmalinien, verglichen werden.

Durch Umschalten kann die Wirkung der Ausreißer beobachtet werden. Die Daten bleiben im Datensatz erhalten. Achtung: Die Bewertung zeitabhängiger Daten ist damit eingeschränkt möglich!

1.2.2 Boxplot

Box-Whisker Plots beruhen auf Quantilen und sind nicht von einer Verteilung abhängig.

Die Box erstreckt sich vom unteren Quartil bis zum oberen Quartil (die Werte seien aufsteigend sortiert) und umfasst somit 50% der Daten. Der Abstand vom oberen bis zum unteren Quartil wird als Interquartilsabstand IQR bezeichnet.

Die Box wird vom Median geteilt, ein Kreuzsymbol kann für den arithmetischen Mittelwert verwendet werden.

Die Whiskers werden von den Rändern der Box als Linien dargestellt und repräsentieren Minimum und Maximum der Datenreihe (in EXCEL Fehlerindikatoren formatieren).

Bezüglich der Darstellung von Ausreißern werden folgende Regeln angewendet:

- Daten außerhalb des 1,5 fachen IQR werden als Ausreißer (outside points) angezeigt.
- Daten außerhalb des 3 fachen IQR werden als ferne Ausreißer (far outside points) angezeigt.
- Treten solche Werte auf, dann stellen die Whiskers diejenigen Werte dar, die kleiner sind als die genannten Ausreißer. Professionelle Boxplots können noch die Vertrauensbereiche der Mediane als sogenannte Kerben (median notches) zeigen. Mit der Breite der Box ist ein Bezug zum jeweiligen Stichprobenumfang n hergestellt.

Bemerkung zum vorliegenden Diagramm:

Die EXCEL Lösung zeigt tabellarisch die Anzahl der Ausreißer jenseites der genannten Grenzen auf und stellt grafisch nur den jeweils größten Wert von ggf. mehreren Werten dar.

Copyright TQU Verlag Seite 4 von 21

1.2.3 Grubbs Test

Der Grubbs Test kann für normalverteilte Daten verwendet werden (ab n > 8). Ein einzelner Ausreißer kann entfernt und der Test weitergeführt werden.

Achtung: Die Mehrfachanwendung von Tests führt generell zur Erhöhung der Irrtumswahrscheinlichkeit.

$$\hat{G} = \frac{\max\left(\left|x_i - \overline{x}\right|\right)}{s}$$

Ein kritischer Wert kann wie folgt berechnet werden.

$$\hat{G} > G_{n,\alpha} = \frac{(n-1)}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{t_{n-2,\alpha/2n}^2}{n-2+t_{n-2,\alpha/2n}^2}}$$

Damit entfällt das Nachschlagen in den früher üblichen Tabellen.

Hinweis EXCEL: Die Anwendung von Matrixfunktionen lässt eine elegante Lösung ohne Zwischenwerte zu.

1.2.4 Dixon-Test

B) norr all artel en N te kan für lichp venum n en 3 de D coest angewendet werden. In or P as Q P th ann 3 (104 T) ist le Bellichnur age Y wert unterso edlichen n zugeordnet. Die entsprechenden Formeln sind im Arbeitsblatt dargestellt.

1.2.5 MAD-Test

Für res // > /nr n le mei hren www.det ler eine Nach [4] kann ein robustes Ausreißerkriterium aus dem Median und der Medianabwellen gewonnen werden Der MAD ist der Median der Abweichungen der Einzelwerte vom Median.

$$\left|\widetilde{x} - x_a\right| > 5,2 MAD$$

Nach [6] wird M_i wie folgt ermittelt.

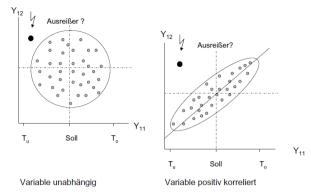
$$M_i = \frac{0.6745(x_i - \widetilde{x})}{MAD}$$

Überschreitet | M_i | den Wert von 3,5 kann dieser Wert als Ausreißer betrachtet werden.

Hinweis EXCEL: Die Anwendung von Matrixfunktionen lässt eine elegante Lösung ohne Zwischenwerte zu.

1.3 Multivariate Ausreißertests

Die univariaten Ausreißertests sind im multivariaten Fall nicht anwendbar, weil die Abhängigkeitsstruktur damit nicht erfasst wird.



Ein Hinweis auf Ausreißer kann aus den Werten der T² Statistik nach Hotelling abgeleitet werden.

Allerdings geht in diese Berechnung auch der ausreißerverdächtige Wert mit ein. Dieses Dilemma weisen auch die parametrischen univariaten Ausreißertests wie z.B. Grubbs auf.

Nach Jahn/Braun [5] kann die Teststatistik "Aerk" ohne dieses Dilemma nach folgender Beziehung berechnet werden.

$$Aerk = Y_i X_i^T (X_{N-i}^T X_{N-i})^{-1} X_i Y_i, \forall i = 1,..., N$$

Matrizenrjody' wir für r'lca' ansë ze ber hne Y_iX_i ist le i-1Dat nsa bzw essen† ar

chen' Daten Atzes der rest. ransponierte.

Der Ausdruck $(X_{N-i}^T X_{N-i})$ ist die inverse Matrix des Matrizenproduktes der "restlichen" N-i Datenmatrix mit ihrer Transponierten.

Die Umsetzung in Excel gelingt mit er Partitionierung der Datenmatrix und den in EXCEL verfügba en Matrixfunktionen.

Iverteilung approximiert werden. Die Häufigkeitsverteilung der Aerk-Werte k nn sehr gut durch eine logarithmische N.

Diese Eigenschaft kann für ein Entscheidungskriterium ausgenutzt werden.

Die Aerk-Werte werden logarithmiert und davon Mittelwert und Standardabweichung berechnet.

Mit diesem Mittelwert und Standardabweichung werden die transformierten Aerk-Werte normiert (t -Verteilung).

Die Wahrscheinlichkeit für den maximalen t-Wert kann über die t-Verteilung mit N-1 Freiheitsgraden berechnet werden.

Die drei Beispieldatensätze sind so gewählt, dass der Einfluss der Abhängigkeitsstruktur deutlich wird.

Mit höherer Abhängigkeit (höherer Grad der Multikollinearität bzw. kleinerer Determinante von R) werden die Ausreißer immer klarer erkennbar.

Copyright TQU Verlag

2. Anwendung

Im Blatt Merkmal sind die zugehörigen Angaben einzutragen.

Die Auswertung ist für 6 Variable ausgelegt.

Für die Auswertung können drei vorbereitete Beispieldatensätze per Makro übernommen werden.

Für die Variablen sind Excelnamen vergeben. Der Namensbereich für die Variablen ist auf n=80 ausgelegt.

Sollen aus Anwendungen Daten übernommen werden mit n <> 80, so sind die Namen der Variablen dem Umfang der Bereiche anzupassen.

Achtung: Multivariate Datensätze müssen vollständig sein, d.h. fehlende Daten oder ungleiche n_i sind nicht erlaubt!

Die folgenden grafischen Analysen und Tests stützen sich auf den gewählten Datensatz. Bei den univariaten Methoden können die interessierenden Variablen ausgewählt werden.

Für den DIXON Test ist die Anzahl der Daten auf < 30 begrenzt!

3. EXCEL

Die EXCEL-Lösung stützt sich auf folgende Prinzipien:

Funktionelle Aufteilung auf verschiedene Blätter,

Optische Hervorhebung von Zellen in Abhängigkeit von ihrer Funktion,

Kommentierung wesentlicher Zellen,

Vergaben von Namen für Variable,

Die Liste muss nach Änderungen mit F3 manuell aktualisiert werden.

Einsatz sog. dynamischer Namen, deren Umfang sich den Inhalten automatisch anpasst,

Textliche Kommentierungen in rot kursiv,

Auslesen von Tabelleninhalten,

Bezug auf benannte Zellbereiche (ist ein sog. volatile Funktion in EXCEL),

Feststellen von Zellinhalten.

Reagieren auf Bedingungen / Verzweigungen,

Erzwingung einer geeigneten Zahlenformatierung im Protokoll mit vorgegebener Stellenzahl,

Verknüpfung von Zellinhalten über "&".

Zellen werden in Berechnungsblättern und Protokollen nicht über "Zellen verbinden" formatiert!

Als Lösung dient die Formatierung schmaler Spalten und die Formatierung

benachbarter Zellen mit "Über Auswahl zentrieren".

Die Nachteile verbundener Zellen sind damit vermieden.

Ausblenden von Zellinhalten, die nicht zutreffend sind.

Ausblenden von Blättern, die nicht ständig gebraucht werden.

Blattschutz gegen versehentliches Überschreiben, bitte nutzerintern anpassen.

Mr nk one wer in a s "nc night not one i ofer er so is beim Eingeben die Funktion mit "strg", "shift" und "e hzei g / ei nä dig a beit n) ab, schlosr in virc Diccor K/ mm r coc n bi diese Proze ur v n XCEL Itom to h eingefügt, sind also nicht mit der Tastatur erzeugbar!

Matrixfunktionen arbeiten gewissermaßen als "Schleife" und ersparen so häufig eine sonst notwendige VBA Prozedur!

(A by Ne d V ve A) ur dy dert a erc (B) ei we lip län er .

In den Grafiken werden z.B. Grenzlinien nul mit einem Datenpunkt erzeugt.

 $\label{line:condition} \mbox{Die Linie wird dann mit der Formatierung als "Fehlerindikator" erzeugt.}$

Dieser Fehlerindikator ist sehr flexibel einsetzbar und erweitert die Möglichkeiten grafischer Gestaltung bedeutend.

Bereitstellung von Testdaten zur Überprüfung der Funktion der Datei,

Protokoll bitte in geeigneteten Abständen aktualisieren.

4. Quellen

- [1] DIN 53 408-1:2002-4 Statistische Auswertungen messbare (kontinuierliche) Merkmale
- [2] DIN ISO 5725-1:1994 Präzision von Messverfahren
- [3] Müller et al.: Lexikon der Stochastik, Berlin, 1985
- $[4] \ \ Sachs, L.: Angewandte \ Statistik, \ 12. \ Auflage, \ Springer, \ Berlin, \ Heidelberg, \ New \ York \ 2006 \ Auflage, \ Springer, \ Berlin, \ Heidelberg, \ New \ York \ 2006 \ Auflage, \ Springer, \ Berlin, \ Heidelberg, \ New \ York \ 2006 \ Auflage, \ Springer, \ Berlin, \ Heidelberg, \ New \ York \ 2006 \ Auflage, \ Springer, \ Berlin, \ Heidelberg, \ New \ York \ 2006 \ Auflage, \ Springer, \ Spr$
- [5] Jahn, W. Braun, L.: Praxisleitfaden Qualität Prozessoptimierung mit multivariater Statistik in 150 Beispielen. Carl Hanser Verlag, München 2006
- [6] STATGRAPHICS XVI statpoint inc.
- [7] Jahn, W. Reuter, K.: Multivariate Statistik im Qualitätsmanagement, Workbook TQU Verlag 2012

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com

Copyright TQU Verlag Seite 7 von 21

Quality APP Ausreißerbehandlung

Kunde	Automobil OEM
Artikel	Modell_A
Nummer	20
Bezeichnung	Säule_B

	1	2		4	5	6	7	8	9
	Variable	E nenr n	N mm r	Messm Ite DJD	Auflösung	Einheit	Mittelwert	gestutzer	Standard-
	Variable				Lunosang	Limiteit	Witterwere	Mittelwert	abweichung
1	Y_	Maisı	20-01	Messmaschme MM	0,001	mm	12,3773371	12,33096	2,98279
2	x_1	Maß2	20-02				7,859246657	7,88681	1,45873
3	x_2	Maß3	20-03		1		8,859970356	8,85422	2,16057
4	x_3	V 3B	26-		907	6	592588307	0,59230	0,15087
5	x_4		777		TO RY				
6	x_5								
m	4						Stutzungsgrad	5%	

Mittelwert	μ	0,3292
Standardabweichung	σ	0,0078
Wert aus X	x _i	0,42
Wahrs hein sh eit i ner A b Wahrs hein sh eit o ß	k P 1-P	11,6710 9 ,26 % 734°
	-	

Werte einsetzen und die Wahrscheinlichkeit berechnen

ode

k wählen und den Bereich berechnen

k	2,00	Wahrs	cheinlichkeit
\ un n	0 2P	P	75,00%
31 6	,3448	1-P	25,00%

oder

P wählen und k berechnen

Р	k
95%	4,47

Ohne Voraussetzung einer Verteilung gilt der Satz von Tschebyscheff:

$$P(\mu - k\sigma \le X \le \mu + k\sigma) = P(|X - \mu| < k \cdot \sigma) > 1 - \frac{1}{k^2} \qquad k > 0$$

Quality APP Ausreißerbehandlung

k	Variable	Y_	Mittelwert alle	12,37734	0	2			n _i 80
1	22,1	3,53	Mittelwert ohne 1	12,25427	•	Schätzung für Mittelwert und Standardabweichung ohne vermutete Ausreißer			
2	18,407792	2,21	Standardabweichung alle	2,98279					
3	17,6266915	1,93	Standardabweichung ohne 1	2,78995			Standardisi	erte Daten z	r _i mit Sigmagrenzen
4	17,4230999	1,85	Werte entfernen oben	1	Aus der Ber	echnun	g entfernte W	erte sind im Di	iagramm weiterhin sichtbar!
5	17,1061323	1,74	Werte entfernen unten						_
6	17,0035677	1,70	Ergeb	nisse			z alle	z ohne	
7	16,8888964	1,66	Maximum	22,1000	EXCEL Zeile	57	3,26	3,53	
8	16,5904555	1,55	Minimum	5,32884	EXCEL Zeile	5	2,36	2,48	
9	16,3378647	1,46	Die Entscheidung zur Entfernung aus	s dem Datens	atz (mit Protoko	oll) wird	d nur von bered	chtigten Persor	nen getroffen!
10	16,1884378	1,41							



Quality APP Ausreißerbehandlung

12,0580615

11,8754771

45 11,7700521

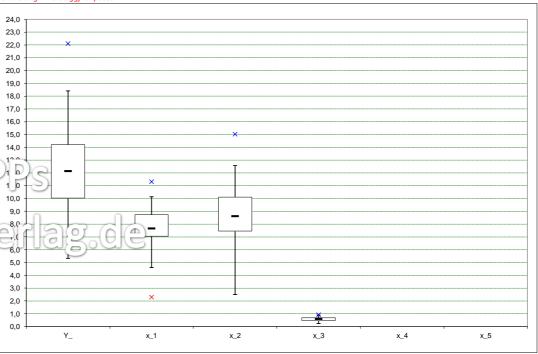
-0,07

-0,14

-0,17

Variable	Y_	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
IQ-Abstand	4,17589447	1,65915782	2,64312123	0,20883665		
max ₃	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV	#NV
> 3 IQR					#NV	#NV
max _{1,5}	22,1	11,31360256	15,02643345	0,921458794	#NV	#NV
> 1,5 IQR	1	5	5	3	#NV	#NV
max	18,40779205	10,13939208	12,5730834	0,898733132	#NV	#NV
+ Whisker	4,189	1,408	2,469	0,203	#NV	#NV
3.Quartil	14,219035	8,731447	10,104086	0,696135	#NV	#NV
Median	12,144329	7,664796	8,623545	0,597665	#NV	#NV
1.Quartil	10,043141	7,072289	7,460965	0,487298	#NV	#NV
- Whisker	4,714	2,465	4,958	0,246	#NV	#NV
min	5,328837177	4,607201352	2,503462266	0,241159063	#NV	#NV
< 1,5 IQR						#/\
min _{1,5}	#NV	#NV	#N)		#1 /	# 4
< 3 IQR		1				
min ₃	#NV	2,3	#NV	#NV	#NV	#NV

Skalierung Y-Achse ggf. anpassen



Quality APP Ausreißerbehandlung

 $TQU\ Verlag, Magirus-Deutz-Straße\ 18,89077\ Ulm\ Deutschland, Telefon\ 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com/Additional and the strategies of the property of the propert$

Grubbs Test (alle Variablen gleiches n)

Variable	mean	stdev	max	min	max	min	\hat{G}	\hat{G}	Signifikanz	Entscheidung	Zeilen- nummer
Y_	12,37734	2,982789	22,1000	5,3288	9,7227	7,0485	3,2596	3,2596	FALSCH	nicht signifikant	
x_1	7,859247	1,458726	11,3136	2,3000	3,4544	5,5592	3,8110	3,8110	WAHR	signifikant	73
x_2	8,85997	2,160569	15,0264	2,5035	6,1665	6,3565	2,9421	2,9421	FALSCH	nicht signifikant	
x_3	0,592588	0,150869	0,9215	0,2412	0,3289	0.3514	2,3294	2,3294	FALSCH	nicht signifikant	
x_4			0,00	0 000		$\Box A \Box D$		Ω			
x_5	·		7,01	0)000		7A\c					

	n =	alpha	t²	$G_{n\alpha}$	
0.0 m 0.00	80	5,0%	14,236325	3,470	
///////////////////////////////////////)[_\/\\	$\sqrt{0}$			G 2 3
$\hat{z} = \max(x_i -$	$ \overline{x} $		G > G	$u_{i,\alpha} = \frac{n}{n}$	$\sqrt{\frac{1}{n-2}}\sqrt{\frac{n-2}{n-2}}$
$G = \frac{\sqrt{ f }}{ f }$				•	$\sqrt{n} \sqrt{n-2} + t_{n-2,\alpha/2n}^2$
\boldsymbol{S}					

Quality APP Ausreißerbehandlung

DIN 53 804 T1

Variable	Y_	Werte aus aufsteigend g	geordneter Folge			
n =	80			X als Ausreiße	er interpretiert werden	können.
sorry,	rest		"Ber	Sc'ller	Signif	ikanz
α =	5)%	2 / \ nach unte	ch obe	1121	nach unten	nach oben
X (n)	10	<i>U</i> -7\		70 0)	
X (n-1)	18,41	8 - 10				
X (n-2)	17,63	11 - 13				
X (3)	76	7 \ ?¢ \ \ 0,1 \ 6	31 97	# 4	7#1 1/2 1/3	# V 🛆
X (2)	,20	VVV05		V5		
X (1)	5,33		U			

Quality APP Ausreißerbehandlung

MAD = Median der Medianabweichungen

nach [4]	Kennv	werte	Extr	eme	me Differenzen zum Median		Kriterium	5,2	Ausreißer	Datensatz Zeile
Variable	Median	MAD	max	min	max	min	max	min	Wert	EXCEL
Y_	12,2220904	2,152792	22,1	5,328837	9,87791	6,893253	FALSCH	FALSCH		
x_1	7,68059237	0,863067	11,3136	2,3	3,63301	5,380592	FALSCH	FALSCH		
x_2	8,71106241	1,3141532	15,02643	2,503462	6,315371	6,2076	FALSCH	FALSCH		
x_3	0,59172748	0,1056572	0,921459	0,241159	0,329731	0,350568	FALSCH	FALSCH		
x_4			0	/ / \			\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\	Dia		
x_5					5U U	V	TA IL!	#ZAP		

Irrtumswahrscheinlichkeiten werden von den Autoren nicht angegeben!

M	_	$0,6745 (x_a - \tilde{x})$
M_{a}	_	$MAD \bigvee \bigvee$

\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\	Di er	nz n	ite	ra	ißer	at tz
Variable	max	→ min	max	min	vert	EXCEL
Y_	6,66265	4,649499	FALSCH	FALSCH		
x_1	2,450465	3,62921	FALSCH	WAHR	2,3	73
x_2	4,259718	4,187026	FALSCH	FALSCH		
x_3	0,222404	0,236458	FALSCH	FALSCH		
x_4			#ZAHL!	#ZAHL!		
x_5			#ZAHL!	#ZAHL!		

Quality APP Ausreißerbehandlung

_	v	x 1	x 2	x 3	x 4	x 5	Aerk erste Zeile		Matrin (n \-	1							
1	11.741812	8.1565252	7.7840231		0 0	X_5 0	0.0173242		Matrix $(X)^{3}$	$(X_{N-i}X_{N-i})$								
2	14.568425	6.2246556	7,7840231		0	0	0,0173242	0,0015316	-0,0012227	-3,968E-05	-0,0147922							
3	11,649125	7,3398184			0	0	80	-0.0012227	0,0045924									
4			8,5271619		0	0	m	-3.968E-05	-0.0012157									
5	10,73547	7,7300083	9,633084		0	0	4	-0,0147922	-0,0160148	-0,0124341	0,7085087							
6	12,144329	8,0988724	9,3683765	0,3086533	0	0	alpha											
7	13,316078	7,1644155	7,8493644		0	0	5,0%							Nach Auswahl neuer Daten!				
8	10,078888				0	0												
9	12,990403	9,823933	10,278621	0,544641	0	0	Ergebnis:											
10	12,861576	6,8621518	9,1256222	0,4897293	0	0	Max Aerk		NV Aerk		t max	P(t)	Signifikanz					
11	12,757488	11,121101		0,727014	0	0	0,30220	1,19665	mean	stdev	3,18160	0,21%	WAHR					
12	11,411561	7,5756828		0,6856088	0	0	0,14071	1,96107	3,1139104			5,93%	FALSCH					
13	17,003568	7,6647961	7,8483342	0,6136441	0	0	Zeile Daten				r Datensatz							
14	11,402632	10,306322	8,7985797		0	0	EXCEL	Υ_	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5					
15 16	10,682829	9,0192745 7,5960166	8,9433724 7,106452	0,5755119	0	0	57	22,1	8,7928888	2,5034623	0,7430861	0	0					
17	11,255633	8,0560831	8.1930974	0.8494178	0	0	Magan D(s)	-0.002 < 0.05	konn die De	tonzollo F7 w	alt alaas leetus		aliablealt can	0,05 als Ausreißer betrachtet werden.				
18	16,337865	9,0712334	12,060218	0,818899	0	0	wegen r(t)	-0,002 < 0,03	Kaiiii ule Da	tenzene 57 ii	iit eiller iirtui	iiswaiiische	michkeit von	0,05 als Ausreiser betrachtet werden.				
19	14,028344	7,5614732	6,5080925	0,3781085	0	0												
20	16,148478	7,7016583	9,0820223	0,6998843	0	0	Determinante	e von R als M	aß der Multik	ollinearität	0,7238079	1						
21	13,756477	6,8823827	9,2232294	0,6522588	0	0												
22	18,407792	7,4006603	7,8401409	0,647789	0	0	20,0							T 0,35				
23	12,402178	7,998318	10,673182	0,7097032	0	0	1											
24	7,9908718	6,943777	10,860958	0,3261439	0	0	18,0 +											
25	16,888896	8,2066617	7,8078215	0,4256167	0	0]							+ 0,3				
26	17,106132	9,3256653	7,6822098	0,7397706	0		16,0 +											
27	9,0941395	7,4710719	6,7421142	0,01000	0	0					—■— T²			, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,				
28	14,614656	7,5887931	15,026433		0	0	14,0 +				Aer	·		+ 0,25				
29	14,163889	7,5562974			0	0			\n n	$\alpha \circ c$		0.0		T				
30	13,280446 8.5032948	11,313603 7,7943322	9,4188763 7,0785521		0	0	12,0 +		7711 II	/A\ •		-/ <u>//</u> / [D) D) @	· II				
32	9,4590226	7,7943322	9,4550355	0,4360374	0	0	.	(72(U)/			/A\I		- 0,2				
33	13.160529	6,4787785	8.603793	0,4780782	0	0	10,0 +		000			0 00	0 0					
34	7,7609575	6,5159678	7,238212	0,000.000	0	0				- 1								
35	13,065316	10,437404	8,365115	0,4415663	0	0	8,0							0,15				
36	7.7693562	7.0742155	10.289693		0	0	0,0	\V.	VAV.V/	AV.V/e/7		$II \rightarrow VV$	(4)	SISTOR NIT				
37	11,293616	7,9598595	6,5214529	0,6211767	0	0	6,0			VV	5010		50 U					
38	15,832718	9,7852206	7,3289994	0,5536749	0	0	1 °,0 T _ X _	Λ		. 4 //	/\			+ 0,1				
39	9,698731	5,8512684	12,719479	0,6223078	0	0	140 T // T	4 A .	Λ	[[]	/	/ X #						
40	11,059085	8,5882857	7,464421		0	0	1 4,0 T A / \ /\	$\Lambda \Lambda A$	V 2 /	\ <i>T</i> \	*L / !*/ \	# \ /\Y.	A.	1112 XX Pe 1 W 1 Ne 1				
41	12,134482	7,2469519	5,4316049		0	0	/\/ / \/\/	121171	. / \/\ /	V \$1 *	W / / //	/ 	V 🦠 🎽					
42	9,9358975	9,616379	10,311924	0,4270393	0	0	2,0 +/ V	1 Y V	M + 41	<u>v</u>	N A A	I V						
43	10,940338	7,9948443		0,6948851	0	0				-	• •		Y					
	13,352973	8,4759613	12,627073	0,545464		_	0,0											
45	11,317116 8.3978756	8,7057368 8,7053433	7,6551999 8.3517657	0,6770552	0	0	1 3 5 7	9 11 13 1	15 17 19 21	23 25 27 29	9 31 33 35 3	7 39 41 43	45 47 49 51 5	53 55 57 59 61 63 65 67 69 71 73 75 77 79				
46	14,855078	6,5197949			0	0		Variable	V	x 1	x 2	x 3	x 4	x 5				
48	16,590455	7,2174366	9,9215921	0,6551091	0	0		means	12,377337			0,5925883	A_4	^_3				
49	12.618222	7,2174300	7.8667935		0	0	1			atrix Datensata		,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,						
50	15.81929	8.6693683	8,4050958		0	0		Y	8,786	1,032	-0,756	0,174						
51		8,3633256			0	0	1	x_1	1,032	2,101	-0,040	0,055						
52	9,8387126	6,9742156	10,437777		0	0	1	x_2	-0,756	-0,040	4,610	0,050						
53	8,4542012	7,1632852	10,059952	0,4198219	0	0	1	x_3	0,174	0,055	0,050	0,022						
54	14,384472	7,2412994			0	0	1	x_4										
55	11,026717	8,0887615	10,248631		0	0	1	x_5										
56	22,1	8,7928888	2,5034623		0	0	1			rianzmatrix D								
57	13,105696	6,2128794	7,8252321	0,4424676	0	0		S ⁻¹	0,143	-0,041	0,035	-1,082						
58	12,495248	6,9360295	9,5801179		0	0	1		-0,041	0,522	0,009	-0,987	 					
59	17,626691	10,458535	14,308332	0,9211424	0	0	ł		0,035	0,009	0,232	-0,810						
60 61	9,7489726 15,195806	8,9417711 7,6963886	5,8662455 4,0388067	0,5642741	0	0	ł		-1,082	-0,987	-0,810	57,091						
62	15,195806	10.139392	4,0388067 5.9701898	0,7249236	0	0	ł		—	-	 	-						
63	7,1972817	7,207276	10,758974	0,7474321	0	0	1		Vorrelations:	matrix Datens	at a	l	1 1					
64	9,724424	5,9868888	10,758974		0	0	1	R	norrelations 1	0,240118		0.3907212						
65	9,724424	5,6361108	7.4316453	0,4800049	0	0	1	, ,	0.240118	0,240118	-0,1187346	0,3907212	-					
66	11,875477	9,4677783	9,9063135	0,5362732	0	0	1		-0,1187546	-0.0129968	1	0,1564601						
67	9,1341518	7,6598282	6,6548805	0,3294539	0	0	1		0,3907212	0,2544601	0,1564601	1						
68	13,39073	9,4443638	11,182044	0,8107786	0	0	1		,		, , , , , ,							
69	12,995637	9,5334101	11,088399	0,6399693	0	0	1											
70	14,767219	8,7710024	8,8570622	0,5093263	0	0	1											
71	16,188438	4,6072014	5,4426457	0,5032457	0	0												
72	9,8723597	2,3	9,595478	0,5476532	0	0	O Quality APP Ausreißerbehandl ung											
73	10,246866 7,3155612 6,3326914 0,5857901 0 0 TQU Verlag, Magirus- Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland, Telefon 0731/14660200, verlag@tqu-group.com, www.tqu-verlag.com																	
74	1 14,53816 6,0435665 9,2603264 0,9214588 0 0																	