

Inhalt

1	Teilbarkeit und Vielfache	7
1.1	Teiler	7
1.1.1	Teilmenge bestimmen	7
1.1.2	Größter gemeinsamer Teiler	10
1.2	Vielfache	11
1.2.1	Vielfachenmenge bestimmen	11
1.2.2	Kleinstes gemeinsames Vielfaches	11
1.3	Primzahlen	13
1.3.1	Primfaktorzerlegung	14
2	Brüche	17
2.1	Zähler und Nenner	17
2.2	Gemischte Brüche	20
2.3	Kürzen und Erweitern	21
2.3.1	Kürzen	21
2.3.2	Erweitern	22
2.3.3	Brüche auf den gleichen Nenner bringen	22
2.4	Addieren und Subtrahieren	23
2.5	Multiplizieren	25
2.6	Dividieren	27
3	Dezimalzahlen	29
3.1	Dezimalzahlen schreiben	29
3.2	Dezimalzahlen vergleichen	32
3.3	Dezimalzahlen runden	34
3.4	Addition und Subtraktion	35
3.5	Multiplizieren und Dividieren	36
3.5.1	Multiplizieren	36
3.5.2	Division mit einer ganzen Zahl	38
3.5.3	Division mit einer Dezimalzahl	41
3.5.4	Periode	42

3.6	Dezimalzahlen als Bruch schreiben	43
4	Dezimalzahlen und Größen	47
4.1	Längen	47
4.2	Gewichte	48
4.3	Geld	48
4.4	Zeit	48
4.5	Mit Größen rechnen	49
4.5.1	Addieren und Subtrahieren	50
4.5.2	Multiplizieren und Dividieren	50
5	Winkel und Kreise	53
5.1	Winkelarten	54
5.2	Winkel messen	56
5.3	Winkel zeichnen	57
5.4	Kreise zeichnen	58
6	Symmetrie und Abbildungen	59
6.1	Achsensymmetrie	59
6.2	Achsen Spiegelung	61
6.3	Drehsymmetrie	62
6.4	Drehung	63
7	Prozente und Zinsen	67
7.1	Grundwert und Prozentwert	68
7.1.1	Kreisdiagramm	70
7.2	Zinsrechnung	71
8	Daten und Zufall	75
8.1	Absolute und Relative Häufigkeit	76
8.2	Laplace-Experiment	77
8.3	Ereignis	78
8.4	Mehrstufige Zufallsexperimente	78
A	Lösungen	81

Vorwort

Hi zusammen!

Seit 2020 helfen wir jetzt schon tagtäglich vielen Schülerinnen und Schülern mit unseren Lernvideos in Mathe. Wir wollen zeigen, dass jede Schülerin und jeder Schüler Mathe verstehen und eine gute Klassenarbeit schreiben kann. Deshalb freuen wir uns riesig, dir mit diesem Lernheft eine weitere Unterstützung an die Hand geben zu können.

Mit diesem Heft möchten wir dir einen Einblick in die Grundlagen der Schulmathematik geben und diese mit unseren Lernvideos und Übungen verknüpfen.

Wenn du bei den Aufgaben Unterstützung brauchst, nutzt du den jeweiligen QR-Code. Dieser leitet dich dann zu einem passenden Lernvideo von uns und schon kennst du den (Rechen-)Weg und kommst weiter.

Abschließend hast du die Möglichkeit deine Übungen mit den Lösungen hinten im Heft zu vergleichen.

Du bist mit diesem Heft in der Lage, dir das mathematische Schulwissen selbstständig anzueignen, zu vertiefen oder zu festigen. Du kannst unabhängig von deiner Lerngruppe in deinem eigenen Tempo lernen und hast immer die Sicherheit, dass dir jemand zur Seite steht, wenn du Hilfe brauchst!

Wir denken, dass dieses Heft für dich eine gute Unterstützung im Schulalltag sein kann. Und natürlich kannst du hiermit auch wunderbar „Lücken“ aufarbeiten.

Johannes und Josef von @mathe_mind

1 Teilbarkeit und Vielfache

Aus dem letzten Jahr wissen wir bereits, wie wir zwei Zahlen **dividieren** (teilen) sowie **multiplizieren** (Mal nehmen). *Teiler und Vielfache bestimmen* funktioniert sehr ähnlich. Dazu schauen wir uns zunächst an, was ein *Teiler* ist und gehen dann auf *Vielfache* ein.

1.1 Teiler

Wenn wir noch einmal genauer an die **Division** zurückdenken, erinnern wir uns bestimmt auch daran, dass es Ergebnisse **mit** und Ergebnisse **ohne Rest** gab. Wenn wir zum Beispiel 56 durch 5 teilen, dann lautet das Ergebnis: 11 Rest 1, da $5 \cdot 11 + 1 = 56$ ist. Der **Teiler** einer Zahl ist ein Divisor, für den kein Rest bleibt. Die 5 ist also kein Teiler von 56, da ein Rest von 1 bleibt. Aber die 2 ist zum Beispiel ein Teiler, da $56 : 2 = 28$ Rest 0.

1.1.1 Teilermenge bestimmen

Eine **Menge** können wir als eine Zusammenfassung von mehreren Elementen, in unserem Fall Zahlen, verstehen. Die **Teilermenge** \mathcal{T} umfasst also alle Teiler einer Zahl. Wir schreiben Teilermengen mit geschwungenen Klammern, in denen alle Teiler stehen.

Beispiel 1.1 *Wir betrachten einmal die Zahl 6 und wollen die Teilermenge bestimmen. Dafür fangen wir vorne an und arbeiten uns Schritt für Schritt bis zur 6 selbst vor.*

- *Ist die 1 ein Teiler?* → Ja, denn $6 : 1 = 6$ Rest 0
- *Ist die 2 ein Teiler?* → Ja, denn $6 : 2 = 3$ Rest 0
- *Ist die 3 ein Teiler?* → Ja, denn $6 : 3 = 2$ Rest 0
- *Ist die 4 ein Teiler?* → Nein, denn $6 : 4 = 1$ Rest 2
- *Ist die 5 ein Teiler?* → Nein, denn $6 : 5 = 1$ Rest 1
- *Ist die 6 ein Teiler?* → Ja, denn $6 : 6 = 1$ Rest 0

Somit können wir die Teilermenge schreiben als: $\mathcal{T}_6 = \{1; 2; 3; 6\}$.

Beispiel 1.2 Teilermenge von 56 bestimmen

1. $\mathcal{T}_{56} = \{\}$.
2. Die 1 gehört immer zur Teilermenge einer ganzen Zahl $\rightarrow \mathcal{T}_{56} = \{1\}$
3. Jede Zahl ist durch sich selbst teilbar $\rightarrow \mathcal{T}_{56} = \{1; 56\}$
4. Die 56 ist eine gerade Zahl, also ist die 2 auch ein Teiler $\rightarrow \mathcal{T}_{56} = \{1; 2; 56\}$
5. $56 : 2 = 28$ Rest 0 also $56 : 28 = 2$ Rest 0 $\rightarrow \mathcal{T}_{56} = \{1; 2; 28; 56\}$
6. $5 + 6 = 11$ und $11 : 3 = 3$ Rest 2, die 3 ist somit **kein** Teiler.
7. $56 : 4 = 14$ Rest 0 $\rightarrow \mathcal{T}_{56} = \{1; 2; 4; 28; 56\}$
8. $56 : 4 = 14$ Rest 0 also $56 : 14 = 4$ Rest 0 $\rightarrow \mathcal{T}_{56} = \{1; 2; 4; 14; 28; 56\}$
9. Da 56 nicht auf 0 oder 5 endet, ist die 5 **kein** Teiler.
10. Die 2 ist ein Teiler, aber die 3 nicht, also ist auch die 6 **kein** Teiler.
11. $56 : 7 = 8$ Rest 0 $\rightarrow \mathcal{T}_{56} = \{1; 2; 4; 7; 14; 28; 56\}$
12. $56 : 7 = 8$ Rest 0 also $56 : 8 = 7$ Rest 0 $\rightarrow \mathcal{T}_{56} = \{1; 2; 4; 7; 8; 14; 28; 56\}$
13. Die Quersumme 11 ist nicht ohne Rest durch 9 teilbar, somit ist die 9 **kein** Teiler von 56.
14. Da 56 nicht auf 0 endet, ist die 10 **kein** Teiler.

Als Teilermenge von 56 ergibt sich somit: $\mathcal{T}_{56} = \{1; 2; 4; 7; 8; 14; 28; 56\}$

Funfact: Wenn die Quersumme durch 3 teilbar ist, ist auch die Quersumme der Quersumme durch 3 teilbar! Probiert das doch mal mit 93 aus. Das gleiche gilt auch für die Quersumme und die 9.

Aufgabe 1.1.1 Entscheide, ob die Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe basierend auf den oben gelernten Tricks.

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a) 64 ist durch 2 teilbar. | e) 12 ist durch 5 teilbar. |
| b) 26 ist durch 4 teilbar. | f) 72 ist durch 9 teilbar. |
| c) 36 ist durch 3 teilbar. | g) 58 ist durch 8 teilbar. |
| d) 28 ist durch 6 teilbar. | h) 87 ist durch 3 teilbar. |

Aufgabe 1.1.2 Finde den Fehler in folgenden Teilmengen:

- a) $\mathcal{T}_{15} = \{1; 3; 5; 8; 15\}$ b) $\mathcal{T}_{14} = \{1; 2; 14\}$ c) $\mathcal{T}_{28} = \{2; 4; 7; 14\}$

2.3.2 Erweitern

Ähnlich wie beim Kürzen, verändern wir die Form des Bruchs, ohne den Wert zu verändern. Dafür müssen wir sowohl Zähler, als auch Nenner, mit einem beliebigen Faktor multiplizieren.

Beispiel 2.11 $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$

Beispiel 2.12 $\frac{4}{10} = \frac{4 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{12}{30}$

2.3.3 Brüche auf den gleichen Nenner bringen

Manchmal kann es wichtig sein, zwei Brüche auf den gleichen Nenner zu bringen. Nehmen wir zum Beispiel $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$. Bei diesen beiden Brüchen sehen wir nicht sofort, welcher größer und welcher kleiner ist. Um zwei Brüche also miteinander vergleichen zu können, müssen wir sie auf **den gleichen Nenner** bringen. Dafür gehen wir wie folgt vor:

- Wir suchen das kleinste gemeinsame Vielfache der beiden Nenner.
- Beide Nenner werden auf das *kgV* erweitert.
- Die Zähler werden mit dem Faktor multipliziert, mit dem der jeweilige Nenner zum *kgV* erweitert wurde (Faktor = *kgV* : Nenner).

Der neue gemeinsame Nenner wird auch als **Hauptnenner** bezeichnet.

Anmerkung: In den meisten Fällen ist es einfach, das kleinste gemeinsame Vielfache zu bestimmen. Falls die Nenner allerdings große Zahlen sind, dann ist es natürlich auch möglich, den größten gemeinsamen Teiler zu bestimmen und dann zu Kürzen. Falls die Zahlen klein genug sind, ist es auch immer möglich die Nenner miteinander zu multiplizieren, da das Produkt immer ein Vielfaches von den Nennern ist.

Beispiel 2.13 Wir haben $\frac{3}{8}$ und $\frac{1}{6}$ gegeben und wollen beide Brüche auf den gleichen Nenner bringen. Das kleinste gemeinsame Vielfache von 8 und 6 ist 24, wir rechnen also:

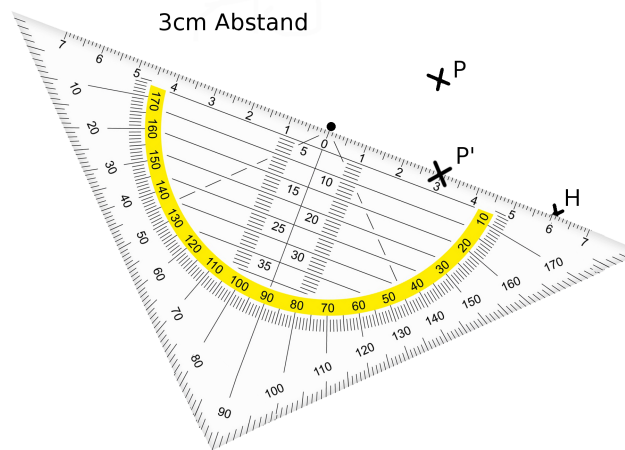
$$\frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24} \text{ und } \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{4}{24}$$

Jetzt sehen wir auch direkt, dass $\frac{3}{8}$ größer ist als $\frac{1}{6}$.

Beispiel 2.14 Betrachten wir $\frac{3}{10}$ und $\frac{3}{9}$. Das kleinste gemeinsame Vielfache von 9 und 10 ist 90, wir rechnen also:

$$\frac{3 \cdot 9}{10 \cdot 9} = \frac{27}{90} \text{ und } \frac{3 \cdot 10}{9 \cdot 10} = \frac{30}{90}$$

Jetzt sehen wir, dass $\frac{3}{9}$ größer ist als $\frac{3}{10}$.



In unserem Beispiel haben wir den Punkt nach rechts gedreht. Wenn wir ihn nach links hätten drehen wollen, dann hätten wir das Geodreieck einfach genau um 180° gedreht anlegen müssen (also „Spitze nach oben“). Um eine Figur zu drehen, müssen wir nun also einfach alle Eckpunkte drehen.

Aufgabe 6.4.2 Drehe die Figuren oder Kreuze um den angegebenen Winkel und in die angegebene Richtung. Der Drehpunkt ist der schwarze Punkt.

a) Um 30° nach links.

c) Um 45° nach rechts.



b) Um 150° nach rechts.

