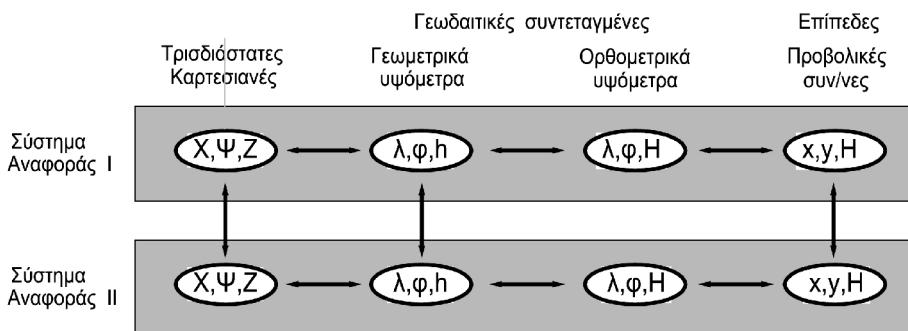


4.4. Μετασχηματισμοί συντεταγμένων.

Για τον προσδιορισμό της θέσης μιας ομάδας σημείων, όπως έχει ήδη προαναφερθεί, χρησιμοποιούνται συστήματα συντεταγμένων σε συνδυασμό με επιφάνειες αναφοράς. Ο συνδυασμός αυτός παράγει την έννοια του συστήματος αναφοράς.

Τα χωρικά δεδομένα μπορούν να καταχωρούνται με πολλές διαφορετικές μορφές, δεδομένου του πλήθους των διαφορετικών συστημάτων συντεταγμένων και συστημάτων αναφοράς που υπάρχουν. Για παράδειγμα, είναι δυνατό να απεικονίζονται μερικά σημεία μέσω τρισδιάστατων καρτεσιανών συντεταγμένων και μερικά άλλα με γεωδαιτικές συντεταγμένες στο ίδιο σύστημα αναφοράς.

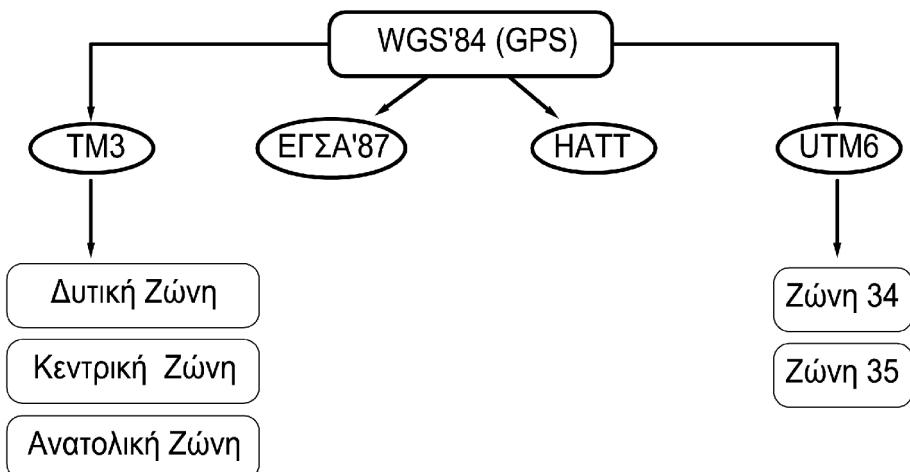


Σχ. 4.5. σχηματική παράσταση μετατροπής συν/νων

Πριν την επεξεργασία μιας τέτοιας ομάδας σημείων είναι απαραίτητη η ομογενοποίηση των συντεταγμένων. Στον Ελλαδικό χώρο είναι συνηθισμένο να απαιτείται η κοινή επεξεργασία σημείων που αναφέρονται σε διαφορετικά συστήματα αναφοράς, πχ να υπάρχουν συντεταγμένες σημείων στο ΕΓΣΑ 87 και να απαιτείται να συνδυαστούν με παλιότερα σημεία στην προβολή Hatt. Στην Ελλάδα, οι μετασχηματισμοί μεταξύ συστημάτων αναφοράς είναι μία απαραίτητη διαδικασία, λόγω των διαφορετικών συστημάτων αναφοράς που είναι σε χρήση και του όγκου των δεδομένων που προϋπάρχουν και αποδίδουν μια θεωρητική κατάσταση των ορίων μιας περιοχής την πρότερη χρονική στιγμή (σχ. 4.5.). Για παράδειγμα, συχνά είναι αναγκαίο να συνδυαστούν νέες μετρήσεις στο ΕΓΣΑ 87 με παλιότερες, να υλοποιηθούν τα όρια γεωτεμαχίου που απεικονίζονται σε διανομή της Τοπογραφικής Υπηρεσίας του Υπουργείου Γεωργίας (ΤΥΥΓ), να ενημερωθεί ένας παλιός χάρτης που αναφέρεται στο HATT, να συσχετιστούν τα όρια ιδιοκτησιών από

διάγραμμα HATT με πολεοδομική μελέτη που είναι σε TM3^o, να συσχετιστεί όριο απαλλοτρίωσης οδοποιίας σε ΕΓΣΑ 87 με όρια ιδιοκτησιών που απεικονίζονται σε διαγράμματα της ΤΥΥΓ (HATT).

Τα τελευταία χρόνια, η ανάγκη για μετασχηματισμούς μεταξύ συστημάτων αναφοράς είναι ακόμα μεγαλύτερη με την αυξανόμενη χρήση του δορυφορικού συστήματος GPS. Οι μετρήσεις GPS γίνονται στο παγκόσμιο σύστημα αναφοράς WGS 84 και κατόπιν μεταφέρονται στο ΕΓΣΑ 87 ή ακόμα και σε παλιότερα συστήματα αναφοράς αν χρειάζεται (σχ. 4.6.). Το πρόβλημα μετάβασης από το ένα σύστημα αναφοράς στο άλλο είναι σαφώς πιο πολύπλοκο πρόβλημα, δεδομένου ότι πρέπει να ληφθεί υπόψη η αλλαγή της επιφάνειας αναφοράς, της αφετηρίας των συστημάτων αναφοράς, του προσανατολισμού και της κλίμακας συστημάτων αναφοράς.



Σχ. 4.6. σχηματική παράσταση μετατροπής συν/νων από WGS'84 στα συστήματα του Ελλαδικού χώρου

Λόγω της ύπαρξης διαφορετικών συστημάτων αναφοράς και της ανάγκης αναθεώρησης τους με το χρόνο, η θέση ενός σημείου μπορεί να εκφράζεται συνήθως σε περισσότερα από ένα συστήματα αναφοράς. Σε πολλές χαρτογραφικές αλλά και γεωδαιτικές εφαρμογές οι συντεταγμένες ενός συνόλου σημείων του γεωγραφικού χώρου χρειάζεται να μετατραπούν από ένα προβολικό σύστημα σε κάποιο άλλο. Τα διάφορα συστήματα συντεταγμένων αποτελούν μία διαφορετική έκφραση του ίδιου πράγματος.

Η διαδικασία αυτή είναι αρκετά απλή αν τα δύο συστήματα αναφέρονται στο ίδιο γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς (datum – ελλειψοειδές). Σχετική αναφορά έχει γίνει στο κεφάλαιο 3.3. Προσδιορισμός γεωγραφικών συντεταγμένων (λ , ϕ) από τις ορθογώνιες (x_1 , y_1) και στη συνέχεια προσδιορισμός των ορθογωνίων συντεταγμένων (x_2 , y_2) από τις γεωγραφικές (λ , ϕ), εφαρμόζοντας τις αντίστροφες σχέσεις που ορίζουν το δεύτερο προβολικό σύστημα (σχ. 4.5.). Η μετάβαση από γεωδαιτικές ελλειψοειδείς συν/νες σε τρισδιάστατες καρτεσιανές και το αντίστροφο πραγματοποιείται με τους τύπους του κεφαλαίου 3.3.1. Παραδείγματα αυτών των περιπτώσεων είναι η μετατροπή συν/νων από φύλλο HATT σε άλλο φύλλο και από σύστημα HATT στο σύστημα της Εγκάρσιας Μερκατορικής προβολής 3° TM-3, σύστημα, που όπως προαναφέρθηκε χρησιμοποιήθηκε από το ΥΠΕΧΩΔΕ στο πρόγραμμα Πολεοδομικής Ανασυγκρότησης στην Ελλάδα (κεφάλαιο 3.4) με χρήση του ίδιου ΕΕΠ (Bessel).

Αν όμως τα δύο συστήματα ανήκουν σε διαφορετικά γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς (datum – ελλειψοειδή), τότε η διαδικασία της μετατροπής γίνεται πολύπλοκη και σε ορισμένες περιπτώσεις μπορεί να υλοποιηθεί μόνο προσεγγιστικά εξαρτώμενη από το κατά πόσο είναι γνωστή η μεταξύ τους σχέση, δηλαδή το διάνυσμα μετάθεσης των γεωκεντρικών συν/νων [ΔX , ΔY , ΔZ] μεταξύ των δύο γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς. Σχετική αναφορά για τη διαδικασία που ακολουθείται αναφέρεται στο κεφάλαιο 3.3.3.

Στο στάδιο ορισμού του, ένα γεωδαιτικό datum, επιλέγεται έτσι ώστε να είναι παράλληλο με ένα παγκόσμιο γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς, ώστε να συνδέεται με τα υπόλοιπα συστήματα με κάποιο διάνυσμα μετάθεσης και να αποφεύγονται στροφές. Στο στάδιο υλοποίησης όμως ενός γεωδαιτικού datum υπεισέρχονται διάφορα σφάλματα, όπως:

- Ο προσανατολισμός του γεωδαιτικού datum κατά τη φάση σχεδιασμού του δεν μπορεί να είναι απόλυτα ακριβής, επειδή μέσω των αστρονομικών παρατηρήσεων υπεισέρχονται σφάλματα.
- Η υλοποίηση του γεωδαιτικού συστήματος αναφοράς γινόταν με γεωδαιτικές μετρήσεις και τμηματικές συνορθώσεις.
- Οι τεκτονικές μετακινήσεις προκαλούν σφάλματα στην υλοποίηση των συστημάτων αναφοράς.

Για την αντιμετώπιση των σφαλμάτων απαιτείται μια πιο σύνθετη διαδικασία δεδομένου ότι τα δύο συστήματα, δεν μπορούν να θεωρηθούν παράλληλα. Υπεισέρχονται σε γενική μορφή τρεις στροφές και μια παραμόρφωση κλίμακας. Οι μαθηματικές σχέσεις και η διαδικασία αναλύεται στο κεφάλαιο 3.3.2

Υπάρχουν αρκετοί τρισδιάστατοι μετασχηματισμοί που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ανάλογα με την εφαρμογή :

- ο μετασχηματισμός τριών παραμέτρων εφαρμόζει ένα διάνυσμα μετάθεσης $[\Delta X, \Delta Y, \Delta Z]$.
- ο μετασχηματισμός τεσσάρων παραμέτρων χρησιμοποιεί το προηγούμενο διάνυσμα μετάθεσης και μία παράμετρο κλίμακας.
- ο μετασχηματισμός έξι παραμέτρων χρησιμοποιεί το διάνυσμα μετάθεσης και τρεις παραμέτρους στροφής γύρω από τους άξονες X, Y και Z.
- ο μετασχηματισμός εππά παραμέτρων ή μετασχηματισμός Helmert χρησιμοποιεί το διάνυσμα μετάθεσης, τρεις στροφές και ένα συντελεστή κλίμακας.
- ο μετασχηματισμός εννέα παραμέτρων χρησιμοποιεί το διάνυσμα μετάθεσης, τις τρεις στροφές και τρεις συντελεστές κλίμακας, έναν για κάθε άξονα.

Σε αντίθεση με τους τρισδιάστατους μετασχηματισμούς, οι οποίοι γίνονται στο χώρο με χρήση των γεωκεντρικών καρτεσιανών συντεταγμένων, η διαδικασία επίπεδων μετασχηματισμών υλοποιείται στο προβολικό επίπεδο μεταξύ των δισδιάστατων προβολικών συντεταγμένων δύο συστημάτων αναφοράς.

Χαρτογραφικός μετασχηματισμός ορίζεται η αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία, στην οποία υπάρχει ένα-προς-ένα απεικόνιση μεταξύ των στοιχείων του πεδίου ορισμού ενός χάρτη A και του πεδίου τιμών ενός χάρτη B.

Στις συνηθισμένες περιπτώσεις, η χρήση γεωμετρικών μετασχηματισμών που βασίζονται στη γνώση των συν/νων κοινών σημείων που περικλείουν την περιοχή και είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα, φαίνεται να είναι η καλλίτερη μέθοδος μετασχηματισμού. Τα κοινά σημεία είναι γνωστά με τις προβολικές τους συν/νες. Τα σημεία πρέπει να καλύπτουν το σύνολο της περιοχής. Απαιτείται η θέση γνωστών σημείων στο κέντρο, αλλά ιδίως στην περιφέρεια

Εφαρμόζοντας είτε γεωμετρικούς μετασχηματισμούς ή πολυωνυμα μπορούν να προσδιοριστούν οι συντελεστές των

γεωμετρικών μετασχηματισμών ή των πολυώνυμων με τη βοήθεια των σημείων με γνωστές συντεταγμένες και στη συνέχεια μέσω των συντελεστών να γίνει η μετατροπή.

Η υλοποίηση ενός μετασχηματισμού μπορεί να γίνει μέσω ενός αλγορίθμου που θα στοχεύει στον υπολογισμό των βέλτιστων παραμέτρων του. Στις περισσότερες περιπτώσεις χρησιμοποιούνται περισσότερα των απαραίτητων σημείων με γνωστές συντεταγμένες στα δύο συστήματα, ώστε οι συντελεστές να προσδιοριστούν ύστερα από διαδικασία συνόρθωσης με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Έτσι, είναι δυνατός ο έλεγχος της ακρίβειας της μετατροπής, ώστε να ικανοποιούνται οι ανάγκες της ενδεχόμενης εφαρμογής. Είναι σκόπιμο ένας αριθμός εκ των κοινών σημείων να μη συμμετέχει στη συνόρθωση, προκειμένου να ελεγχθούν οι τελικές τιμές των παραμέτρων του μετασχηματισμού.

Υπάρχουν διάφορα μοντέλα μετασχηματισμών τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν και που ανάλογα με την περιοχή μπορεί να είναι τρισδιάστατα ή δισδιάστατα. Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου εξαρτάται από παράγοντες, όπως τα χαρακτηριστικά των δύο γεωδαιτικών *datum*, μεταξύ των οποίων θα γίνει ο μετασχηματισμός, το μέγεθος της περιοχής που θα εφαρμοσθεί ο μετασχηματισμός, το πλήθος των κοινών σημείων και την ακρίβεια που απαιτείται.

Γενικά, όσο καλύτερη είναι η ποιότητα των γεωδαιτικών δικτύων τόσο πιο εύκολο είναι να κατασκευαστεί ένα ακριβές μοντέλο μετασχηματισμού, το οποίο μπορεί να έχει εφαρμογή σε κάποια περιοχή.

Είναι αναμενόμενο οι παραμορφώσεις σε ένα γεωδαιτικό δίκτυο να είναι μεγαλύτερες στα άκρα του, επειδή όσο μεγαλώνει η απόσταση μεταξύ των κορυφών του δικτύου, τόσο αυξάνεται και το σχετικό σφάλμα μεταξύ τους. Σε μια μικρή περιοχή τα σφάλματα εμφανίζουν μεγαλύτερη συσχέτιση και μπορεί να θεωρηθεί ότι δεν υπάρχουν παραμορφώσεις. Επομένως, για να αντιμετωπισθούν τα σφάλματα υλοποίησης των γεωδαιτικών δικτύων είναι γενικά καλύτερο να γίνεται ο μετασχηματισμός σε μια μικρή περιοχή. Είναι φανερό ότι οι παράμετροι του μετασχηματισμού θα είναι κατάλληλες μόνο για την περιοχή μελέτης και ότι για άλλες περιοχές θα πρέπει να υπολογισθούν διαφορετικές παράμετροι.

Η εφαρμογή ενός μετασχηματισμού προϋποθέτει την επιλογή ενός μοντέλου (είδος μετασχηματισμού). Για έργα που αφορούν περιοχές μικρής κλίμακας, ένας απλός δισδιάστατος μετασχηματι-

σμός μπορεί να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Ένας δισδιάστατος μετασχηματισμός δεν απαιτεί τη γνώση του γεωμετρικών υψομέτρων στα σημεία που συμμετέχουν στον υπολογισμό των παραμέτρων, γεγονός που καθιστά ευκολότερη την εφαρμογή τους.

Τα μοντέλα μετασχηματισμού σε 2-Δ που συνήθως χρησιμοποιούνται είναι ο μετασχηματισμός ομοιότητας (4 παράμετροι μετασχηματισμού) και ο ομοπαράλληλος ή αφινικός μετασχηματισμός (6 παράμετροι).

Οι χωρικές ιδιότητες των δεδομένων ενός χάρτη που διατηρούνται αναλλοίωτες διαφέρουν ανάλογα με το είδος των μετασχηματισμών που επιδρούν σε αυτά. Εάν σε ένα σύνολο σημείων εφαρμοστεί διαδοχικά ένας μετασχηματισμός μετάθεσης και στη συνέχεια ένας μετασχηματισμός στροφής, τότε στην παράγωγη γεωμετρία οι διευθύνσεις, οι αποστάσεις και η ιδιότητα της συνδεσιμότητας θα παραμείνουν αναλλοίωτες. Η εφαρμογή ενός μετασχηματισμού ομοιότητας σε γραφικά αντικείμενα, που περιλαμβάνει και μεταβολή της κλίμακας, δεν διατηρεί αναλλοίωτες τις αποστάσεις όμως διατηρούνται αναλλοίωτες οι γωνίες και οι διευθύνσεις. Για αυτό το λόγο, η εφαρμογή του μετασχηματισμού ομοιότητας έχει ως αποτέλεσμα τη διατήρηση της μορφής των γραφικών αντικειμένων.

Ένας περισσότερο σύνθετος μετασχηματισμός είναι ο αφινικός μετασχηματισμός. Η εφαρμογή του σε γραφικά αντικείμενα, ενώ δεν διατηρεί τις αποστάσεις και τις γωνίες, διατηρεί αναλλοίωτες τις ιδιότητες της παραλληλίας και της συνευθειακότητας.

Ο απλός μετασχηματισμός μέσω ενός διανύσματος μετάθεσης (μετασχηματισμός τριών παραμέτρων) δεν δίνει ακριβή αποτελέσματα και δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί για αποστάσεις μεγαλύτερες των 200 m.

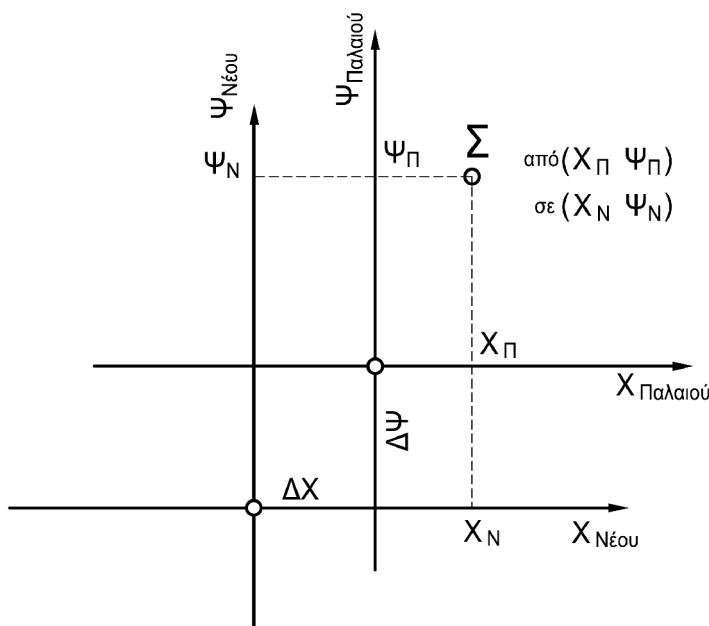
Η εφαρμογή του μετασχηματισμού επιβάλλει πρώτα τον προσδιορισμό των συντελεστών από τις γνωστές συν/νές των κοινών σημείων. Για κάθε γνωστό σημείο διαμορφώνονται δύο εξισώσεις και στις περισσότερες των περιπτώσεων πρέπει να δημιουργούνται πλεονάζουσες εξισώσεις, ώστε οι συντελεστές να προσδιορίζονται εφαρμόζοντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Η σύνθεση των μετασχηματισμών είναι πολύ αποδοτική γιατί αντί να εκτελείται μεμονωμένα μια σειρά μετασχηματισμών πάνω στα σημεία ενός σχεδίου, εφαρμόζεται ένας συνολικός μετασχηματισμός.

4.4.1. Μετασχηματισμός μετάθεσης.

Ο μετασχηματισμός μετάθεσης εφαρμόζεται με σκοπό τη μετακίνηση σχεδίων σε νέα θέση. Ουσιαστικά, χρησιμοποιείται για να μεταθέτει την αφετηρία του συστήματος συν/νων. Με το μετασχηματισμό μετάθεσης δημιουργείται ένα νέο σημείο ΣΝ (ΧΝ, ΨΝ) για κάθε αρχικό (παλαιό) σημείο ΣΠ (ΧΠ, ΨΠ) του σχεδίου. Ορίζεται από την απλή σχέση :

$$\begin{pmatrix} X_N \\ \Psi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta \Psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_P \\ \Psi_P \end{pmatrix}$$



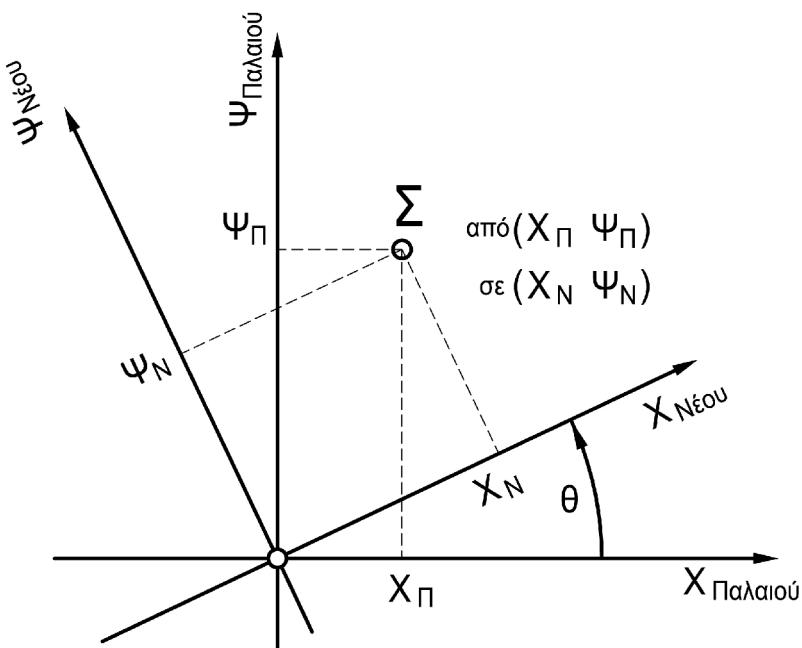
σχ. 4.7. σχηματική απόδοση μετασχηματισμού μετάθεσης

Όταν η παράμετρος ΔX είναι θετική, τότε η αφετηρία του συστήματος συν/νων μετατίθεται προς τα αριστερά, ενώ όταν είναι αρνητική προς τα δεξιά. Ανάλογα, όταν η παράμετρος $\Delta \Psi$ είναι θετική, τότε η αφετηρία του συστήματος συντεταγμένων μετατίθεται προς τα κάτω, ενώ όταν είναι αρνητική προς τα πάνω. Ο μετασχηματισμός μετάθεσης διατηρεί αναλλοίωτες τις αποστάσεις, τις διευθύνσεις και την ιδιότητα της συνδεσιμότητας μεταξύ των σχημάτων.

4.4.2. Μετασχηματισμός στροφής.

Ο μετασχηματισμός στροφής χρησιμοποιείται για να περιστραφούν οι άξονες του συστήματος συντεταγμένων γύρω από την αφετηρία κατά ορισμένη γωνία θ . Η γωνία στροφής μετράται με αρχή τον άξονα X και με αριστερόστροφη φορά (σχήμα 4.8). Ο μετασχηματισμός στροφής δίνεται από τη σχέση

$$\begin{pmatrix} X_N \\ \Psi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} X_\Pi \\ \Psi_\Pi \end{pmatrix}$$



σχ. 4.8. σχηματική απόδοση μετασχηματισμού στροφής

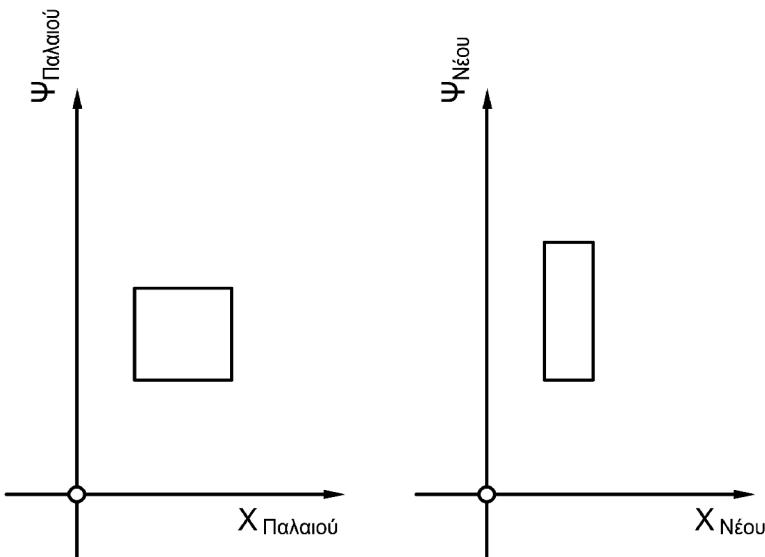
Ο μετασχηματισμός στροφής συνήθως χρησιμοποιείται σε εφαρμογές οπτικοποίησης τρισδιάστατων επιφανειών. Ο μετασχηματισμός αυτός διατηρεί αναλοίωτες τις αποστάσεις, τις γωνίες και την ιδιότητα της συνδεσιμότητας μεταξύ των γραφικών αντικειμένων.

4.4.3. Μετασχηματισμός κλίμακας

Ο μετασχηματισμός κλίμακας εφαρμόζεται για να μεταβληθεί η μονάδα μέτρησης των αποστάσεων του συστήματος συντεταγμένων.

Η εφαρμογή του μετασχηματισμού κλίμακας έχει ως αποτέλεσμα τη σμίκρυνση ή μεγέθυνση των γραφικών αντικειμένων ως προς το σύστημα συντεταγμένων. Όταν οι παράμετροι k_x και k_y του μετασχηματισμού (δηλαδή οι κλίμακες κατά τους άξονες X και Ψ) είναι μικρότεροι από τη μονάδα, τότε το γραφικό αντικείμενο σμικρύνεται, ενώ αντίθετα όταν είναι μεγαλύτεροι από τη μονάδα, τότε μεγεθύνεται. Όταν οι παράμετροι του μετασχηματισμού είναι μεταξύ τους ίσοι ($k_x = k_y$), τότε ο μετασχηματισμός διατηρεί αναλλοίωτες τις διευθύνσεις ως προς το σύστημα συντεταγμένων. Όταν οι παράμετροι έχουν άνισες τιμές ($k_x \neq k_y$), τότε το γραφικό αντικείμενο παραμορφώνεται στρεβλά ως προς τη μία διεύθυνση.

$$\text{Ορίζεται από τη σχέση : } \begin{pmatrix} X_N \\ \Psi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_\psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_\Pi \\ \Psi_\Pi \end{pmatrix}$$



Σχ. 4.9. σχηματική απόδοση μετασχηματισμού στροφής

Στο σχήμα 4.9 έχει εφαρμοστεί σε ένα τετράγωνο μετασχηματισμός κλίμακας, όπου: $k_x = 0,50$ και $k_y = 2,00$.

4.4.4. Μετασχηματισμός ομοιότητας.

Πρόκειται για την εφαρμογή του τρισδιάστατου μετασχηματισμού Helmert στο επίπεδο. Ο δισδιάστατος μετασχηματισμός ομοιότητας περιλαμβάνει τέσσερις παραμέτρους : δύο μεταθέσεις (κατά τον άξονα X και τον άξονα Y), μία γωνία στροφής από τον άξονα X και ενιαίο συντελεστή κλίμακας. Επομένως είναι η σύνθεση των μετασχηματισμών μετάθεσης, στροφής και κλίμακας (ενιαίας κατά : X και Ψ). Ο μετασχηματισμός ομοιότητας δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{pmatrix} X_N \\ \Psi_N \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} X_P \\ \Psi_P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta \Psi \end{pmatrix}$$

όπου : $\Delta X, \Delta \Psi$ οι μεταθέσεις κατά X και Ψ , θ η γωνία στροφής και k ο συντελεστής κλίμακας.

Ο μετασχηματισμός συχνά χρησιμοποιείται με τις ακόλουθες γραμμικές σχέσεις :

$$X_N = aX_P - b\Psi_P + c$$

$$\Psi_N = bX_P + a\Psi_P + d$$

Οι γεωμετρικές του παράμετροι (μετάθεση, στροφή και κλίμακα) συσχετίζονται με τους συντελεστές των γραμμικών σχέσεων (a, b, c και d) από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\text{Μετάθεση : } \Delta X = c, \quad \Delta \Psi = d$$

$$\text{Στροφή : } \theta = \arctan \left(\frac{b}{a} \right)$$

$$\text{Κλίμακα : } k = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Ο μετασχηματισμός μπορεί να απλουστευθεί περαιτέρω θεωρώντας ότι για πολύ μικρές στροφές ισχύει :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & \theta \\ -\theta & 1 \end{pmatrix}$$

Ο δισδιάστατος μετασχηματισμός ομοιότητας είναι ιδιαίτερα απλός μετασχηματισμός και απαιτούνται μόνο δύο σημεία για να προσδιορισθούν οι παράμετροί του. Ο μετασχηματισμός μεταβάλλει τη θέση, τον προσανατολισμό και το μέγεθος των αντικειμένων αλλά διατηρεί το σχήμα τους, δηλαδή, έχει την ιδιότητα να διατηρεί αναλλοίωτη την εσωτερική γεωμετρία του δικτύου που μετασχηματίζεται. Η ιδιότητά του αυτή χαρακτηρίζει και τις σύμμορφες προβολές και για αυτό το λόγο είναι συχνή η εφαρμογή του μετασχηματισμού σε

αυτές τις προβολές. Μία διαφορετική εφαρμογή του, με βάση πάλι την ιδιότητα του να διατηρεί το σχήμα του δικτύου, είναι στη σύγκριση της γεωμετρίας δύο διαφορετικών δικτύων, ελέγχοντας τα υπόλοιπα και το τυπικό σφάλμα μετά τη συνόρθωση.

4.4.5. Ομοπαράλληλος ή αφινικός μετασχηματισμός.

Ο ομοπαράλληλος ή αφινικός μετασχηματισμός (affine transformation) είναι ένας πλήρης γραμμικός μετασχηματισμός. Η ονομασία του προήλθε από τους γεωμέτρες Möbius και Euler και ουσιαστικά υποδηλώνει ότι, σημεία που απέχουν άπειρη μεταξύ τους απόσταση εξακολουθούν και μετά την εφαρμογή του μετασχηματισμού να απέχουν πάλι άπειρη απόσταση. Με αυτήν την έννοια ο ομοπαράλληλος μετασχηματισμός διατηρεί τα πέρατα του χώρου στον οποίο εφαρμόζεται. Ο μετασχηματισμός αυτός έχει ευρεία εφαρμογή και επιφέρει ομογενείς παραμορφώσεις στα γραφικά αντικείμενα που εφαρμόζεται. Ο όρος ομογενείς παραμορφώσεις υποδηλώνει ότι οι συντελεστές του μετασχηματισμού είναι ανεξάρτητοι της θέσης στο χώρο που εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός.

Οι παράμετροι του ομοπαράλληλου μετασχηματισμού είναι : δύο μεταθέσεις κατά ΔX και $\Delta \Psi$, δύο γωνίες στροφής και δύο συντελεστές κλίμακας κατά τους άξονες X και Ψ .

Ο ομοπαράλληλος μετασχηματισμός ορίζεται από τη σχέση

$$\begin{pmatrix} X_N \\ \Psi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_X & 0 \\ 0 & k_\Psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_X & \sin \theta_\Psi \\ -\sin \theta_X & \cos \theta_\Psi \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} X_\Pi \\ \Psi_\Pi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta \Psi \end{pmatrix}$$

Ο ομοπαράλληλος μετασχηματισμός συχνά χρησιμοποιείται με τις ακόλουθες γραμμικές σχέσεις:

$$\begin{aligned} X_N &= aX_\Pi + b\Psi_\Pi + c \\ \Psi_N &= dX_\Pi + e\Psi_\Pi + f \end{aligned}$$

Οι γεωμετρικές του παράμετροι (μετάθεση, στροφές και κλίμακες) συσχετίζονται με τους συντελεστές των γραμμικών σχέσεων (a, b, c, d, e και f) από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$\text{Μετάθεση : } \Delta X = c, \quad \Delta \Psi = f$$

$$\text{Στροφή} : \theta_x = \arctan\left(-\frac{d}{a}\right), \quad \theta_\psi = \arctan\left(\frac{b}{e}\right)$$

$$\text{Κλίμακα} : k_x = \sqrt{a^2 + d^2}, \quad k_\psi = \sqrt{b^2 + e^2}$$

Ο ομοπαράλληλος μετασχηματισμός αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους μετασχηματισμούς στο επίπεδο. Δεν διατηρεί τις ορθές γωνίες, αλλά διατηρεί τις γραμμές και την παραλληλία μεταξύ τους. Το πλεονέκτημα του μετασχηματισμού είναι ότι μπορεί να εκτελέσει διαφορετικές διορθώσεις σε κάθε διεύθυνση. Μπορεί ακόμα να διορθώνει παραμορφώσεις ανάμεσα σε δίκτυα που οφείλονται σε αλλαγές του datum και του προβολικού συστήματος. Οι παραπάνω ιδιότητες του τον καθιστούν κατάλληλο για να χρησιμοποιηθεί σε παλιούς τοπογραφικούς χάρτες που περιέχουν παραμορφώσεις. Είναι από τους περισσότερο χρησιμοποιούμενους μετασχηματισμούς σε χαρτογραφικές εφαρμογές. Κυρίως εφαρμόζεται για τη γεωγραφική προσαρμογή δεδομένων που έχουν ψηφιοποιηθεί από υπάρχοντες αναλογικούς χάρτες. Εκτός από την Τοπογραφία βρίσκει πολλές εφαρμογές στη Χαρτογραφία, στα GIS και στη φωτογραμμετρία. Για τον προσδιορισμό των έξι παραμέτρων του αφινικού μετασχηματισμού απαιτούνται τουλάχιστον τρία σημεία.

4.4.6. Πολυωνυμικός μετασχηματισμός.

4.4.6.1. Μετατροπή από HATT σε EGSA 87

Σε ορισμένες χαρτογραφικές εφαρμογές τα γραμμικά γεωμετρικά μοντέλα των μετασχηματισμών που προαναφέρθηκαν δεν επαρκούν για την επίλυση των προβλημάτων, τότε εφαρμόζονται πολυωνυμικοί μετασχηματισμοί δευτέρου ή σπάνια τρίτου βαθμού.

Οι πολυωνυμικοί μετασχηματισμοί είναι δισδιάστατοι μετασχηματισμοί που αποτελούνται από σχετικά απλές εξισώσεις και χρησιμοποιούν πολυώνυμα $1^{\text{ου}}$, $2^{\text{ου}}$ ή υψηλότερου βαθμού. Η απλούστερη μορφή πολυωνυμικού μετασχηματισμού είναι η ακόλουθη ($X_E, \Psi_E : \text{EGSA-87}, X_H, \Psi_H : \text{HATT}$):

$$X_E = A_0 + A_1 X_H + A_2 \Psi_H + A_3 X_H \Psi_H$$

$$\Psi_E = B_0 + B_1 X_H + B_2 \Psi_H + B_3 X_H \Psi_H$$

Ο μετασχηματισμός αυτός έχει οκτώ άγνωστες παραμέτρους και καλείται και **προβολικός**. Ο προβολικός μετασχηματισμός είναι ο πλέον σύνθετος από αυτούς που χρησιμοποιούνται. Περιλαμβάνει διορθώσεις με μεταφορά, στροφή, μεταβολή κλίμακας σε κάθε άξονα.

Χρησιμοποιείται κυρίως για τον μετασχηματισμό από κεντρική προβολή (φωτογραφίες) σε παράλληλη (χάρτες).

Αν χρησιμοποιηθεί πολυώνυμο 2ου βαθμού τότε οι άγνωστες παράμετροι γίνονται δώδεκα και ο μετασχηματισμός παίρνει τη μορφή:

$$X_E = A_0 + A_1 X_H + A_2 \Psi_H + A_3 X_H^2 + A_4 \Psi_H^2 + A_5 X_H \Psi_H$$

$$\Psi_E = B_0 + B_1 X_H + B_2 \Psi_H + B_3 X_H^2 + B_4 \Psi_H^2 + B_5 X_H \Psi_H$$

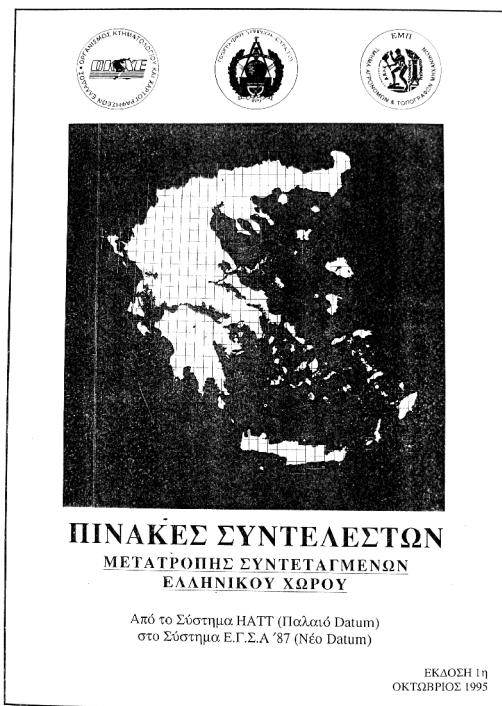
Για τον προσδιορισμό των παραμέτρων του τελευταίου μετασχηματισμού απαιτούνται έξι κοινά σημεία ενώ οι ανάγκες για κοινά σημεία αυξάνονται με τον βαθμό του πολυωνύμου που χρησιμοποιείται.

Οι πολυωνυμικοί μετασχηματισμοί μπορούν να εφαρμοστούν σε πολλά είδη παραμορφώσεων. Για το λόγο αυτό μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε περιπτώσεις που ένας μετασχηματισμός ομοιότητας η ένας αφινικός δεν δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα. Παρόλα αυτά χρειάζεται προσοχή στη χρήση αυτών των μετασχηματισμών επειδή μπορούν να εισάγουν επιπλέον παραμορφώσεις στο μοντέλο και να μην παράγουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Για να αποφευχθεί μια τέτοια κατάσταση, είναι σημαντικό να υπάρχουν πολλά κοινά σημεία με καλή κατανομή στο δίκτυο. Γενικά, είναι επιθυμητό να χρησιμοποιούνται πολυώνυμα μικρού βαθμού.

Στο κεφάλαιο 3.4., όπου παρατίθεται η 71154/4228/1995 απόφαση έγκρισης τεχνικών προδιαγραφών κτηματολογικών διαγραμμάτων στο άρθρο 5 «μετατροπές συν/νων», φαίνονται τα πολυώνυμα που εφαρμόζονται για τη μετατροπή συν/νων από HATT σε ΕΓΣΑ'87.

Με τη βοήθεια συν/νων των τριγωνομετρικών σημείων του κρατικού δικτύου της χώρας, εκφρασμένες και στα δύο συστήματα, προσδιορίστηκαν οι συντελεστές των πολυωνύμων 2ου βαθμού. Οι συν/νες HATT είναι εκείνες που προήλθαν από τμηματική συνόρωση των τριγωνομετρικών δικτύων, μετά το 1963, για τις ανάγκες του έργου Χαρτογράφησης της Ελλάδας σε κλίμακα 1:5.000. Ο υπολογισμός των συντελεστών μετατροπής έγινε ανά σύστημα απεικόνισης HATT, δηλαδή ανά φύλλο χάρτη κλίμακας 1:100.000. Σε ορισμένες περιπτώσεις, για τη καλλιτερη ακρίβεια των μετατροπών υπολογίστηκαν συντελεστές ανά Φ.Χ. κλίμακας 1:50.000 και σε ειδικές περιπτώσεις και σε τμήματα αυτών.

Με τη βοήθεια των συντελεστών αυτών μπορεί να γίνει η μετατροπή των συν/νων από το παλαιό σύστημα (Hatt) στο σύγχρονο (ΕΓΣΑ'87) με ακρίβεια της τάξης μερικών cm. Οι συντελεστές των πολυωνύμων περιλαμβάνονται σε ειδική έκδοση (σχ. 4.10.) και καθορίστηκαν σε συνεργασία του Οργανισμού Κτηματολόγιου και Χαρτογραφήσεων Ελλάδος (ΟΚΧΕ) της Γεωγραφικής Υπηρεσίας Στρατού (ΓΥΣ) και του εργαστηρίου Ανωτέρας Γεωδαισίας του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



Στους πίνακες που ακολουθούν παρατίθενται παραδείγματα από τα τρία ευρετήρια που περιέχονται στην έκδοση και διευκολύνουν τις αναζητήσεις των συντελεστών.

Σχ. 4.10. πίνακες συντελεστών από HATT σε EGS '87

ΠΡΩΤΟ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ

Συντελεστών Μετατροπής Συντεταγμένων

Από Σύστημα HATT (Παλαιό Datum) στο ΕΓΓΕΑ '87 (Νέο Datum)

(Στοιχείο Εισαγωγής : Κωδικός - Ονομασία Φ.Χ. 1:50.000)

Στοιχεία Φύλλων Χαρτών Κλίμακας 1:50.000			Σκαρίφημα Κέντρων Φ.Χ. Κλίμακας 1:100.000		
Κωδικός	Ο ν ο μ α σ ί α	Σελ.	Φο	Δο	Σελ.
320	Πωγωνιανή	91	40° 15'	- 3° 15'	77
321	Ραπτόπουλον	81	39° 15'	- 2° 15'	64
322	Ραφήνα	69	38° 15'	+ 0° 15'	60
323	Ραψάνη	88	39° 45'	- 1° 15'	87
324	Ρέθυμνον	35	35° 15'	+ 0° 45'	34
325	Ρειχέα	46	36° 45'	- 0° 45'	41
326	Ρίζια	107	41° 45'	+ 2° 45'	105
327	Ροδολίθος	98	40° 45'	+ 0° 15'	102
328	Ρόδος	44	36° 15'	+ 4° 15'	45
329	Σαγιάδα	86	39° 45'	- 3° 15'	77
330	Σάμος	62	37° 45'	+ 3° 15'	52
331	Σάπαι	104	41° 15'	+ 1° 45'	105
332	Σελλία	35	35° 15'	+ 0° 45'	34
333	Σέρραι	101	41° 15'	- 0° 15'	99
334	Σητεία	40	35° 15'	+ 2° 15'	39
335	Σιάτιστα	91	40° 15'	- 2° 15'	83
336	Σιδηρόκαστρον	103	41° 15'	- 0° 15'	99
337	Σίκινος	48	36° 45'	+ 1° 15'	43
338	Σιτοχώριον	98	40° 45'	- 0° 15'	99
339	Σκιάθος	84	39° 15'	- 0° 15'	67
340	Σκόπελος				
341	Σκρά	101	41° 15'	- 1° 15'	99
342	Σκύρος	78	38° 45'	+ 0° 45'	79

Πιν. 4.9. 1^ο ευρετήριο συντελεστών μετατροπής