90-17-3190

慶應義塾大学ビジネス・スクール

調達入札における下請企業の行動（B）

設問

1. Appendix 1 と 2 を参照しつつ，本文 3 章で述べられている「予想される結果 1 と 2」がその背景にどのような根拠をもつかを推察し，その直感的含意を説明せよ．（ここでは，数学的意味付けが問われているわけではない．）
2. 逆二位価格入札によって結果を近似できると思われる取引にはどのようなものがあるか．
3. 本文では，メーカーはリスク中立的であるとの仮定の下で，入札の結果を予想している．メーカーも，サプライヤーと同様に，リスク回避的である場合には，どのような結果が予想されるだろうか．さらに，メーカー間で，あるいはサプライヤー間でリスク回避度が異なる場合には，どのような結果が予想されるだろうか．設問 1 に対するあなたの回答と図 2 で示されている例を参照しつつ，図 1 における部品生産コストや入札額の数値を自由に設定して考察せよ．

本稿は，慶應義塾大学ビジネススクール（KBS）におけるクラス討議のため，渡邊直樹（慶應義塾大学大学院経営管理研究科）によって作成された．その内容は中林純氏（近畿大学経済学部）との共同研究と議論に負うところが大きく，フランシス・ブロック氏（パリ第 1 大学経済学部）と花木伸行氏（ニース・ソフィア・アンティポリス大学経済学部）からのコメントも本稿の改善に有益であった．ここに記して，感謝する．

ねらい

本稿では，「調達入札における下請企業の行動（A）」とほぼ同じ状況を設定し，そこでの設問に回答するためのヒントをゲーム理論の考え方の面でやや専門的な観点から説明しつつ，元請企業に部品を納入する下請企業のリスク回避行動が元請企業の利潤にどのような影響を与え，それがさらに元請企業の製品を調達入札を通じて購入する企業の利潤にどのような影響をもたらすかを議論する．考察の枠組みは，公共工事の発注をめぐる実務担当者の経験を基に設定されたシンプルなものであり，部品の調達者が気にかけておくとよい事柄を，「調達入札 ...（A）」に続いて，検討していただきたい[1]．

1 はじめに

ある企業が 1 単位の業務（または製品）を委託（調達）しようとしている．買い手である企業は入札によって，この業務の委託先を決定することにした．この際，請け負う業務（または製品生産）の総費用を削減するために，元請企業は，入札に先立って，彼らの業務の一部を代行するための（または彼らの製品を構成する部品の）見積を複数の下請企業に提出させることがしばしばある．この状況は元請企業によって実施される入札に下請企業が応札していると見なすこともできるだろう[2]．この相見積による取引先決定を，本稿では**下請入札（subcontract auction）**といい，そこでの勝者と元請企業との間で約束される将来の取引契約のことを pre-award subcontracting という[3]．これに対して，上記のような買い手が入札によって業務の委託先（または製品の発注先）を決定するとき，その入札は**調達入札（procurement auction）**と呼ばれている．本稿では，調達入札に先立って下請入札が行われる状況を想定し，調達入札における落札価格に対するその影響を考察する．

調達入札における買い手が中央省庁または地方政府であるときには，それらの買い手は，多くの場合，調達入札の結果を公開する義務を負う．しかし，下請企業の見積書は，会計手続きの上で最小限必要とされるものを除いて，元請企業と下請企業の間で秘匿されうる私的情報を含んでいる．調達入札における買い手が元請企業に下請企業の名称などを明示するよう求めることもあるが，その情報が公開されることは稀である．従って，下請入札に関するデータの入手可能性は一般には低く，下請企業の行動が調達入札における落札価格にどうのような影響を与えるのかに関する仮説を実務データで立証することは極めて困難である．

---

[1] 「調達入札における下請企業の行動（A）」では，アンケートに回答する形で，入札行動に関する考察を進めている．本稿は，もちろん，「調達入札 ...（A）」とは独立に読み進められるように書かれている．

[2] Nakabayashi (2009) は調達入札におけるこのような様相を理論モデルとして定式化し，下請企業の入札行動を考察した．

[3] pre-award subcontracting に対する日本語での訳語はまだ定まっていない．

中林と渡邊（2010, 2011）は，そのため，被験者実験によって理論予測を検証した[4]．そこでは，調達入札では逆一位価格入札が行われるとして，下請入札では逆一位価格入札が行われる場合と逆二位価格入札が行われる場合における結果が比較された．その分析では，しかし，元請企業と下請企業のすべてがリスク中立的（後述）であることが仮定されていた．リスク回避の度合いは被験者ごとに異なり，それは実験中に制御できるものではないことが研究者の間ではよく知られている．本稿では，そこで，リスク回避の度合いはすべての下請企業にとって同じであるという制約の下で，予想される結果を示すことで，実験データをより正確に解釈するための土台を提供する．

以下の構成は次のとおりである．2 章では考察対象となる状況をシンプルな理論モデルで記述する．3 章ではそのモデルにおける理論的帰結について述べる．Appendix 1 では 2 章と 3 章で言及されている逆一位価格入札と逆二位価格入札について，Appendix 2 では意思決定者のリスクに対する態度について，ゲーム理論の面でやや専門的な観点から，ノートする．これらは本稿の設問に回答する際に必須となる知識ではないが，意欲的な読者はそこでより詳細な分析方法を知ることができる．

2 シンプルな理論モデル

以下では，元請企業をメーカー，下請企業をサプライヤーと呼んで，状況を記述する．ある企業が，入札によって，メーカー 1 またはメーカー 2 から 1 単位の製品を調達しようとしている．この入札を調達入札という．メーカー 2 社の製品の品質に甲乙はつけがたい．そのため，入札額の他に複数の評価項目を有する総合評価方式ではなく，より低い入札額で応札したメーカーに製品の生産を発注し，発注先の入札額を額面どおり発注先に支払う．この入札方式を**逆一位価格入札**（**first-price reverse auction**）という．

各メーカーは，この製品の生産にある部品を 1 単位ほど必要としており，調達入札に先立って，馴染みの取引先であるサプライヤー 2 社から相見積をとり，そのうちの 1 社に部品の購入を約束する．この相見積による取引先の決定を下請入札という．本稿では，メーカー 1 のサプライヤー 2 社はメーカー 2 の下請入札に応札できず，メーカー 2 のサプライヤー 2 社はメーカー 1 の下請入札に応札できないとする．各サプライヤーにとって，見積を提出したメーカーが調達入札に勝たなければ，部品生産を実際に受注することはない．

各サプライヤーの部品生産コストは，正確には，そのサプライヤーしか知らない．どのサプライヤーがこの部品を生産しても，その品質に甲乙はつけがたく，メーカーはより低い見積額を提示したサプライヤーに対して，調達入札に勝った場合の部品生産の発注と支払額を約束する．この下請契約における支払予定額の決定には，前述の逆一位価格入札，または，発注先の見積額に次いで低い見積額を発注先

[4] これらは「調達入札における下請企業の行動（A)」の下地となっている．Nakabayashi and Watanabe（2010）と Watanabe and Nakabayashi（2011）を参照せよ．

に支払う**逆二位価格入札**（**second-price reverse auction**）が採用される．各メーカーはどちらの入札方式を採用してもよく，どちらの入札方式でも，入札料等の諸費用は発生しない．本稿では，両メーカーともに同じ入札方式を採用していると仮定して，それらの結果を比較する．（これらの入札方式における入札行動については，Appendix 1 でやや専門的な解説がなされている．）

ここでは考察を単純にするため，各メーカーの製品生産コストは互いに既知であり，それらはゼロであるとしよう．調達入札に関わる諸費用（入札料など）は一切存在せず，製品生産を受注できなかったメーカーにとっては，利潤（調達入札における買い手からの製品に対する支払額から製品生産コストを差し引いた額）は発生しない．同様に，下請入札に関わる諸費用は一切存在せず，部品生産を受注できなかったサプライヤーにとっては，利潤（メーカーからの部品に対する支払額から部品生産コストを差し引いた額）は発生しない．

図 1 は上述の状況を描写している．そこでは，メーカー 1 と 2 は PC_1，PC_2，メーカー 1 のサプライヤーは SC_{11} と SC_{12}，メーカー 2 のサプライヤーは SC_{21} と SC_{22} で表されている．t_{ij} はメーカー i のサプライヤー j（SC_{ij}）にとっての部品生産コストであり，s_{ij} は SC_{ij} がメーカー i に提出する見積額を表す．メーカー i にとって，製品の生産を受注した際にかかる費用 c_i は，考察の単純化のため，部品発注先への支払額 p_i のみとしてある．メーカー i の入札額は b_i と表されている．

メーカーとサプライヤーともに，利潤が大きくなることを望んではいるが，入札によって実際に取引が行われるか否かが決まるので，受注確率も考慮せねばならない．より低い入札額で応札すると受注確率は高まるが，その分，利潤は小さくなる．そこで，サプライヤーは自分の利潤を，額面どおりではなく，$u(y)=y^r$ で評価するとしておく．ここで，$(1-r)$ は**相対的リスク回避度**（**relative riskaversion**）と呼ばれる [5]．以下では，単純に CRRA 係数ということもある．CRRA 係数は $0 \leq r \leq 1$ の範囲で値をとる実数であり，r が 0 に近いほど，つまり，$(1-r)$ の値が大きいほど，その係数を持つ意思決定者はリス

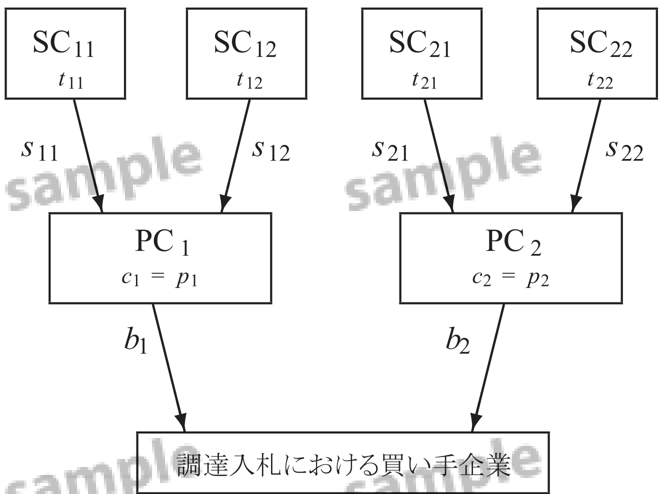

図1: 取引の構造

[5] 正確には，アロー・プラットの意味での相対的リスク回避度一定（constant relative risk aversion, CRRA）の仮定の下での係数という．リスク回避度の定義については，Appendix 2 を見よ．

ク回避的であると解釈する．なお，$r=1$ のときはリスク中立的であるという．よって，リスク中立的であるメーカーとリスク回避的なサプライヤーの意思決定は自分の期待利得

$$\text{受注確率} * (\text{受注した場合の利潤})^r \tag{1}$$

を最大にすることを目標としている．

本稿では，メーカーはリスク中立的だが，サプライヤーはリスク回避的であるとする．これは考察を簡単にするための仮定だが，メーカーの方がサプライヤーよりも保有資産が多く，受注した場合とそうではない場合の利潤を平準化するための分散投資をより容易に行えると考えられることが背景にある．また，すべての入札者がリスク中立的である場合，標準的なゲーム理論的分析では，各入札者は自分がリスク中立的であることのみならず，他の入札者もそうであることを互いに知っていると仮定していることが多い．本稿でも，各入札者は他の入札者も自分と同程度にリスク回避的であることを，つまり，共通の CRRA 係数 r を持つことを互いに知っていると仮定する．

3　予想される理論的結果

前章末では，メーカーとサプライヤーのリスクに対する態度について，いくつかの仮定が明示された．これらの仮定を外しても，もちろん，分析は可能であるが，過度に専門的になることを避けるため，本稿では取り扱わない．ここではさらに，元請入札において両メーカーは同じ入札戦略をとり，下請入札においてもすべてのサプライヤーが同じ入札戦略をとるという意味での対称均衡に注意を限定して，考察を進める．入札戦略とは，生産コストに対応して入札額を決める行動を関数で表したものである．対称均衡において，同じ製品生産コストであれば，同じ入札額で応札することがメーカーに求められており，同じ部品生産コストであれば，サプライヤーにとってもそれは同様である．均衡とは，すべての企業（メーカーとサプライヤー）について，他社が入札戦略を変更しない限り，自社の入札戦略を変更しても期待利得（1）が増加することはない状態のことである．本稿では特に，下請入札では，それに続いて実施される調達入札における結果をサプライヤーが予想し，それを読み込んで応札する均衡を考える．対称均衡では，上述のように，両メーカーは同じ入札戦略をとっているので，メーカー $i=1,2$ は

$$\mathrm{Prob}[b_i < b_{i'}](b_i - c_i) \tag{2}$$

を最大にするような入札戦略をとる．（$i \neq i'$ である．）各メーカーはリスク中立的（$r=1$）であることに注意せよ．調達入札では逆一位価格入札が実施され，対称均衡ではメーカーは同じ入札戦略をとるので，

メーカー 1 のサプライヤー 1 は $s_{11} < \min(s_{12}, s_{21}, s_{22})$ なる応札額であれば，下請入札において自分がメーカー 1 からの部品生産を受注する契約を取り付け，元請入札ではメーカー 1 が製品生産を受注することができ，そうでない場合には，この（厳密な）不等号の向きは逆になる．よって，下請入札において逆一位価格入札が実施されるとき，メーカー 1 のサプライヤー 1 は

$$\mathrm{Prob}[s_{11} < \min(s_{12}, s_{21}, s_{22})](p_1 - t_{11})^r \tag{3}$$

を最大にするような入札戦略をとる．対称均衡では，サプライヤーの番号を入れ替えても，同じ入札行動をとるはずなので，すべてのサプライヤーは（3）を最大にする入札戦略をとる．なお，（2）と（3）において，等号が成立する確率は無視することができる．（等号が成立する場合の割当ルールを定めてもよい [6]．）

逆一位価格入札では，（3）より容易に想像できるように，サプライヤーの（共通の）相対的リスク回避度が高くなるほど，彼らはより低い見積額をメーカーに提出する．つまり，r の値が小さくなるほど，受注した場合の利潤にあたる $(p_1 - t_{11})^r$ に対する受注確率の重要性が（3）の最大化において高まるので，より低い見積額がより好ましくなる．具体的には，メーカー i のサプライヤー j にとって，次の入札戦略がもっとも好ましい．（導出過程に関心のある読者は Appendix 1 の前半部分を参照せよ．）

$$s^*(t_{ij}) = t_{ij} + \frac{\bar{t} - t_{ij}}{3 + r} r. \tag{4}$$

ここで，$s^*(t_{ij})$ は部品生産コストが t_{ij} であるときの逆第一価格入札における SC_{ij} の入札戦略を表し，$\bar{t}$ は部品生産コストが取りうる最大の値である．各サプライヤーにとって，（3）を参照すると，競争相手の総数が 3 となっていることに注意してほしい．一方，逆二位価格入札が実施されるときには，メーカー i のサプライヤー j にとってもっとも好ましい入札戦略は

$$s^{**}(t_{ij}) = t_{ij} \tag{5}$$

となる．（導出過程に関心のある読者は Appendix 1 の後半部分を参照せよ．）以上より，対称均衡においては，次の結果が予想される．

予想される結果 1　相対的リスク回避度 $(1 - r)$ がサプライヤー間で等しいとせよ．このとき，（ｉ）逆一位価格入札でのサプライヤーの見積額は逆二位価格入札でのそれよりも高くなり，サプライヤーの

[6] たとえば，同じ応札額を付けたサプライヤー同士で公正なくじを引いてもよい．

相対的リスク回避度が高くなるほど，彼らはより低い見積額をメーカーに提出する．（ⅱ）逆二位価格では，リスク回避の度合いによらず，自分の部品生産コストを見積額としてメーカーに提出する．

次の結果は計算機実験で確認しよう．そこでは，各サプライヤーの部品生産コストは，他のサプライヤーのそれとは独立に，1000 から 2000 の間の整数値を等確率でとるとしている．つまり，$\bar{t}$ = 2000 である．メーカーは，（4）と（5）で表されるサプライヤーの入札戦略を読み込んで，（2）を最大にする入札戦略を選択する．その数式表現はやや複雑であるため，本稿ではその明示を控える[7]．表 1 には，下請入札において逆一位価格入札（FPA）と逆二位価格入札（SPA）がそれぞれ実施された場合に調達入札の勝者となったメーカーが得る利潤の平均（mean）と標準偏差（std dev）がリストされている．メーカーはともにリスク中立的であるという仮定と予想される結果 1-（ⅱ）より，SPA でのそれは r の値によっては変化しない．FPA，SPA ともに，r の各値に対するサンプル数は 120 であり，部品生産コストは FPA と SPA で同じ値が用いられている．p 値（p-value）は，FPA と SPA のどちらが下請入札において実施されたとしても，メーカーが得る利潤は平均的には等しいという帰無仮説が並べ替え検定（permutation test）において成り立つ確率を表している．メーカーの利潤の平均値は最大化された（2）の期待値を近似すると見なすことができる．

	r = 1.0	r = 0.9	r = 0.8	r = 0.7	r = 0.6	r = 0.5	SPA
mean	200.0062	205.1346	210.5329	216.223	222.2292	228.5786	271.2249
std dev	38.39252	39.37695	40.41318	41.50543	42.65836	43.87717	141.0522
p-value	< 0.00001	< 0.00001	0.0000129	0.0000712	0.000377	0.001889	–

表 1: 下請入札において逆一位価格入札（FPA）と逆二位価格入札（SPA）がそれぞれ実施された場合に製品生産を受注したメーカーが獲得する利潤の平均（mean）と標準偏差（std dev）．各サプライヤーの部品生産コストは，他のサプライヤーのそれとは独立に，1000 から 2000 までの整数値で等確率で生起するとしている．FPA，SPA ともに，r の値に対するサンプル数は 120 であり，部品生産コストは FPA と SPA で同じ値が用いられている．p 値（p-value）は，r の各値について，メーカーの利潤の平均が FPA と SPA で等しいという帰無仮説が並べ替え検定（permutation test）において成り立つ確率を表す．

予想される結果 2　下請入札において，相対的リスク回避度がサプライヤー間で等しい場合，逆二位価格入札は逆一位価格入札よりもメーカーに高い期待利潤をもたらす．

---

[7] 関心のある読者は計算を試みてもよい．ただし，微分方程式を解く問題に帰着して考えなければならず，Appendix 1 の前半部分で示されている簡便法では対応できない．

部品生産を受注したサプライヤーの部品生産コストを t^* で表そう．部品生産の発注先割当が事後的に効率的であることと，t^* が最小化されることとは同義である [8]．リスク回避の度合いがサプライヤー間で等しく，メーカー間でも（2 章で記述された状況ではリスク中立的であると仮定しているが）等しいならば，条件 $s_{ik} < \min$（$s_{ik'}, s_{j1}, s_{j2}$）が満たされるとき，サプライヤー SCik は部品生産を受注し，対称均衡ではサプライヤーの入札戦略ははすべて同一のものになので，この条件は $t_{ik} < \min$（$t_{ik'}, t_{j1}, t_{j2}$）を意味する．

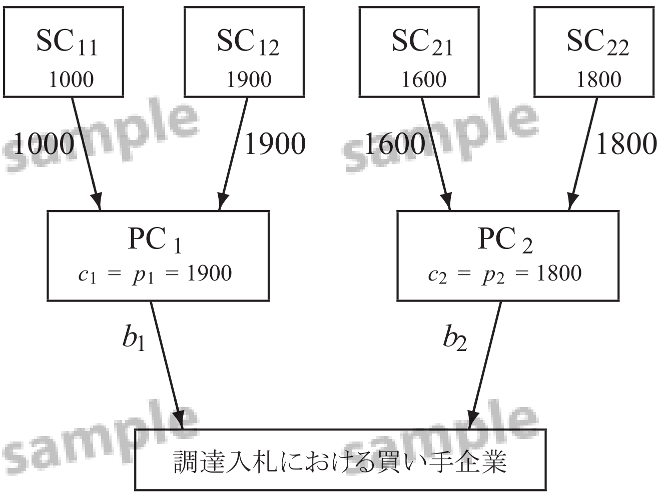

図2: 逆二位価格入札によって発生する死荷重= 600.

予想される結果 3　相対的リスク回避度 r がサプライヤー間で等しく，メーカーの間でも等しい場合，逆一位価格入札では事後的効率性が達成されるが，逆二位価格入札では必ずしもそうではない．

図 2 は逆二位価格入札が非効率な結果を生成しうることを示している．そこでは，各サプライヤーの部品生産コストは，それぞれ，$t_{11} = 1000$，$t_{12} = 1900$，$t_{21} = 1600$，$t_{22} = 1800$ と設定されている．下請入札では，逆二位価格入札が実施されるので，予想される結果 1-(ⅱ) より，SC$_{11}$ と SC$_{21}$ が各々の下請入札において勝者となる．よって，メーカーにとっての製品生産コストは，それぞれ，1900 と 1800 である．このとき，両メーカーはリスク中立的であり，対称均衡においては同じ入札戦略をとっているので，製品生産コストがより低い PC$_2$ が調達入札の勝者となる．その結果，部品生産コストが t_{21} であるサプライヤー SC$_{21}$ が部品生産を受注する．事後的効率性はサプライヤー SC$_{11}$ が部品生産を受注したときに達成されるので，$t^* = t_{11}$ であるが，逆二位価格入札が下請入札が実施されると，事後的効率性が損なわれていることが判る．このとき, 非効率性の度合い（死荷重）は $t_{21} - t_{11} = 1600 - 1000 = 600$ である．一方，逆一位価格入札が下請入札において実施されるとき，対称均衡では非効率的な結果は生成さ

[8] 製品に対する買い手の評価額を V とすると，この買い手，すべてのメーカー，すべてのサプライヤーの利得の総和は事後的には $V - t^*$ であり，それは一連の取引全体の効率性を測る社会的余剰である．$V - t^*$ の最大化は t^* の最小化に他ならない．

れえない．そこでは，部品生産コストが高いほどサプライヤーの応札額は高くなるので，たとえば図 2 の例において，SC_{11} と SC_{21} が各々の下請入札において勝者となる．サプライヤーの応札額は，それぞれ，s_{11} と s_{21} であるが，ここでも，部品生産コストが高いほどサプライヤーの応札額は高くなるので，$t_{11} < t_{21}$ より，$s_{11} < s_{21}$ である．逆一位価格入札では，応札額がメーカーからサプライヤーへの支払予定額になるので，応札額がより低いサプライヤーと下請契約を結ぶ PC_1 が調達入札における勝者となる．よって，実際に部品生産を受注するのはサプライヤー SC_{11} となり，事後的効率性が達成されることが判る．

Appendix 1: 逆入札

ここで記述される内容は米国のビジネススクールで用いられる入札に関する教科書でも Appendix に記述される水準である．やや専門的ではあるが，解析的に考えることを得意としている読者であれば，本文に記述された入札行動をより明確に捉えることに役立つだろう．

まず，本文に即して，分析対象となる状況を記述する．メーカーが 1 単位の部品の購入に際して，その見積の提出をサプライヤー 2 社に依頼することにした．ここでは，考察を簡単にするため，1 単位の部品が取引されるとする．メーカーはその部品の製造技術に関する知識を持っておらず，それを自社生産することができない．各サプライヤーの部品生産コストはそのサプライヤーしか知らない．どちらのサプライヤーがその部品を生産したとしても，それらの品質は甲乙つけがたい．よって，見積額のみを参照しつつ，メーカーは発注先を決定する．入札そのものに対する入札料は課されないとしておく．

逆一位価格入札

上述の状況において，メーカーが最も低い見積額を提出したサプライヤーに部品生産を発注し，そのサプライヤーに対して見積額どおりの支払いがなされるとしよう．このような発注先と支払額の決定ルールを**逆一位価格入札（first-price reverse auction）**という．

各サプライヤーは自社の部品生産コストを知っているが，入札においてライバルとなるサプライヤーのそれは知らない．ただし，それは 0 と 1 の間に等確率で分布していると互いに予想している．さらに，（本質的な仮定ではないのだが，計算を簡単にするために）サプライヤー i は入札におけるライバルであるサプライヤー j が

$$b_j = k_1 + k_2 c_j \tag{6}$$

に従った入札額 b_j で応札すると予想しているとする．ここで，k_1 と k_2 は定数であり，c_j はサプライヤー

j の部品生産コストである．なお，$c_i = c_j$ となる確率は無視できる．（確率論の観点からは無視してよいほど小さい．）

サプライヤー i はサプライヤー j よりも低い入札額で応札すると，つまり，$b_i < b_j$ であるとき，部品生産を受注できる．よって，c_j が 0 と 1 の間に等確率で分布しているので，サプライヤー i の受注確率は

$$\mathrm{Prob}(b_i < b_j) = \mathrm{Prob}(b_i < k_1 + k_2 c_j) = \mathrm{Prob}(\frac{b_i - k_1}{k_2} < c_j) = 1 - \frac{b_i - k_1}{k_2}$$

である．このとき，サプライヤーはともにリスク中立的であるとすると，サプライヤー i の期待利得は

$$(1 - \frac{b_i - k_1}{k_2})(b_i - c_i). \tag{7}$$

サプライヤー i の期待利得を最大化するための一階の条件は，（7）を b_i で微分すると，

$$(1 - \frac{b_i - k_1}{k_2}) - \frac{b_i - c_i}{k_2} = 0 \tag{8}$$

となり，二階の条件が満たされることも容易に確認できる．（8）を b_i について解くと，$b_i =$（$c_i + k_1 + k_2$)/2 を得る．対称均衡では，サプライヤーはともに同じ入札戦略をとり，各サプライヤーは他のサプライヤーの入札戦略に対して自分の期待利得を最大化している[9]．均衡では，サプライヤー i の入札戦略は $b_i = k_1 + k_2 c_i$ に従うというサプライヤー j の予想は正当化されなければならない．さもなくば，サプライヤー j は，$b_j = k_1 + k_2 c_j$ とは異なる入札関数を選択することによって，より高い期待利得を得ることができるだろう．よって，

$$\frac{c_i + k_1 + k_2}{2} = k_1 + k_2 c_i \tag{9}$$

が成り立たなければならない．（9）において，c_i の係数に注目すると，$k_2 = 1/2$ であることは容易に判り，さらに，$k_2 = 1/2$ を（9）に代入して，$k_1 = 1/2$ であることも判る．従って，対称均衡におけるサプライヤー $i = 1, 2$ の入札関数は

$$b_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}c_i.$$

である．

[9] 正確には，対称的なベイズ均衡，あるいは，対称的なベイジアン・ナッシュ均衡という．

逆二位価格入札

Appendix 1 冒頭において述べられた状況を考える．このとき，メーカーが最も低い見積額を提出したサプライヤーにその部品生産を発注し，そのサプライヤーに対する支払額は受注できなかったサプライヤーによって見積もられた額のうちで最も低い額，つまり，全体で二番目に低い見積額であるとする．このような発注先と支払額の決定ルールを**逆二位価格入札**（**second-price reverse auction**）という．各サプライヤーは自社の部品生産コストを知っているが，他のサプライヤーのそれは知らない．ここでも，それは 0 と 1 の間に等確率で分布していると互いに予想しているとしておくが，今から述べるように，その予想は逆一位価格入札の場合とは異なり，各サプライヤーにとって望ましい入札戦略において必要とされる情報ではない．

　結論を先にいうと，1 単位の部品の受注をめぐる逆二位価格入札において，各サプライヤーは自社の部品生産コストと同額の入札額で応札することで期待利得を最大にすることができる．戦略的虚偽表明を行うことで得をすることはない．この性質は，サプライヤーが何人いようと，他のサプライヤーの部品生産コストおよび応札額がどれくらいであろうと変わらない．以下ではその理由を直感的に説明する．サプライヤーの部品生産コストが互いに等しくなる確率は無視できる．（そのようなことが起こる確率は確率論の観点からは無視してよいほど小さい．）

（1）まず，サプライヤーが自社の部品生産コストよりも高い入札額で応札する場合を考える．あるサプライヤーが勝者となったとき，そのサプライヤーへの支払額は他社の入札額のうちで最も高い額であり，そのような入札額を $\hat{s}_2$ と書くことにする．このとき，$\hat{s}_2$ よりも高い入札額で応札すると，そのサプライヤーは入札に負けてしまうだろう．一方，$\hat{s}_2$ よりも低いどのような入札額で応札しようとも，そのサプライヤーは $\hat{s}_2$ から自社の部品生産コストを差し引いた額の利得を得る．つまり，自社の部品生産コストそのものを入札額としても，そのサプライヤーが入札に勝つ確率は変わらず，勝者となった時に得られる利得も変わらない．よって，自社の部品生産コストよりも高い入札額で応札するという戦略的虚偽表明を行っても，そのサプライヤーの期待利得の増加は見込めない．

（2）次に，サプライヤーが自社の部品生産コストよりも低い入札額で応札する場合を考える．あるサプライヤーが勝者となったとき，そのサプライヤーが得る利得は $\hat{s}_2$ から自社の部品生産コストを差し引いた額である．よって，$\hat{s}_2$ が自社の部品生産コストを下回るならば，そのサプライヤーは負の利得を被ることになってしまう．このようなことは，入札額が自社の部品生産コストよりも低くない場合には生じない．（1）で述べたように，勝者である限り，そのサプライヤーが得る利得は常に同額である．

（3）（1）と（2）より，そのサプライヤーにとって，戦略的虚偽表明を選択しても得をすることはない．他のすべてのサプライヤーにとっても，同じことがいえる．

Appendix 2: リスク回避度

次の賭けを考えよう．コインを繰り返し投げて，n 回目に初めて表が出たら，2^n の利得を手にすることができる．しかし，この賭けに参加するために，あなたはいくらかの額を支払わなければならない．この賭けに対して，あなたはいくら支払うだろうか．

各回のコイン・トスで表が出る確率を 1/2 であるとすると，n 回目に初めて表が出る確率は，$n-1$ 回目まで裏が出続ける確率が $(1/2)^{n-1}$ なので，$(1/2)^{n-1}$ $(1/2) = (1/2)^n$ である．ここで，任意の 2 回のコイン・トスで表が出る確率は互いに独立である．よって，この賭けから得られる利得の期待値は

$$(1/2)\,2 + (1/2)^2 2^2 + \cdots + (1/2)^n 2^n + \cdots = 1 + 1 + \cdots + 1 + \cdots = \infty$$

である．つまり，年収に相当する額を支払ってでも，あなたはこの賭けに参加した方がよいことになる．このように，確率的に利得が生起する意思決定問題において，利得の期待値は意思決定者の評価基準とはならない場合がある．この賭けは**サンクト・ペテルブルグのパラドックス**（**St. Petersburg paradox**）と呼ばれている．

では，次のような考えを検討してみよう．上記の賭けにおいて，利得 y に対する意思決定者の評価を貨幣単位で表し，たとえば，それを効用 $u(y) = \ln y$ で表そう．ln は自然対数である．このとき，この賭けから得られる効用の期待値は

$$(1/2)\ln 2 + (1/2)^2 \ln 2^2 + \cdots + (1/2)^n \ln 2^n + \cdots = (1/2 + 2/2^2 + \cdots + n/2^n + \cdots)\ln 2 = 2\ln 2 = \ln 4$$

である．よって，この賭けへの参加料が 4 よりも小さいならば，あなたは正の効用を得るだろう．このように，利得から得られる効用の期待値を期待効用という．このように，期待効用に基づく意思決定では，期待利得のみを考える場合に比べると，大きな問題が生じることはなさそうである．しかし，効用を導入するだけではサンクト・ペテルブルグのパラドックスは完全には解消されないことに注意せよ．効用がとりうる値に上限がなければ，このパラドックスが生じうる賭けを作成することができるのである．（各自で数値例を作ってみよ．）

ここでは，本文中で言及したリスク回避度を説明するため，期待効用に基づく意思決定の基礎事項について述べる[10]．ある確率に従って，y_1 または y_2 に相当する利得が生成されるとする．このとき，

[10] 期待効用に基づく意思決定は，ゲーム理論の創始者でもあるフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンによる公理化を嚆矢として，賛否，拡張，修正，実験による検証を含む様々な検討がなされてきた．その一部として，リスク回避度はプラットによって定義されたが，これらをめぐる 1960 年代までの議論はアローの著書にまとめられている．これらの著書や論文はいずれも，意思決定理論の古典となっているので，本稿の参考文献にはリストしない．期待効用理論の適用範囲と限界を，数式を用いずに，時には科学哲学や心理学などとの関わりにも触れつつ，明晰に議論した著作として，ギルボアの「合理的選択」（みすず書房，2013）を挙げておく．

ある意思決定者がこれらの利得が実現したときに得る効用 $u(y_1)$ と $u(y_2)$ の期待値を $E[u(y)]$ で表す．確率的に変動する利得から得られる効用の期待値よりも，利得の期待値を確実に得ることを好む意思決定者を**リスク回避的**（**risk-averse**）であるという．ここで，a は利得 y_1 と y_2 の期待値，b は利得 a から得られる効用 $u(a)$，c は上述の期待効用 $E[u(y)]$ であるとすると，リスク回避的意思決定者にとっては，その定義より，$b > c$ となるはずである．図 3 では実際にそれが示されている．このとき，リスク回避的な意思決定者の効用関数 u は上に凸な形状を持つことが判る．$u(y)$ が直線であるときには，$b = c$ となり，そのような形状の効用関数を持つ意思決定者を**リスク中立的**（**risk-neutral**）であるという [11]

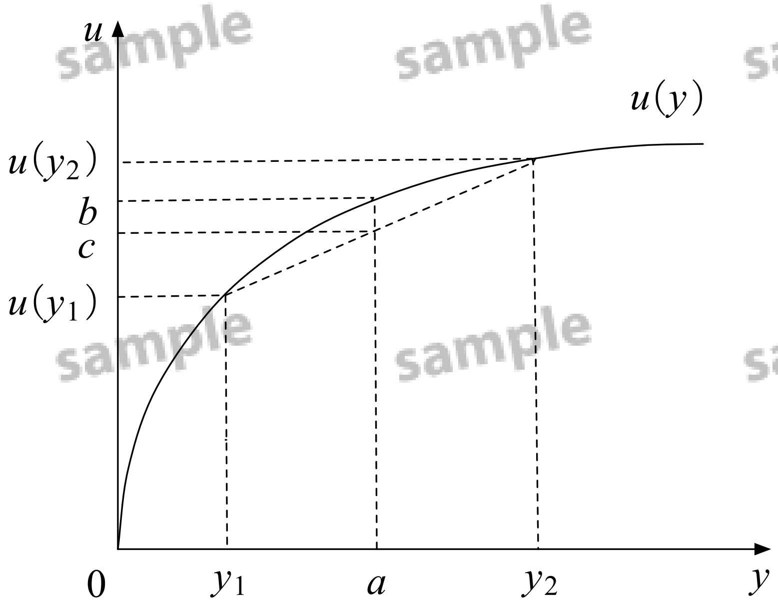

図3: リスク回避的な入札者の効用関数

　意思決定者のリスク回避の度合いを測る物差しのうち，よく使われるものを定義しておく．利得 y における効用 $u(y)$ の接線の傾きの曲がり具合（曲率）$u''(y)$ を接線の傾き $u'(y)$ で除したものの絶対値

$$-\frac{u''(y)}{u'(y)} \tag{10}$$

を**絶対的リスク回避度**（**absolute risk aversion**）という．たとえば，

$$u(y) = 1 - \frac{1}{\beta}\exp(-\beta y)$$

[11] 任意の利得 y_1 と y_2，任意の非負の実数 α に対して，$u(\alpha y_1 + (1-\alpha) y_2) > \alpha u(y1) + (1-\alpha) u(y_2)$ であれば，このような効用関数を持つ意思決定者をリスク回避的であるといい，$u(\alpha y_1 + (1-\alpha)\ y_2) < \alpha u(y_1) + (1-\alpha) u(y_2)$ であれば，**リスク愛好的**（**risk-loving**）であるといい，リスク中立的な意思決定者の効用関数は $u(\alpha y1 + (1-\alpha)\ y_2) = \alpha u(y_1) + (1-\alpha) u(y_2)$ を満たす．実数 α のとりうる範囲を $0 < \alpha < 1$ に制限すると，α を確率と見なすことができ，上述の定義と対応することを確認せよ．つまり，$a = \alpha y_1 + (1-\alpha) y2$，$b = \alpha u(y_1) + (1-\alpha) u(y_2)$，$c = u(\alpha y_1 + (1-\alpha) y_2)$ である．

は $u' = \exp(-\beta y)$，$u'' = -\beta \exp(-\beta y)$ となるので，絶対的リスク回避度は β で一定である．この形の効用関数のとりうる値が 1 を越えることはないので．サンクト・ペテルブルグのパラドクスは起こりえない．また，

$$-\frac{yu''(y)}{u'(y)} \tag{11}$$

を**相対的リスク回避度（relative risk aversion）**という．たとえば，

$$u(y) = \frac{y^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

は $u' = y^{-\gamma}$，$u'' = -\gamma y^{-1-\gamma}$ となるので，相対的リスク回避度は γ で一定である．この形の効用関数は累級効用関数と呼ばれ，マクロ経済学やファイナンスでよく用いられている．これに対して，本文で用いた $u(y) = y^r$ も相対的リスク回避度が $1-r$ で一定となっている．

いずれの効用関数を用いるかは，分析対象となる状況をより簡便に分析することができるかに依存する．累級効用関数がマクロ経済学やファイナンスでよく用いられるのは，将来の利得を割り引いて，それを現在価値として評価することとの相性がよいからである．一方，絶対的リスク回避度が無限に近づくと，期待効用最大化を行動基準とする意思決定はマクシミン基準に従う意思決定に近づく．マクシミン基準に従う意思決定者は，彼または彼女が直面する不確実な状況において，各行動がもたらすであろう最悪の結果の中で最もましな結果をもたらすであろう行動を選択する．何度も繰り返し経験した状況であれば，起こりうる事象に関する確率的予想も立てられようが，ほとんど経験したことのない状況に直面すると，期待効用を計算しようにも，意思決定者は各事象の生起確率そのものを確定することが困難であろう．このような状況下での意思決定における行動基準として，マクシミン基準を採用することは不自然ではない．

相対的リスク回避度と絶対的リスク回避度という呼称の違いは，利得の分散（確率的散らばり具合）を利得水準で除した相対的なものに比例する形でリスクプレミアムを表現するのか，利得の分散そのものに比例する形でそれを表現するかという点にある．リスクプレミアムとは利得の確率的変動を回避するために支払ってもよいと考える保険料の最大値であるが，本文の理解とは関わりがないので，その厳密な定義はここでは取り扱わない．また，リスク回避の度合いは意思決定者ごとに異なる．しかし，本文 1 章で述べたように，入札者ごとに異なるリスク回避度を実験中に制御することは極めて困難である．そこで，Cox et al.（1985）は実験データから被験者のリスク回避度を個別に計測し，それを用いてリスク中立的な入札者の利得に変換して，彼らの入札行動を考察することを提案した．

参考文献

[1] Cox, J. C., Smith, V. L., Walker, J. M., 1985. Experimental development of sealed-bid auction theory: Calibrating controls for risk aversion. *American Economic Review* 75, 160-65.

[2] Kagel, J. H., Levin, D., 2008. Auctions: Experiments. In: *New Palgrave Dictionary of Economics* (2nd ed), L. E. Blume, A. N. Derlauf eds.

[3] Nakabayashi, J., 2009. Procurement auctions with pre-award subcontracting. Tsukuba Economics WP 2009-013, University of Tsukuba.

[4] Nakabayashi, J., Watanabe, N., 2010. An experimental study of bidding behavior in subcontract auctions. Tsukuba Economics WP 2010-009, University of Tsukuba.

[5] Watanabe, N. Nakabayashi, J., 2011. An experimental study of bidding behavior in procurement auctions with subcontract bids: profits, efficiency, and policy Implications. *Proceedings of SICE*, 1202-1207.

慶應義塾大学ビジネス・スクール

共立　2022.11 PDF