

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η σύνδεση φύσης και μαθηματικών..... xi

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ..... 1

1.1 Θετικιστική προσέγγιση της περιβαλλοντικής εκπαίδευσης..... 1

1.2 Ερμηνευτική προσέγγιση της περιβαλλοντικής εκπαίδευσης ..... 5

1.3 Κοινωνική προσέγγιση της περιβαλλοντικής εκπαίδευσης ..... 7

1.4 Απόψεις των μαθητών για το πώς βλέπουν  
τις παραπάνω προσεγγίσεις..... 9

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΣΤΟΧΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΣΑ ΣΤΗ ΦΥΣΗ ..... 17

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΟΙ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΑΘΑΙΝΟΥΝ ΑΠΛΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΜΕΣΩ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ..... 21

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Η ΑΝΑΓΚΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΤΟΥΣ ΑΡΧΑΙΟΥΣ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥΣ  
ΚΑΙ Η ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ..... 29

4.1 Μετρήσεις βάρους και μήκους ..... 29

4.2 Οι άρρητοι αριθμοί ..... 29

4.3 Η γέννηση της Γεωμετρίας ως αποτέλεσμα ανάγκης  
χάραξης ορίων σε οικόπεδα..... 30

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΟΙ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΤΑΞΕΙΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ  
ΣΤΟ ΦΥΣΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ..... 37

5.1 Μετρήσεις του ανθρώπου στο περιβάλλον..... 38

5.2 Ο ρόλος του χρόνου στις μεταβολές του φυσικού περιβάλλοντος..... 45

5.2.1 Μεταβολές στη μορφή..... 47

5.2.2 Κίνηση στο περιβάλλον ..... 48

5.2.3 Μεταβολές της διάταξης..... 49

5.2.4 Ο χρόνος ..... 51

|  |    |
|--|----|
| 5.2.4.1 Φυσικά ρολόγια .....               | 51 |
| 5.2.4.2 Ώρα Γκρίνουιτς .....               | 52 |
| 5.2.5 Μονάδες χρόνου .....                 | 53 |
| 5.2.6 Ιστορικά στοιχεία των ρολογιών ..... | 53 |
| 5.2.7 Ψευδαίσθηση και χρόνος .....         | 53 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

|  |    |
|--|----|
| ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ.....   | 57 |
| 6.1 Μαθηματικές αναπαραστάσεις και έννοιες .....   | 57 |
| 6.2 Μετάφραση αναπαραστάσεων .....   | 60 |
| 6.3 Ταξινόμηση των ερευνών γύρω από το θέμα των αναπαραστάσεων<br>και τον ρόλο τους στη μάθηση των μαθηματικών ..... | 61 |
| 6.4 Δυσκολίες των μαθητών στις γραφικές αναπαραστάσεις .....   | 61 |
| 6.5 Τι πρέπει να κάνουν οι εκπαιδευτικοί.....  | 63 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

### ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ

### ΣΤΗ ΦΥΣΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕΛΕΤΗΣ: ΑΘΡΟΙΣΗ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ

|   |    |
|---|----|
| ΕΜΒΑΔΩΝ ΜΙΑΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ .....                 | 65 |
| 7.1 Ακολουθούμενες ενέργειες-Μεθοδολογία..... | 67 |
| 7.2 Διαδικασία.....                           | 67 |
| 7.3 Συνοψίζοντας .....                        | 72 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

### ΝΕΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ..... 73 | | | | |---|----| | 8.1 Μέτρηση της απόστασης Γης-Σελήνης με τη βοήθεια Η/Υ ..... | 75 | |---|----|

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

### ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΣ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ..... 79 |

|  |    |
|--|----|
| 9.1 Παράδειγμα ανάλογων ποσών.....   | 80 |
| 9.2 Σύντομη ιστορική προσέγγιση της αναλογίας.....   | 82 |
| 9.3 Βιβλιογραφικές αναφορές στον αναλογικό συλλογισμό.....   | 82 |
| 9.4 Η διδασκαλία των αναλογιών στα σχολεία.....  | 84 |
| 9.5 Οι παράγοντες που επηρεάζουν την επίδοση των μαθητών<br>στην επίλυση ανάλογων προβλημάτων..... | 86 |
| 9.6 Αντίστροφες αναλογίες.....   | 86 |
| 9.6.1 Παραδείγματα αντιστρόφως ανάλογων ποσών.....   | 87 |
| 9.7 Συμμεταβλητά ποσά.....   | 88 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

### ΟΙ ΙΚΑΝΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΝΑ ΔΥΝΟΥΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΕΥΘΕΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ ΚΑΙ ΜΕ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ

|  |    |
|--|----|
| ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ: ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ .....  | 89 |
| 10.1 Ασκήσεις .....  | 90 |
| 10.2 Αποτελέσματα .....  | 91 |
| 10.3 Δεύτερο μέρος: Διαμόρφωση της διδασκαλίας .....   | 91 |
| 10.4 Τρίτο Μέρος: Αξιολόγηση μετά από 2 εβδομάδες .....  | 94 |
| 10.5 Συμπεράσματα για τις μεγαλύτερες δυσκολίες που αντιμετωπίζουν<br>οι μαθητές στις αντίστροφες αναλογίες..... | 95 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ .....

97

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12

### ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΙΣΘΗΣΗΣ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑΣ ΠΟΥ «ΠΕΡΙΕΧΟΥΝ» ΑΝΑΖΗΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΦΥΣΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ .....

103

|   |     |
|---|-----|
| 12.1 Ταξινομήσεις των διαισθήσεων ..... | 104 |
| 12.2 Ψευδαίσθηση της αναλογίας .....    | 105 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13

### ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΓΕΓΟΝΟΤΩΝ ΠΟΥ ΑΝΑΦΕΡΟΝΤΑΙ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΑΦΟΡΟΥΝ ΤΗΝ ΨΕΥΔΑΙΣΘΗΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ .....

107

|   |     |
|---|-----|
| 13.1 Εφαρμογή 1: Επιφάνεια-όγκος .....  | 107 |
| 13.2 Μεταβολή διαστάσεων στερεών αντικειμένων –<br>Η υπεροχή του υπολογιστή ..... | 110 |
| 13.3 Εφαρμογή 2: Ερωτήσεις σχετιζόμενες με την πτώση των σωμάτων .....            | 111 |
| 13.4 Εφαρμογή 3: Ερωτήσεις αναφερόμενες στη θεωρία πιθανοτήτων .....              | 113 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14

### ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΝΕΟΤΕΡΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ ΣΤΗΝ ΨΕΥΔΑΙΣΘΗΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ .....

117

|  |     |
|--|-----|
| 14.1 Αναπαραγωγή της έρευνας-Μεθοδολογία-Υποκείμενα-<br>Διαδικασία της έρευνας ..... | 117 |
|--|-----|

|  |            |
|--|------------|
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15</b>   |            |
| <b>ΟΓΚΟΣ ΚΑΙ ΨΕΥΔΑΙΣΘΗΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ.....</b>                  | <b>123</b> |
| <br>   |            |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 16</b>   |            |
| <b>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ.....</b>                                   | <b>127</b> |
| <b>16.1 Μαθηματικά μοντέλα και δυναμική συστημάτων .....</b>     | <b>129</b> |
| <br>   |            |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 17</b>   |            |
| <b>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ</b>                                    |            |
| <b>ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ .....</b>                           | <b>131</b> |
| <b>17.1 Διαφοροποίηση περιβαλλοντικών μοντέλων</b>               |            |
| που χρησιμοποιούνται στην εκπαιδευτική διαδικασία                |            |
| από τα εξειδικευμένα μαθηματικά μοντέλα.....                     | 131        |
| <b>17.2 Κατασκευή περιβαλλοντικών μοντέλων από μαθητές .....</b> | <b>133</b> |
| <br>   |            |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 18</b>   |            |
| <b>ΚΑΤΑΓΡΑΦΗ ΑΠΟΨΕΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ</b>              |            |
| <b>ΤΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ.....</b>                         | <b>137</b> |
| <br>   |            |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 19</b>   |            |
| <b>ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΑΠΛΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ</b>                      |            |
| <b>ΑΠΟ ΜΑΘΗΤΕΣ .....</b>   | <b>143</b> |
| <b>19.1 1ο παράδειγμα: περιγραφή της ρύπανσης των ακτών</b>      |            |
| μέσω της δημιουργίας ενός απλού μαθηματικού μοντέλου .....       | 144        |
| <b>19.1.1 Προσδιορισμός της έρευνας .....</b>                    | <b>144</b> |
| <b>19.1.2 Μεθοδολογία.....</b>                                   | <b>144</b> |
| <b>19.1.3 Δεύτερο μέρος της έρευνας: Δημιουργία</b>              |            |
| μαθηματικού μοντέλου για τις ακτές .....                         | 146        |
| <b>19.1.4 Μεταβλητές του μαθηματικού μοντέλου .....</b>          | <b>147</b> |
| <b>19.1.5 Αξιολόγηση των μαθητών μετά από 2 μήνες .....</b>      | <b>149</b> |
| <b>19.2 2ο παράδειγμα: κατασκευή απλού μοντέλου δημιουργίας</b>  |            |
| πυρκαγιάς σε δάσος.....  | 151        |
| <b>19.2.1 Προσδιορισμός της έρευνας .....</b>                    | <b>151</b> |
| <b>19.2.2 Α Στάδιο .....</b>                                     | <b>151</b> |
| <b>19.2.3 Β Στάδιο.....</b>                                      | <b>152</b> |
| <b>19.2.4 Αξιολόγηση των μαθητών μετά από 2 μήνες .....</b>      | <b>154</b> |
| <b>19.2.5 Τα οφέλη από τη διαδικασία .....</b>                   | <b>155</b> |
| <b>19.2.6 Τι πρέπει να γίνει μέσα στη σχολική τάξη .....</b>     | <b>156</b> |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 20

|  |     |
|--|-----|
| ΟΙΚΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ.....                     | 159 |
| 20.1 Γενικά.....                                 | 159 |
| 20.2 Μεγέθη πληθυσμών.....                       | 160 |
| 20.3 Τι είναι πληθυσμός;.....                    | 161 |
| 20.4 Γενικοί κανόνες οικολογίας πληθυσμών.....   | 162 |
| 20.5 Δημιουργία μοντέλων στους «πληθυσμούς»..... | 163 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 21

|  |     |
|--|-----|
| Η ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΑΚΟΛΟΥΘΙΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ<br>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ<br>ΤΗΝ ΟΙΚΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ..... | 165 |
| 21.1 Γενικά για τις ακολουθίες.....  | 165 |
| 21.2 Παραδείγματα ακολουθιών στη φύση.....   | 166 |
| 21.3 Ο αριθμός φ.....  | 167 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 22

|  |     |
|--|-----|
| ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ..... | 171 |
| 22.1 Αριθμητική πρόοδος.....           | 171 |
| 22.2 Γεωμετρική πρόοδος.....           | 174 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 23

|   |     |
|---|-----|
| ΕΠΙΔΕΙΞΗ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ ΓΡΑΦΙΚΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ<br>ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ.....             | 177 |
| 23.1 Περιγραφή της διαδικασίας που ακολουθείται<br>στον ηλεκτρονικό υπολογιστή..... | 177 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 24

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΙ.....                  | 181 |
| 24.1 Ο δεκαδικός λογάριθμος..... | 181 |
| 24.2 Φυσικός λογάριθμος.....     | 183 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 25

|  |     |
|--|-----|
| ΤΑ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕΝΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ<br>ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΩΝ ΖΗΤΗΜΑΤΩΝ..... | 185 |
| 25.1 Κυκλικό γράφημα-Πίτα.....   | 185 |
| 25.2 Ράβδος τμημάτων.....  | 186 |
| 25.3 Το ιστόγραμμα (histogram).....  | 189 |
| 25.4 Γραμμές.....  | 190 |

|   |     |
|---|-----|
| 25.5 Στήλη 3-Δ .....  | 191 |
| 25.6 Το γράφημα xy (διασποράς) .....                            | 192 |
| 25.7 Γενική αναφορά στη χρήση γραφημάτων στη σχολική τάξη ..... | 193 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 26

### ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΩΝ ΔΥΣΚΟΛΙΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ

#### ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ & ΕΡΜΗΝΕΙΑ

|  |     |
|--|-----|
| ΓΡΑΦΙΚΩΝ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ .....                                      | 195 |
| 26.1 Το περιβάλλον της δραστηριότητας .....                        | 196 |
| 26.2 Κατασκευή πίνακα τιμών και εξηγήσεις των μαθητών              |     |
| αν υπάρχει ανάλογη μεταβολή των μεγεθών που αναπαριστούνται .....  | 197 |
| 26.2.1 Δημιουργία πίνακα τιμών .....                               | 197 |
| 26.2.2 Αποτελέσματα της αξιολόγησης .....                          | 198 |
| 26.2.3 Δυσκολίες των μαθητών .....                                 | 198 |
| 26.3 Εξέταση απο τους μαθητές της ύπαρξης ανάλογης μεταβολής ..... | 198 |
| 26.3.1 Πειραματικό μέρος .....                                     | 198 |
| 26.3.2 Απαντήσεις μαθητών .....                                    | 199 |
| 26.3.3 Διαμόρφωση της διδασκαλίας .....                            | 199 |
| 26.3.4 Επανάληψη της διαδικασίας με τη βοήθεια λογισμικού          |     |
| μέσα στη σχολική τάξη .....  | 200 |
| 26.4 Κατασκευή γραφικής παράστασης .....                           | 201 |
| 26.4.1 Στόχοι .....  | 201 |
| 26.4.2 Αποτελέσματα αξιολόγησης .....                              | 201 |
| 26.4.3 Δυσκολίες .....   | 202 |
| 26.4.4 Διαμόρφωση της διδασκαλίας .....                            | 202 |
| 26.4.4.1 Όσον αφορά τη μεταβλητή .....                             | 202 |
| 26.4.5 Πρόταση διαμόρφωσης της διδασκαλίας                         |     |
| όσον αφορά την αρίθμηση αξόνων .....                               | 204 |
| 26.4.6 Αποτελέσματα αξιολόγησης .....                              | 205 |
| 26.5 Ερμηνεία γραφικής αναπαράστασης και τοποθέτηση                |     |
| των τιμών της σε πίνακα .....                                      | 205 |
| 26.5.1 Σενάριο .....   | 205 |
| 26.5.2 Αξιολόγηση διαδικασίας .....                                | 206 |
| 26.6 Μια πρόταση επαναξιολόγησης .....                             | 207 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 27

### ΣΗΜΕΙΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

|  |     |
|--|-----|
| ΣΤΟ ΦΥΣΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ .....                  | 211 |
| 27.1 Επίπεδες ορθογώνιες συντεταγμένες ..... | 211 |

|   |     |
|---|-----|
| 27.1.1 Πρόσημο των συντεταγμένων .....                                | 213 |
| 27.1.2 Συμμετρία .....  | 213 |
| 27.2 Σύστημα πολικών συντεταγμένων .....                              | 215 |
| 27.3 Κυλινδρικές συντεταγμένες.....                                   | 215 |
| 27.4 Σφαιρικές συντεταγμένες.....                                     | 216 |
| 27.5 Συντεταγμένες στη Γη.....  | 218 |
| 27.5.1 Συζητώντας με τους μαθητές τις συντεταγμένες πάνω στη Γη ..... | 218 |
| 27.6 Προτεινόμενες δραστηριότητες .....                               | 218 |
| <br>  |     |
| BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....  | 220 |