24. geg. $1\,J = 1\,Ws = 1\,VAs = 1\,Nm = 1\,\frac{kg\,m^2}{s^2}$

(A) $= \frac{J^2}{Nm} = \frac{J^{\cancel{2}}}{\cancel{J}} = J$ ✓

(B) $= \frac{J\,Nm}{VAs} = \frac{J \cdot \cancel{J}}{\cancel{J}} = J$ ✓

(C) $= \frac{W^2 s^2}{J} = \frac{J \cdot \cancel{J}}{\cancel{J}} = J$ ✓

(D) $= \frac{N^2 s^2}{kg} = \frac{N^2 m^2 s^2}{kg\ m^2} = \frac{J \cdot \cancel{J}}{\cancel{J}} = J$ ✓

(E) $= \frac{Ws^3}{kg\ m^2} = \frac{Ws \cdot s^2}{kg\ m^2} = \frac{J}{J}$ ↯

Musterlösungen

Simulation 3

Quant. & form. Probleme

1.

$\boxed{1 \text{ Promille } (‰) \hat{=} 0{,}1\,\%}$

Es gilt: $-0{,}1$ Promillepunkte pro h

Mann kommt um 8^{00} Uhr ins Krankenhaus
→ seit 1^{00} nichts mehr getrunken
→ 7h Alkohol abgebaut ($7 \cdot 0{,}1 = 0{,}7$ Promillepunkte)

jetzt 1,7 Promille
um 1^{00} also $1{,}7 + 0{,}7 = 2{,}4$ Promille

Mann mit 5L Blut: $5\,L = 5000\,ml$
$5000\,ml \cdot 0{,}24\,\% = 5000\,ml \cdot 0{,}0024 = 12\,ml$ Alkohol

2. Relative Werte oder absolute Werte

	P	$\overline{P}$	
C	10%	60%	70%
$\overline{C}$	10%	20%	30%
	20%	80%	100%

$20\,\% + 80\,\% = 100\,\%$

	P	$\overline{P}$	
C	20	120	140
$\overline{C}$	20	40	60
	40	160	200

$40 + 160 = 200$

gegeben
ausgerechnet

10% von 200 Teilnehmern = 20

3. Frauen $2 : 1$

Schnilfe : ohne Schnilfe

→ 2 von 3 mit Schnilfe ≙ 66,7%

Männer 3 von 5 mit Schnilfe ≙ 60% .

→ 60% ≙ 100%

66,7% ≙ x

Achtung : Prozent vs. Prozentpunkt

$$\rightarrow \quad x = \frac{66{,}7\% \cdot 100\%}{60\%} = 111{,}1\%$$ bei Frauen höher

4. I. $F = m \cdot \frac{\Delta v}{t}$

II. $s = \frac{W}{F} \quad \rightarrow \quad F = \frac{W}{s}$

$$\text{I.} = \text{II.} \qquad \frac{W}{s} = \frac{m \cdot \Delta v}{t} \qquad | \cdot s$$

$$W = \frac{m \cdot \Delta v \cdot s}{t}$$

mit $[m] = kg$

$[\Delta v] = \frac{m}{s}$

$[t] = s$

$[s] = m$

$$\rightarrow [W] = \frac{kg \cdot m \cdot m}{s \cdot s}$$

$$= \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

5. $W = U^2 \cdot \frac{C}{2}$ mit $[C] = \frac{As}{V}$ $\rightarrow W = U^2 \cdot \frac{Q}{2U}$

$C = \frac{Q}{U}$ mit $[Q] = As$

✓ (A) $W' = 2U \cdot \frac{Q}{2 \cdot 2}$ mit $W = U^2 \cdot \frac{C}{2}$ und $C = \frac{Q}{U}$

$\rightarrow W = U^2 \cdot \frac{Q}{2U}$

$= U \cdot \frac{Q}{2}$

$W' = \cancel{\frac{2}{2}} \cdot U \cdot \frac{Q}{2} \triangleq W$

$W' = W$

✓ (B) $W = \frac{Q^2}{C^2} \cdot \frac{C}{2}$

$= \frac{Q^2}{2C}$

$[W] = \frac{A^{\cancel{2}} s^{\cancel{2}} V}{\cancel{As}}$

$= A \cdot s \cdot V$

✓ (C) $W' = (4U)^2 \cdot \frac{C}{16 \cdot 2}$

$W' = 16\, U^2 \cdot \frac{C}{16 \cdot 2}$

$W' = \cancel{\frac{16}{16}} \, U^2 \cdot \frac{C}{2} \triangleq W$

$W' = W$

✓ (D) $W = U^2 \cdot \frac{C}{2}$ mit $C = \frac{Q}{U}$

$\rightarrow W = U^{\cancel{2}} \cdot \frac{Q}{2\cancel{U}}$

$= \frac{U}{2} \cdot Q$

↯ (E) Spannung könnte theoretisch neg. sein

6. 1. Verdünnung:

Exkurs: Verdünnung 1 : 3 ≙ insg. 3 Teile
1 Teil NaCl + 2 Teile Wasser

1 Teil NaCl 10%
2 Teile Wasser 0%
} Verdünnung 1 : 3

$\rightarrow \frac{10\%}{3} = 3{,}3\%$ NaCl

2. Lösung

1 Teil 3,3% NaCl
1 Teil 5% NaCl

$\rightarrow \frac{3{,}3\% + 5\%}{2} \approx 4{,}17\%$ NaCl

7.

Aussage (I):

A	B	C	D	E
1	1	1		
2	2	2		
	3	3		3
	4			4
	5	5	5	

→ richtig

Aussage (II):

A	B	C	D	E
1	1	1		
2	2	2		
	3	3		3
	4			4
	5	5	5	

→ falsch

$2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 = 80$

Aussage (III):

A	B	C	D	E
1	1	1		
2	2	2		
	3	3		3
	4			4
	5	5	5	

→ richtig

Keine Übereinstimmung bei A, D & E
→ mindestens 5 Spender!

5 wird in jedem Fall gebraucht

8. geg. 5,6

(A) $\underbrace{0{,}0056}_{3} \cdot 10^{3} = 5{,}6 \cdot 10^{0} = 5{,}6$ ✓

(B) $\underbrace{56000}_{-4} \cdot 10^{-4} = 5{,}6 \cdot 10^{0} = 5{,}6$ ✓

(C) $5{,}6 \cdot 10^{0} = 5{,}6$ ✓

(D) $0{,}0056 \cdot 10^{-3} = 0{,}0000056$ ↯

(E) $\underbrace{0{,}56}_{\cdot 10} \cdot 10 = 5{,}6$ ✓

9. $7.948.118.519 \approx 8 \cdot 10^{9}$

$\rightarrow$ $8 \cdot 10^{9} \mathrel{\hat{=}} 100\,\%$

$x \mathrel{\hat{=}} 0{,}01\,\%$

$\rightarrow$ $x = \dfrac{8 \cdot 10^{9} \cdot 0{,}01\,\%}{100\,\%}$

$= \dfrac{8 \cdot 10^{7}}{100}$

$= 8 \cdot 10^{5}$

$= 800.000 \mathrel{\hat{=}}$ Hunderttausend

10.

Anfangsbestand N_0 ≙
Verdopplungszeit T ≙
Bestand nach Zeit t $N(t)$
Zeit t ≙

$N(t) = N_0 \cdot 2^{\frac{t}{T}}$ ≙

zum besseren Verstehen mit Zahlenbeispiel:
10
alle 5 Minuten

vergangene Zeit: 10 min

$$N(t) = 10 \cdot 2^{\frac{10\,min}{5\,min}}$$
$$= 10 \cdot 2^2$$
$$= 10 \cdot 4$$
$$= 40$$

11. 10 mg pro kg Körpergewicht in 30 min.

80 kg Mann
→ 10 mg · 80 = 800 mg pro 30 min abgebaut

zwischen Start (10:00) und 16:30 befinden sich 6,5 Stunden:

6,5 Stunden ≙ 13 · 30 min.

500 mg + 13 · 800 mg = Start (10:00)
500 mg + 10400 mg = 10900 mg um 10:00 Uhr

12. 100ml Shake: 10g Eiweiß
8g Kohlenhydrate

→ 500ml Shake: 10g · 5 = 50g Eiweiß
8g · 5 = 40g Kohlenhydrate

50g + 40g = 90g

$90g \cdot 17 \frac{kJ}{g} = 1530\,kJ$

$1530\,kJ = \frac{1530}{4}\,kcal = 382{,}5\,kcal$

$\boxed{\begin{array}{l} 500\,kcal ≙ 100\% \\ 382{,}5\,kcal ≙ x\% \end{array}}$

$\rightarrow \frac{382{,}5 \cdot 100}{500} = x = 76{,}5\% \approx 77\%$

13. dimensionslos $\hat{=}$ einheitslos

(A) $$[x] = \frac{W}{As} \cdot \frac{\Omega}{W} \cdot \frac{1}{\frac{\Omega \cdot s}{A}}$$

$$= \frac{\cancel{W}}{\cancel{A}s} \cdot \frac{\cancel{\Omega}}{\cancel{W}} \cdot \frac{\cancel{A}}{\cancel{\Omega} \cdot s}$$

$$= \frac{1}{s^2} \quad ↯$$

(B) $$[x] = \left(\frac{g}{m^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{g}{m}\right)^{-2} \cdot \frac{m^2}{g}$$

$$= \frac{g^2}{m^4} \cdot \frac{1}{\frac{g^2}{m^2}} \cdot \frac{m^2}{g}$$

$$= \frac{\cancel{g^2}}{\cancel{m^4}} \cdot \frac{\cancel{m^2}}{\cancel{g^2}} \cdot \frac{\cancel{m^2}}{g}$$

$$= \frac{1}{g} \quad ↯$$

(C) $$[x] = \frac{\sqrt{mg}}{mg} \cdot \frac{1}{\sqrt{g}}$$

$$= \frac{\sqrt{m} \cdot \cancel{\sqrt{g}}}{mg} \cdot \frac{1}{\cancel{\sqrt{g}}}$$

$$= \frac{\sqrt{m}}{mg} \quad ↯$$

(D) $$[x] = \frac{g^2}{m^4} \cdot \frac{1}{\frac{g^2}{m^2}} \cdot m^2$$

$$= \frac{\cancel{g^2}}{\cancel{m^4}} \cdot \frac{\cancel{m^2}}{\cancel{g^2}} \cdot \cancel{m^2} \quad ✓$$

(E) $$[x] = \frac{W^2}{A^2} \cdot \frac{1}{\frac{V}{A}} \cdot \frac{V}{W}$$

$$= \frac{W^{\cancel{2}}}{A^{\cancel{2}}} \cdot \frac{\cancel{A}}{\cancel{V}} \cdot \frac{\cancel{V}}{\cancel{W}}$$

$$= \frac{W}{A} \quad ↯$$

14. $\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Antwortmöglichkeiten in Ω

mit $R_1 = 10^{-4}\ M\Omega \overset{\cdot 10^6}{=} 100\ \Omega$

$R_2 = 0{,}5\ k\Omega \underset{\cdot 10^3}{=} 500\ \Omega$

$\rightarrow \frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{500}$

$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{5}{500} + \frac{1}{500}$

$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{6}{500}$ Kehrbruch

$R_{ges} = \frac{500}{6}$

15. Papiergeschwindigkeit : $50\ \frac{mm}{s}$

R-Zacken Abstand : $40\ mm$

mit Frequenz $= \frac{1}{s}$

$\rightarrow$ Dauer Herzschlag $= \frac{40\ mm}{50\ \frac{mm}{s}}$

$= \frac{40\ \cancel{mm} \cdot s}{50\ \cancel{mm}}$

$= \frac{4}{5}\ s$

Exkurs
Formel über Einheiten herleiten, damit s (Sekunde) rauskommt.

$\rightarrow$ Frequenz $\hat{=}$ Kehrwert Dauer Herzschlag

$\rightarrow$ Frequenz $= \frac{5}{4}\ Hz$

$= 1{,}25\ Hz$

16. Es gilt: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ Verhältnis $\hat{=}$ Quotient

$T = \frac{1}{f}$

$v = \omega \cdot r$

Lösung: $v = \omega \cdot r$ mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$v = \frac{2\pi r}{T}$ Jetzt mit: 4 · Umlaufzeit T, $\frac{1}{2}$ · Radius r

$v' = \frac{2\pi \cdot \frac{1}{2} r}{4T}$

$v' = \frac{2\pi r}{8T}$ $\hat{=}$ v

$v' = \frac{1}{8} \cdot v$

17. x nimmt stets ab!

x	1/10	1/40	1/160	1/1000
y	10	20	40	100

y nimmt stets zu!

x nimmt ab und y nimmt zu $\hat{=}$ indirekte Proportionalität
→ Produktgleichheit

(A) und (C) prüfen

→ (A) $x \cdot y = \text{konst.}$

1) $\frac{1}{10} \cdot 10 = 1$

2) $\frac{1}{40} \cdot 20 = ↯$

→ (C) $x \cdot y^2 = \text{konst.}$

1) $\frac{1}{10} \cdot 10^2 = 10$ ✓

2) $\frac{1}{40} \cdot 20^2 = 10$ ✓

3) $\frac{1}{160} \cdot 40^2 = 10$ ✓

4) $\frac{1}{1000} \cdot 100^2 = 10$ ✓

18. geg. 80% pos. Effekte (aller Teilnehmer)
20% Placeboeffekt (aller Teilnehmer)

→ Aus dem Text wird nicht klar, dass jeder der ein Placebo bekommen hat aus einen Placeboeffekt aufzeigt

→ Den Angaben ist nicht zu entnehmen, wie groß der Anteil der Probanten ist, die ein Placebo bekommen haben!

19.

Die 1 wird zu 7 & die 7 zur 1, somit hat man eine geschlossene Zuordnung, die durch das Tupel (1 7) beschrieben wird.
Desweiteren wird die 2 zur 3, die 3 zur 4 & die 4 wieder zur 2, man erhält das Tupel (2 3 4)
Außerdem wird die 5 zur 9, die 9 zur 8, die 8 zur 10 & die 10 zur 6. Dieser Teil lässt sich durch das Tupel (5 9 8 10 6) darstellen.
Man erhält folglich insgesamt das unten stehende Tupel:

(1 7)(2 3 4)(5 9 8 10 6)

20. $F_{ZP} = m \cdot \frac{v^2}{r}$ $[F] = N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$

Zentrifuge ≙ 600.000 Umdrehungen pro Minute

Masse $m = 10g = 0{,}01\ kg$

Radius $r = 10\ cm = 0{,}1\ m$

$$u = 2\pi \cdot r$$
$$= 2 \cdot 3 \cdot 0{,}1\ m$$
$$= 0{,}6\ m$$

$v = \frac{s}{t}$ mit s = Strecke ≙ $0{,}6\ m \cdot 600.000$ Umdreh. $= 360000$

t = Zeit ≙ $1\ min = 60\ s$

$$= \frac{360000\ m}{60\ s}$$
$$= 6000\ \frac{m}{s}$$

$$\rightarrow F_{ZP} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$
$$= 0{,}01\ kg \cdot \frac{(6000\ m/s)^2}{0{,}1\ m}$$
$$= 0{,}01\ kg \cdot \frac{36.000.000\ m^2}{0{,}1\ m \cdot s^2}$$
$$= 3.600.000\ N$$

21. 10 Kernspintomographen

→ jeder besitzt 4 Spulen

Spule : Durchmesser $d = 20\ cm = 0{,}2\ m$

Windungszahl $= 100.000$

Es gilt : $u = 2\pi \cdot r$ mit $d = 0{,}2 m$

$= 2 \cdot 3 \cdot 0{,}1\ m$ $\quad r = 0{,}1\ m$

$= 0{,}6\ m$

→ $0{,}6\ m \cdot 100.000$ Windungen $= 60.000\ m = 60\ km$

Insgesamt 10 Kernspintomogr. · 4 Spulen = 40 Spulen

→ $60\ km \cdot 40 = 2400\ km$

$= 2{,}4 \cdot 10^3\ km$

22. Direkte Proportionalität $\hat{=}$ Quotientengleichheit

ϟ (A) Eine bloße Erhöhung ist kein eindeutiges Zeichen !

→ muss sich um den gleichen Faktor erhöhen !

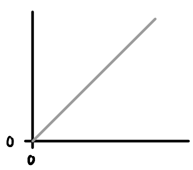
✓ (B) $\frac{x}{y} = $ konst.

demnach $\frac{c \cdot x}{c \cdot y} = $ konst.

✓ (C) Quotientengleichheit

$\frac{x}{y} = $ konst.

✓ (D)



(E) Nein, weil aus (A) nicht gefolgert werden kann !

23. Es gilt: $[x] = \frac{m^2}{s}$

mit $[m] = kg$
$[f] = \frac{1}{s}$
$[F] = 1\,N = 1\,\frac{kg \cdot m}{s^2}$
$[V] = m^3$
$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$
$[v] = \frac{m}{s}$
$[t] = s$

Lösen durch einsetzen:

✓ (A) $[x] = \frac{m^2}{s^2 \frac{1}{s}} = \frac{m^2 s}{s^2} = \frac{m^2}{s}$

ϟ (B) $[x] = \frac{\sqrt{\frac{kg \cdot \cancel{m}}{s^2} \cdot \frac{kg}{m^{\cancel{3}\,2}}}}{m} \cdot \sqrt[3]{m^6} = \frac{\sqrt{\frac{kg^2}{m^2 s^2}}}{m} \cdot \sqrt[3]{m^6} = \frac{kg}{m \cdot s \cdot m} \cdot \sqrt[3]{m^6}$

kann sich nicht mehr wegkürzen ϟ

✓ (C) $[x] = \frac{m^3}{\frac{m}{s} \cdot s^2} = \frac{m^3 \cdot s}{m \cdot s^2} = \frac{m^2}{s}$

✓ (D) $[x] = \frac{1}{s} \cdot \cancel{s^2} \cdot \frac{m^2}{\cancel{s^2}} = \frac{m^2}{s}$

✓ (E) $[x] = \frac{\cancel{m^3} \cdot \cancel{kg}}{\cancel{kg} \cdot \cancel{m^3}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{s \cdot \frac{m^2}{s^2}}} = \frac{1}{\frac{s^2}{s \cdot m^2}} = \frac{\cancel{s} \cdot m^2}{s^{\cancel{2}}} = \frac{m^2}{s}$

24. geg. 1 ml $\hat{=}$ 100 EH

1 U100 $\hat{=}$ 10 ml $\hat{=}$ 1000 EH
→ reicht für 10 Tage
→ 100 EH für 1 Tag

Deutschland: $1 \cdot 10^7 \hat{=} 100\%$
$x \hat{=} 10\%$

$\rightarrow x = \frac{1 \cdot 10^7 \cdot 10\%}{100\%} = 1 \cdot 10^6$

Lösung: $\underbrace{1 \cdot 10^6}_{\text{Diabetiker}} \cdot \underbrace{100}_{\text{EH tägl.}} \cdot \underbrace{365}_{\text{Tage}} \cdot \underbrace{10}_{\text{Jahre}} = 365 \cdot 10^9$

23. Es gilt: $[x] = \frac{m^2}{s}$

mit
$[m] = kg$
$[f] = \frac{1}{s}$
$[F] = 1\,N = 1\,\frac{kg \cdot m}{s^2}$
$[V] = m^3$
$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$
$[v] = \frac{m}{s}$
$[t] = s$

Lösen durch einsetzen:

✓ (A) $[x] = \frac{m^2}{s^2 \frac{1}{s}} = \frac{m^2 s}{s^2} = \frac{m^2}{s}$

↯ (B) $[x] = \frac{\sqrt{\frac{kg \cdot \cancel{m}}{s^2} \cdot \frac{kg}{m^{\cancel{3}\,2}}}}{m} \cdot \sqrt[3]{m^6} = \frac{\sqrt{\frac{kg^2}{m^2 s^2}}}{m} \cdot \sqrt[3]{m^6} = \frac{kg}{m \cdot s \cdot m} \cdot \sqrt[3]{m^6}$

kann sich nicht mehr wegkürzen ↯

✓ (C) $[x] = \frac{m^3}{\frac{m}{s} \cdot s^2} = \frac{m^3 \cdot s}{m \cdot s^2} = \frac{m^2}{s}$

✓ (D) $[x] = \frac{1}{s} \cdot \cancel{s^2} \cdot \frac{m^2}{\cancel{s^2}} = \frac{m^2}{s}$

✓ (E) $[x] = \frac{\cancel{m^3} \cdot \cancel{kg}}{\cancel{kg} \cdot \cancel{m^3}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{s \cdot \frac{m^2}{s^2}}} = \frac{1}{\frac{s^2}{s \cdot m^2}} = \frac{\cancel{s} \cdot m^2}{s^{\cancel{2}}} = \frac{m^2}{s}$

24. geg. 1 ml $\hat{=}$ 100 EH

1 U100 $\hat{=}$ 10 ml $\hat{=}$ 1000 EH
→ reicht für 10 Tage
→ 100 EH für 1 Tag

Deutschland: $1 \cdot 10^7 \hat{=} 100\,\%$
$x \hat{=} 10\,\%$

$$\rightarrow x = \frac{1 \cdot 10^7 \cdot 10\,\%}{100\,\%} = 1 \cdot 10^6$$

Lösung: $\underbrace{1 \cdot 10^6}_{\text{Diabetiker}} \cdot \underbrace{100}_{\text{EH tägl.}} \cdot \underbrace{365}_{\text{Tage}} \cdot \underbrace{10}_{\text{Jahre}} = 365 \cdot 10^9$

Musterlösungen
Simulation 4
Quant. & form. Probleme

1. Montag : 4

Dienstag : -25% → 3

Mittwoch : $2 \cdot (Mo + Fr)$

→ $2 \cdot (4 + 2) = 12$

Donnerstag : 80% aller OPs $\hat{=}$ restliche Tage zusammen $\hat{=}$ 20%

Freitag : 2

Montag + Dienstag + Mittwoch + Freitag $\hat{=}$ 20%

$4 + 3 + 12 + 2 = 21 \hat{=} 20\%$

$x \hat{=} 100\%$

$$\rightarrow x = \frac{21 \cdot 100\%}{20\%} = \text{105 Patienten}$$

2. $120\% \hat{=} 100$ Einheiten

$110\% \hat{=} x$ Einheiten

$$\rightarrow \frac{110\% \cdot 100}{120\%} \approx 92 \text{ Einheiten}$$

3. geg. 200 000 Einwohner

0,02 % Covid-19 infiziert

80 % wissen, dass sie infiziert sind

→ 20 % wissen <u>nicht</u>, dass sie infiziert sind

$\rightarrow 200\,000 \cdot 0{,}0002 \cdot 0{,}2$

$= 2 \cdot \cancel{10^{5}} \cdot 2 \cdot \cancel{10^{-4}} \cdot 2 \cdot \cancel{10^{-1}}$

$= 8$

$\rightarrow$ 8 von 200 000 $\mathrel{\widehat{=}} \dfrac{8}{200\,000} = \boxed{\dfrac{1}{25\,000}}$

4.

1. Spiel: Für den Erwartungswert E des ersten Spieles lässt sich somit folgende Formel aufstellen:

$$E = 5€ \cdot 0{,}5 + a \cdot 0{,}5 \qquad *$$

Bei einem Münzwurf beträgt sowohl die Wahrscheinlichkeit für Kopf, als auch für Zahl 50% (0,5 in anderer Schreibweise)

a: Der Gewinn im Fall von „Zahl" ist noch unklar, da in diesem Fall noch weitergespielt werden muss & wird deshalb vorerst mit dem Buchstaben a markiert

Die 5€ stellen den Gewinn (immer echter Gewinn im Erwartungswert, siehe Definition!) bei „Kopf" dar, da $\underbrace{-5€}_{\text{(Einsatz)}} + \underbrace{10€}_{\text{(Gewinn)}} = \underbrace{5€}_{\text{(echter Gewinn)}}$

Aussage (III):

Das gesamte Spiel wäre fair ($E = 0$ in *), wenn $a = -5€$ wäre.

a stellt hierbei den erwarteten Gewinn im 2. Spiel dar:

$$a = \underbrace{47€}_{54€ - 7€ \text{ Einsatz}} \cdot 1/6 - \underbrace{7€}_{7€ \text{ Einsatz}} \cdot \underbrace{5/6}_{\text{Zahlen 1-5}} = \frac{47}{6}€ - \frac{35}{6}€ = \frac{12}{6}€ = 2€ \neq -5€$$

Das Spiel ist NICHT fair
→ Aussage 3 ist falsch!

Aussage (II):

Für E erhält man mit $a = 2$:

$$E = 5€ \cdot 0{,}5 + 2€ \cdot 0{,}5 = 3{,}5€$$

d.h. man macht auf längere Sicht also Gewinn bei diesem Spiel, so dass es sich für den Passanten lohnen würde öfter zu spielen.
→ Aussage 2 ist richtig!

Aussage (I):

Fall 1: Beim ersten Spiel wird „Kopf" geworfen, in diesem Fall gewinnt er 5€ ($-5€ + 10€$)

Fall 2: Beim ersten Spiel wird „Zahl" geworfen, d.h. der Spieler muss weiter spielen hat aber bereits 5€ durch seinen Einsatz beim ersten Spiel verloren.
Nun wird beim 2. Spiel eine 6 geworfen & er gewinnt $54€ - \underbrace{7€}_{\text{Einsatz 2. Spiel}} - \underbrace{5€}_{\text{Einsatz 1. Spiel}} = 42€$

Fall 3: Beim ersten Spiel wird „Zahl" geworfen, d.h. der Spieler muss weiter spielen hat aber bereits 5€ durch seinen Einsatz beim ersten Spiel verloren.
Nun wird beim 2. Spiel keine 6 geworfen & er verliert seine beiden Einsätze $-\underbrace{7€}_{\text{Einsatz 2. Spiel}} - \underbrace{5€}_{\text{Einsatz 1. Spiel}} = -12€$

5. $f_n = 500\ \frac{1}{s}$

$v = 10\ \frac{m}{s}$

Formel: $f_F = f_n \cdot \left(1 - \frac{v}{v_{Schall}}\right)$ mit $v_{Schall} = 300\ \frac{m}{s}$

$= 500\ \frac{1}{s} \cdot \left(1 - \frac{1\cancel{0}}{30\cancel{0}}\right)$

$= 500\ \frac{1}{s} \cdot \left(\frac{30}{30} - \frac{1}{30}\right)$

$= 500\ \frac{1}{s} \cdot \frac{29}{30}$

$= \frac{50\cancel{0} \cdot 29}{3\cancel{0}}\ \frac{1}{s}$

$= 483{,}3\ \frac{1}{s}$ ACHTUNG: Das ist noch nicht die Frequenzänderung !

$\rightarrow f_n - f_f$

$= 500\ \frac{1}{s} - 483{,}3\ \frac{1}{s} = 16{,}7\ \frac{1}{s}$

6. $\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeitspanne}}$

Ergebnis 1: $\frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeitspanne}}$ in Sekunden

Ergebnis 2: $\frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeitspanne}}$ in Tage

Lösung: Ergebnis 2 · x = Ergebnis 1

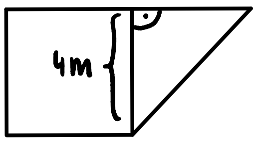
Tage $\xrightarrow{\cdot 24}$ Stunden $\xrightarrow{\cdot 60}$ Minuten $\xrightarrow{\cdot 60}$ Sekunden

Zeit (Tag) · 24 · 60 · 60 = Zeit (Sekunden)

Zeit (Tag) · 864 000 = Zeit (Sekunden) ACHTUNG: Zeit im Nenner !

$\rightarrow$ Ergebnis 2 $\cdot \frac{1}{864000}$ = Ergebnis 1

7.



Schrank: B 3 m, H 2,5 m, T ? } 5% des Raumes

Raum: Quadrat + Dreieck

Quadrat: $4\,m \cdot 4\,m \cdot 2{,}5\,m = 40\,m^3$

Dreieck: $\frac{1}{2} \cdot 4\,m \cdot 4\,m \cdot 2{,}5\,m = 20\,m^3$

$\rightarrow 40\,m^3 + 20\,m^3 = 60\,m^3$

$60\,m^3 \mathrel{\hat{=}} 100\,\%$

$x \mathrel{\hat{=}} 5\,\%$

$$\rightarrow x = \frac{5\,\% \cdot 60\,m^3}{100\,\%} = 3\,m^3$$

Schrank:

$B \cdot H \cdot T = 3\,m^3$

$3\,m \cdot 2{,}5\,m \cdot T = 3\,m^3$

$$T = \frac{\cancel{3}\,m^{\cancel{3}}}{\cancel{3}\cancel{m} \cdot 2{,}5\,\cancel{m}}$$

$$= \frac{1}{2{,}5}\,m$$

$$= 0{,}4\,m = 40\,cm$$

8.

zu Aussage (i): $[a,b] = ab - ba = ab - ab = 0$

[illegible]

$\rightarrow$ Aussage ist richtig!

zu Aussage (ii): $[a,b] = ab - ba = -(-ab + ba) = -(ba - ab) = -[b,a]$

$\rightarrow$ Aussage ist richtig!

zu Aussage (iii): $[a,[b,c]] = [a, bc - cb] = a\,(bc - cb) - (bc - cb)\,a = abc - acb - bca + cba$

$\rightarrow$ Aussage ist richtig!

9. Es gilt: $1\,N = 1\,\frac{kg \cdot m}{s^2}$

$1\,W = 1\,\frac{kg \cdot m^2}{s^3}$

$\boxed{\text{Exkurs: dimensionslos} \;\hat{=}\; \text{einheitslos}}$

(A) $[x] = \frac{N}{m} \cdot W \cdot s$

$$= \frac{kg \cdot \cancel{m} \cdot kg \cdot m^2 \cdot \cancel{s}}{\cancel{m} \cdot s^{\cancel{2}} \cdot s^3}$$

$$= \frac{kg^2 \cdot m^2}{s^4}$$ ↯

(B) $[x] = \frac{N}{s^2} \cdot N \cdot m$

$$= \frac{kg \cdot m \cdot kg \cdot m \cdot m}{s^2 \cdot s^2 \cdot s^2}$$

$$= \frac{kg^2\, m^3}{s^6}$$ ↯

(C) $[x] = \frac{N}{W \cdot s} \cdot \frac{1}{m}$

$$= \frac{\cancel{kg} \cdot \cancel{m}\; \cancel{s^3}}{\cancel{s^2}\; \cancel{kg}\; m^2\; \cancel{s}\; \cancel{m}}$$

$$= \frac{1}{m^2}$$ ↯

(D) $[x] = \frac{m}{s} \cdot N \cdot W \cdot s$

$$= \frac{m\; kg\; m\; kg\; m^2 \cancel{s}}{\cancel{s}\; s^2\; s^3}$$

$$= \frac{m^4\; kg^2}{s^5}$$ ↯

(E) $[x] = \frac{N}{W \cdot s} \cdot m$

$$= \frac{\cancel{kg} \cdot \cancel{m}\; \cancel{s^3}\; \cancel{m}}{\cancel{s^2}\; \cancel{kg}\; \cancel{m^2}\; \cancel{s}}$$ ✓ dimensionslos

10. $\frac{11^6 \cdot 1001^3}{997^4}$

$\rightarrow \frac{10^6 \cdot 1000^3}{1000^4}$

$= \frac{10^6 \cdot (10^3)^3}{(10^3)^4}$

$= \frac{10^6 \cdot 10^9}{10^{12}}$

$= 10^3$

Alle Zahlen sind ganz nah an 10 oder 1000 und die Antwortmöglichkeiten sind weit auseinander → RUNDEN !

11. (A) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} + e$ ✓

(B) $\frac{b}{a} = \frac{d}{c} + e$ ↯ kein Kehrbruch

(C) $\frac{a \cdot d}{b} = c + e \cdot d$

$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c + e \cdot d}{d}$

$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} + \frac{e \cdot \cancel{d}}{\cancel{d}}$

$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} + e$ ✓

(D) $\frac{a}{b \cdot c} = \frac{1}{d} + \frac{e}{c}$

$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} + \frac{\cancel{c} \cdot e}{\cancel{c}}$

$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} + e$ ✓

(E) $\frac{a}{b} = \frac{c + d \cdot e}{d}$

$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} + \frac{\cancel{d} \cdot e}{\cancel{d}}$

$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} + e$ ✓

12. 75 Liter reiner Sauerstoff für 100 g Glukose

Direkte Proportionalität:

$$\frac{75\text{ L}}{100\text{ g}} = \frac{x}{430\text{ g}}$$

$$\rightarrow \quad x = \frac{75\text{ L} \cdot 430\text{ g}}{100\text{ g}}$$

$$= 322{,}5 \text{ Liter reiner Sauerstoff} \neq \text{Luft}$$

$$\rightarrow \quad 322{,}5 \;\hat{=}\; 21\%$$

$$x \;\hat{=}\; 100\% \;\hat{=}\; \text{Luft}$$

$$\rightarrow \quad x = \frac{322{,}5 \cdot 100\%}{21\%}$$

$$= 1536 \text{ Liter Luft}$$

13. geg.: $1 \cdot 10^9$ Bakterien

Verdopplungszeit: 30 min

Hinweis: Die Aufgabe kann auch mit der Formel $N(t) = N_0 \cdot 2^t$ gelöst werden, jedoch ist das zeitintensiver, deswegen empfehlen wir den schnelleren Weg!

Lösung:

$$\left.\begin{array}{l}
1 \cdot 10^9 \\
\xrightarrow{30\text{ min}} 2 \cdot 10^9 \\
\xrightarrow{30\text{ min}} 4 \cdot 10^9 \\
\xrightarrow{30\text{ min}} 8 \cdot 10^9 \\
\xrightarrow{30\text{ min}} 16 \cdot 10^9 \\
\xrightarrow{30\text{ min}} 32 \cdot 10^9 \\
\xrightarrow{30\text{ min}} 64 \cdot 10^9 \\
\xrightarrow{30\text{ min}} 128 \cdot 10^9 \\
\xrightarrow{30\text{ min}} 256 \cdot 10^9
\end{array}\right\} \text{nach 4 Stunden}$$

14. geg. $W = F \cdot s$

$[F] = N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$

$[s] = m$

Lösung: Masse $= 10^9 \, \mu g$

Höhe $= 1{,}5 \, m$

$g = 0{,}01 \frac{km}{s^2} \xrightarrow{\cdot 1000} = 10 \frac{m}{s^2}$

durch Einheiten vorgegeben

$F = m \cdot g$

$= 10^9 \, \mu g \cdot 0{,}01 \frac{km}{s^2}$

„kg": durch Einheiten vorgegeben

$= 1 \, kg \cdot 10 \frac{m}{s^2}$

$= 10 \, N$

Exkurs:

$1 \cdot 10^9 \, \mu g$

$= 1 \cdot 10^6 \, mg$

$= 1 \cdot 10^3 \, g$

$= 1 \, kg$

$W = 10 \, N \cdot 1{,}5 \, m$

$= 15 \, Nm$

15. geg. 3 Zeiteinheiten

I. $B = 4 \cdot 3 = 12$ (4)

II. $B = 2^3 = 8$ (2)

III. $B = 5 \cdot 3 + 4 = 19$ (5)

IV. $B = 3 \cdot 3^2 = 27$ (6)

V. $B = \frac{1}{3}$ (1)

VI. $B = 10$ (3)

ACHTUNG: Ordnen in auf-steigender Reihenfolge

→ V. II. VI. I. III. IV.

16. Tagesdosis $\hat{=}$ 60 mg pro kg Körpergewicht

→ 80 kg schwerer Mann :

60 mg · 80 = 4800 mg

Stündlich eine Tablette außer 9-stündige Schlafenszeit + 3 Stunden :

→ 24 Stunden − 9 Stunden − 3 Stunden

= 12 Stunden

$$\frac{4800 \text{ mg}}{12 \text{ Stunden}} = 400 \text{ mg}$$

17. Es gilt:

$$\boxed{\begin{array}{ll} (1) & Q = K \cdot A \cdot (T_H - T_U) \\ (2) & E = Q \cdot t \end{array}}$$

(2) einsetzen in (1)

aus (2): $E = Q \cdot t \Rightarrow Q = \frac{E}{t}$ (*)

(*) in (1): $\frac{E}{t} = K \cdot A \cdot (T_H - T_U)$

$$\Rightarrow K = \frac{E}{t \cdot A \cdot (T_H - T_U)}$$

Einsetzen was gegeben ist!

$$= \frac{230 \text{ Kcal}}{15 \text{ min} \cdot 2 \text{ m}^2 \cdot 40 \text{ K}}$$

$$= \frac{230 \cdot 0{,}001 \text{ kWh}}{0{,}25 \text{ h} \cdot 2 \text{ m}^2 \cdot 40 \text{ K}}$$

$$= \frac{1000 \text{ W}}{2 \text{ m}^2 \cdot 40 \text{ K}}$$

$$= \frac{1000}{80} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} = 12{,}5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

18. Es gilt: $Br = \frac{\eta \cdot u^2}{k \cdot T}$ mit $[\eta] = Pa \cdot s = \frac{N \cdot s}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s}$

$[u] = \frac{m}{s}$

$[T] = K$

Einheit k, damit Br dimensionslos ?

$$[Br] = \frac{kg \cdot m^2}{m \cdot s \cdot K \cdot [k] \cdot s^2} \quad \text{mit } [Br] = 1$$

$$[Br] = \frac{kg \cdot m}{s^3 \cdot K \cdot [k]} \quad | \cdot [k]$$

$$\underbrace{[Br]}_{1} \cdot [k] = \frac{kg \cdot m}{s^3 \cdot K}$$

$$\rightarrow [k] = \frac{kg \cdot m}{s^3 \cdot K}$$

19. Pu 239 : HWZ ≙ 24.000 Jahre

Cä 137 : HWZ ≙ 30 Jahre → 1600 vergangene Halbwertszeiten

→ 1600 · 30 Jahre = 48000 Jahre

48 000 Jahre ≙ genau 2 HWZ von Pu 239

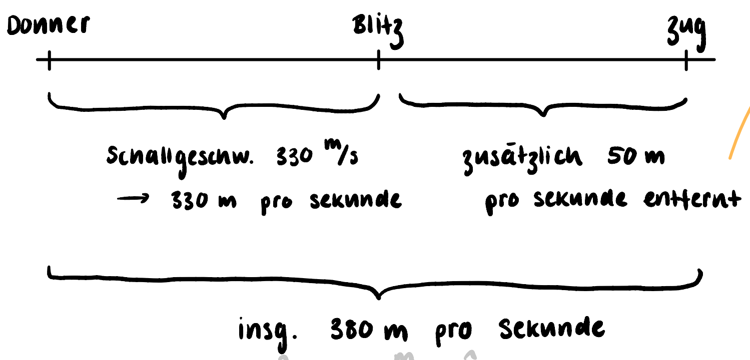
100% Pu 239) 1. HWZ ≙ 24 000 Jahre

50%

25%) 2. HWZ ≙ ings. 48 000 Jahre

→ genau noch 25% Pu 239 übrig bzw. genau 75% zerfallen

20.



$\hat{=}$ $380 \frac{m}{s}$ $\hat{=}$ v

Zug Geschwindigk.:
180 km/h : 3,6
$\hat{=}$ 50 m/s

mit $v = \frac{s}{t}$

$\rightarrow s = v \cdot t \rightarrow s = 380 \frac{m}{s} \cdot t$