Keio University

慶應義塾大学ビジネス・スクール

合理的意思決定とゲーム理論

ゲーム理論の特徴

ゲーム理論はその名が示すように、トランプやチェスなどの室内ゲームの分析から始まった。ゲームの定石や賢明な戦い方には何か共通の法則があるのではないかと、数学者たちが研究し始めたのである。やがてゲームの戦略的な法則は、単なる遊技だけでなく、戦場での戦い方や、経済活動、政治の駆け引きなどに共通する要素であることがわかった。ゲーム理論は 1940 年代に基礎的な理論が整備され、経済学を中心に、経営学、政治学、社会学、生物学などに広く応用されている。このようなゲーム理論の生い立ちは、ギャンブルにおける賭け率の計算から発展した確率論の経緯に似たところがある。

室内ゲームの分析から発達したゲーム理論が応用できるケースは、極端に言えばゲームにたとえられるような状況である。すなわち二、三人から数人といった少数者の（あるいは少数企業間の）、競争や協調などの駆け引きである。一者単独の意思決定の分析には、ディシジョン・ツリーやオペレーションズ・リサーチの多くの手法がある。しかし、二人以上の意思決定が相互に関連するような状況は、ゲーム理論の独壇場である。そしてゲーム理論は、無数の市場参加者が見えざる手によって均衡に導かれるという、古典派経済学の考え方とも対照をなす。ゲーム理論は少数の「顔の見える」者同士が、相手の行動を予測し互いに働きかける状況を分析する。この資料では、ゲーム理論の基礎知識を紹介し、あわせてゲーム理論とディシジョン・ツリーの使い分け

についても説明する。

ゲームの表現

ゲーム理論による分析は、状況をゲームに表現することから始まる。すなわち、プレーヤー（当事者）の選択肢を網羅し、各プレーヤーの選択の組み合わせから予想される一連の結果を明示するのである。それらの結果を数量的に評価できれば、均衡の概念を用いて、最適な行動を選択したり、起こりそうな結果を予想することが可能になる。ゲームを表現する方法に制限はないが、マトリクス（縦横表）を用いるものや、ツリー（樹形図）を用いるものが便利である。

ゲーム・マトリクス

マトリクスを用いた表現では、二人のプレーヤーの選択肢をそれぞれ横行と縦列にとったゲーム・マトリクスを作成する。通常は次ページの図 1 のように、マトリクスの左辺に一方のプレーヤーの名前とその選択肢、上辺にもう一方のプレーヤーの名前と選択肢を書き出す[1]。マトリクスそれぞれの横行は左辺のプレーヤーの選択肢に対応し、縦列は上辺のプレーヤーの選択肢に対応する。マトリクスのセル（桝目）は、交差する行と列の選択肢の組み合わせを示す。各セルには、その組み合わせの結果、実現する各プレーヤーの利得が書き入れられる。利得とは結果に対するプレーヤーの評価であり、金額であれ何であれ、プレーヤーがそれを最大化するように行動する基準である。これはディシジョン・ツリーにおける評価数値と同様に、各プレーヤーの実際の行動基準になっているものを数値で表したものである。利得は当然プレーヤーによって異なる。習慣として左辺のプレーヤーの利得をセル内の左に、上辺のプレーヤーの利得を右に記入する。

例として仮想の小売チェーン企業の出店競争を図 1 に表す。図 1 ではチェーン A の選択肢を縦

[1] マトリクスは二人のプレーヤーの選択肢を可視化するにはすぐれた方法である。しかし三人以上の選択肢を見通しよく表すことは難しい。理論的には、三人のゲームは二人の選択肢を縦横にとるマトリクスを、三人目の選択肢の数だけ作れば良いのだが、それは見て分かりにくい。プレーヤーが三人以上の場合は、後述のゲーム・ツリーあるいは文章や数式による表現の方が適している。

に、チェーン B の選択肢を横にとって、その組み合わせが 2×2 のセルに表されている。各セルの数字は、左側が A の、右側が B の年間利益を億円単位で表している。

図 1：出店競争のゲーム

		チェーン B	
		現状	店舗増
チェーン A	現状	10 ， 10	0 ， 15
	店舗増	15 ，　0	5 ， 5

図 1 は次のような状況を表している。両社が現状を維持すれば、左上のセルに示すように、それぞれ年間 10 億円の利益が上がる。一方のチェーンだけが店舗増を行うと、右上または左下のセルに示すように、店舗増を行ったチェーンの利益が 15 億円に増えて、現状維持のチェーンは利益がゼロになる。両社が店舗増を行うと、右下のセルに示すように、両社は 5 億円の利益になる。各社の利得が自社の年間利益であることは、両社ともに利益の最大化が唯一の行動基準であることを表している[2]。

ゲーム・マトリクスを分析する

ゲーム・マトリクスの分析は、各プレーヤーの行動を予想することから始める。たとえば、図 1 でチェーン A の立場から考えると、相手の B が現状なら自分は店舗を増やした方が利益は上がる。また、仮に相手が店舗増を行っても、やはり自分は店舗を増やした方が利益は 5 億円改善する。いずれにしても A は「現状」より「店舗増」を選んだ方が利得が高い。するとチェーン A の意思決定者は、行動基準に従って「店舗増」を選択するはずである。実は、同じことが B の選択にも当てはまる。つまり、A の行動いかんに関わらず、B も店舗増を選ぶ方が利得が増える。すると両社が店舗を増やして過剰になり、ともに年間 5 億円の利益に下がってしまう。この結果は、両者が現状を維持してそれぞれ 10 億円を得る状況に比べて、どちらのチェーンにとっても不利益

[2] 利益額でなく、市場シェアや売上高が行動基準であるならば、その数値を利得としてマトリクスに表示する。複数の行動基準があって、たとえば売上と利益の両方が重要であれば、両者を適切なウエイトで加重して合算した数値を利得にする。

な結果である。

このゲームは「囚人のジレンマ」と呼ばれる非生産的な状況を表している。つまり、当事者がそれぞれ自分の利得を最大化しようとすると、その行動が互いの足を引っ張り、全体として両者がともに望まない結果になってしまう。囚人のジレンマはこのような出店競争のほか、価格競争、公共施設のコスト負担など、社会や集団の問題に広く見られる[3]。

ところが、出店競争のゲームが図 1 ではなく図 2 のようだったら、結果はどうなるだろうか。図 1 と図 2 の違いは、一方のチェーンだけが店舗増を行った場合の（右上または左下のセル）、店舗を増やした方のチェーンの利益である。図 1 では 15 億円だったものが、図 2 では 8 億円である。その他は何も変わらない。しかし図 2 の状況では、どちらのチェーンも店舗増を行わないだろう。なぜなら、現状の各社 10 億円の利益はどちらにとっても最善の状況になっているからだ。

図 2：出店競争のゲーム

		チェーン B 現状	チェーン B 店舗増
チェーン A	現状	10 ， 10	0 ， 8
チェーン A	店舗増	8 ， 0	5 ， 5

図 1 と図 2 を比べて分かるように、ゲームの利得の構造が変わると、予想される結果も変わってくる。図 1 では右下のセルで各社 5 億円が予想されたものが、図 2 では左上のセルで各社 10 億円の利益である。この違いを生むのは、5 億円あるいは 10 億円という数値ではなく、結果としては実現しない右上や左下のセルの数値の違いであった。図 1 では相手が現状を維持しても自分は店舗増を行う誘因があったが、図 2 ではそれがない。この比較検討から次のことが言える。何らかの方法で、店舗を増やすことの利得を下げることができればゲームの構造が変わり、非生産的な囚人のジレンマから抜け出せる可能性がある。

このように、ゲームの分析の目的は、状況を整理して結果を予想することのほか、異なるゲームを比較するなどして状況の問題点を発見し、事態を改善するための見通しを得ることである。

[3] 競争が社会的に意義ある結果を導くことも多いが、ここでは非生産的な例を考えている。

ゲーム・マトリクスから結果を予想する方法

ゲーム・マトリクスはここまでに見たような2×2の形式だけでなく、一般にN×M（N、Mは自然数）のマトリクスとして表現される。ゲームにおいて各プレーヤーがどの選択肢を選ぶかは、一見して明らかに予想できる場合もあるが、そうではない場合もある。以下にゲーム・マトリクスから結果を予想する方法を紹介する。

予想法１：支配戦略の探索

あるプレーヤーの選択肢のなかで、特定の選択肢を選ぶときに、相手プレーヤーがどの選択肢を取ったとしても、自分にとって他のどの選択肢よりも上回る利得をもたらす場合は、その有利な選択肢を支配戦略（または絶対優位の戦略）という。プレーヤーは支配戦略があればそれを選ぶであろう。たとえば図１のマトリクスで、チェーン店Ａにとって「店舗増」は「現状」より、相手の行動いかんに関わらず利得が高かった。したがってＡにとって「店舗増」は支配戦略である。実は同様にＢにとっても「店舗増」は支配戦略なので、結果は両社の支配戦略が交差する出店競争（右下のセル）になると予想される。

もし両方ではなく一方のプレーヤーだけに支配戦略がある場合はどうであろうか。支配戦略をもつプレーヤーはその選択肢を選ぶ。そして、それは相手も予想する。したがって相手のプレーヤーは、支配戦略が選択されたうえで自らに最善になる選択肢を選ぶであろう。つまり、一方のプレーヤーの支配戦略に該当する行または列の中で、もう一方のプレーヤーにとって利得が最大になるセルがゲームの結果になるであろう。

もしどちらのプレーヤーにも支配戦略がない場合は、さらに他の方法で予想する。

予想法２：被支配戦略の排除

あるプレーヤーの特定の選択肢が、相手プレーヤーがどの選択肢を取ったとしても、自分にとって他の特定の選択肢よりも下回る利得にしかならない場合は、その利得の低い選択肢を被支配戦略という。合理的なプレーヤーは被支配戦略を選択することはないはずである。たとえば図 3では、ＣとＤがプレーヤーAにとっての被支配戦略である。Ｃの利得は、相手のプレーヤーBがど

の選択をしてもＥより下回り、Ｄの利得は同様に常にＦを下回る。したがってプレーヤーA がとる選択は、ＥまたはＦに絞られる。（ただし、ＥとＦはどちらも支配戦略ではない。）プレーヤーに支配戦略があれば、そのプレーヤーの他の選択肢はすべて被支配戦略である。しかしこの例のように、支配戦略がなくても被支配戦略が存在していて、実質的に選択肢を絞り込めることがある。

図３：ゲーム・マトリクス例

プレイヤーB

プレイヤーA	G	H	J	K
C	３，６	３，２	５，４	５，８
D	６，２	４，６	２，８	２，４
E	６，６	４，２	８，３	６，４
F	８，４	５，８	４，２	４，６

図３から被支配戦略のＣとＤを除くと、より小さな 2×4 のマトリクスが残る。予想される結果はこの残されたマトリクスの中にあると考えられる。このようにして残されたマトリクスに、新たに支配戦略や被支配戦略が見つかることがある。図３で残されたＥとＦの行からなる 2×4 のマトリクスに限って見れば、プレーヤーB にとってＪはつねにＫの利得を下回る被支配戦略である。（実はＪはＧにも下回る。）したがって、さらにＪの縦列を予想の対象から外すことができる。支配戦略の探索と被支配戦略の排除は、どのような順番で行っても、繰り返して行っても構わない。そして、それらを繰り返して特定のセルが残れば、それが予想される結果である。しかし特定のセルに絞り切れないこともある。たとえば図３のマトリクスは、ＣとＤを除いてＪを除いても、なお図４のような 2×3 のマトリクスが残り、それ以上は支配戦略も被支配戦略もない。そのような場合は、次に述べるナッシュ均衡を探すことになる。

図４：　ゲーム・マトリクス例

プレイヤーB

プレイヤーA	G	H	K
E	６，６	４，２	６，４
F	８，４	５，８	４，６

予想法３：ナッシュ均衡の探索

ナッシュ均衡は John Nash により提唱された概念で、ゲームの結果を予想する手法として最も一般的なものである[4]。ナッシュ均衡とは、次の条件を満たすような各プレーヤーの選択肢の組み合わせである。「一人のプレーヤーの選択肢は、他のプレーヤーの選択がその組み合わせのとおりならば、その状況における最善の選択になっている。このような、他者の選択に対する最善の対応が、すべてのプレーヤーについて成り立っている組み合わせである。」ナッシュ均衡では、どのプレーヤーも自ら選択肢を変えて均衡から逸脱しようとはしないだろう。このような安定性がナッシュ均衡の特徴である。図４の例ではＦとＨの交点である中央下のセルがナッシュ均衡である。他のセルでは、少なくともどちらか一方のプレーヤーにとって、選択肢を変える誘因がある。

ナッシュ均衡になるセルは次のような性質を持っている。まず、そのセルはそれ自体を含む縦列の中で、左辺のプレーヤーにとって最大の利得を示している。また同時に、それ自体を含む横行の中で、上辺のプレーヤーにとって最大の利得を示している。両方の条件を満たしていれば、どちらのプレーヤーもそのセルから逸脱する誘因がないので、ナッシュ均衡なのである。ただしナッシュ均衡は複数存在することがある。したがって、予想に厳密を期すためには、特定のセルがナッシュ均衡であることを確認するだけでなく、すべてのセルについて確認する必要がある。それには次の網羅的な方法が便利である。

ナッシュ均衡の探索法は、まず各縦列の中で、左辺のプレーヤーにとって最大の利得をもつセルに印を付ける。これにより、各縦列に対する左辺のプレーヤーの最適反応がプロットされることになる。続いて各横列の中で、上辺のプレーヤーにとって最大の利得をもつセルに印を付ける。これは各横列に対する上辺のプレーヤーの最適反応である。このとき両者の印が重なるところがナッシュ均衡である。ナッシュ均衡は、相手の選択を所与とすれば、どちらのプレーヤーにとっても最適反応となっている。

図４の 2×3 のマトリクスにおけるナッシュ均衡（Ｆ とＨの交点）は、図３における 4×4 のマトリクスのナッシュ均衡でもある。支配戦略の探索や被支配戦略の排除を行わずに、初めから全

[4] ゼロサムゲームという種類のゲームでは、均衡概念としてミニマックス原理が用いられる。しかしミニマックス原理の予想は、ゼロサムゲームにおけるナッシュ均衡と同じものである。ナッシュ均衡は、ゼロサムと非ゼロサムいずれのゲームにも有効な予想であるが、ミニマックス原理は一般に非ゼロサムゲームでは有効な予想にならない。ビジネスの事例では、圧倒的に非ゼロサムゲームが多い。

体のマトリクスに対してナッシュ均衡の探索を行っても、簡略化したマトリクスに対してナッシュ均衡の探索を行っても同じ結果が得られる。ナッシュ均衡の性質から、支配戦略の探索や被支配戦略の排除を繰り返しても、それによりナッシュ均衡が取り除かれることはない。そして、支配戦略の探索や被支配戦略の排除で一つのセルだけが残る場合は、そのセルは必ずナッシュ均衡である。つまり予想法の 1～3 は、どのような順番で行っても構わない。

ナッシュ均衡となるセルが複数存在することもある。そのときはそれぞれのナッシュ均衡は安定的な性質をもっているが、複数のナッシュ均衡のうちどれが実現するかは確定できない。ゲームがプレーされる経緯や、プレーヤーの過去の経験等に基づく信念によって決まることになる。

ナッシュ均衡になるセルが見つからない場合もある。しかしそのような場合でも、プレーヤーが複数の選択肢を確率的に選択する「混合戦略」を広義の選択肢として認めれば、実はどのようなゲームにも必ず最低一つのナッシュ均衡が存在することが証明されている[5]。

ナッシュ均衡の数学的表現

（この節は、既に述べたナッシュ均衡の概念を数学的に表現するもので若干技術的である。新たな概念の説明ではないので、この節を飛ばしても本資料の解説に支障はない。）

たとえば二人のプレーヤー（ＩとⅡ）によるゲームでは、ナッシュ均衡は次の連立式を満たす選択肢の組み合わせ（a_1^*と a_2^*）として表される。

$$\begin{cases} \underset{a_1}{\mathrm{Max}}\ U_1(a_1\ ,\ a_2^*) \\ \underset{a_1}{\mathrm{Max}}\ U_2(a_1^*,\ a_2\ ) \end{cases}$$

ここで U_1 はプレーヤーＩの利得、U_2 はプレーヤーⅡの利得、a_1 はプレーヤーＩの選択、a_2 はプ

[5] 混合戦略を含むナッシュ均衡の例をあげる。たとえば「じゃんけん」におけるプレーヤーの最善の戦略は、かみ、いし、はさみを、それぞれ 1／3 の確率で選ぶことである。どれか一つの選択肢に固定すると、相手に手を読まれて不利になる。じゃんけんの例から想像できるように、ナッシュ均衡が混合戦略を含む場合は、ゲームの起こりうる結果は一通りではなく、確率的な組み合わせの積になる。

レーヤーⅡの選択を表す。U_1とU_2は、ともにa_1とa_2の関数である。つまり、それぞれのプレーヤーの利得は、自分と相手の選択の組み合わせによって決まる。これは、たとえばマトリクスの表現で、a_1とa_2を示す行と列が交差するセルの中にU_1とU_2が記されている状況に対応する。

連立式の一行目は、プレーヤーⅠが相手の選択a_2^*に対して自らの利得を最大化するような選択肢を選ぶことを示す。二行目は、プレーヤーⅡが相手の選択a_1^*に対して自らの利得を最大化するような選択肢を選ぶことを示す。つまり、一行目と二行目を同時に満たすようなa_1^*とa_2^*を求めれば、それがナッシュ均衡である。

上に述べた表現を、一般にＮ人のプレーヤー（1，2，．．．，n）によるゲームに拡張することができる。そのときナッシュ均衡は次の連立式を満たす選択肢の組み合わせ$(a_1^*, a_2^*, \ldots, a_n^*)$として表される。

$$\begin{cases} \underset{a_1}{\mathrm{Max}}\ U_1(a_1, a_2^*, a_3^* \ldots, a_{n-1}^*, a_n^*) \\ \underset{a_2}{\mathrm{Max}}\ U_2(a_1^*, a_2, a_3^* \ldots, a_{n-1}^*, a_n^*) \\ \vdots \\ \underset{a_n}{\mathrm{Max}}\ U_n(a_1^*, a_2^*, a_3^* \ldots, a_{n-1}^*, a_n) \end{cases}$$

ここでU_iはプレーヤーｉの利得、a_iはプレーヤーｉの選択を表す。U_iは、一連のプレーヤーの選択$a_1, a_2, \ldots, a_n$の関数である。ナッシュ均衡を計算で求めるには、各行の最大化問題を満たす条件を求め、その条件の連立方程式を解くことで$a_1^*, a_2^*, \ldots, a_n^*$が求められる。

選択の前後関係とゲーム・ツリー

ここまでゲームの時間的な要素は考えてこなかったが、ここで選択肢の前後関係について考えてみたい。その際のポイントは、選択肢に前後関係があるとゲームの結果が変わることである。たとえば図３のゲームで、もしプレーヤーＡが先に選択肢を決定し、プレーヤーＢはそれを知った後で自分の選択肢を決めるならば、どのような結果になるだろうか。まずプレーヤーＡの選択肢ごとにＢの選択を予想してみる。もしＡが選択肢Ｃをとったら、Ｃの横行の中では、プレーヤーＢはＫを選ぶと最大の利得８を得る。同様にもしＡがＤをとったら、ＢはＪをとることで最大の利

得をえる。プレーヤーA がE をとる場合はB はG を選び、プレーヤーA がF をとるならB はH を選ぶであろう。このように後続者のB の選択は、先行者のA から予想できる。つまり選択肢C をとることはセルC-K を導くことであり、選択肢D をとることはセルD-J を導き、選択肢E はセルE-G を、選択肢F はセルF-H を導くことになる。ならば、これら四つのセルを比べて、プレーヤーA にとっての利得が最大になるセルE-G が実現するように、A は選択肢E を選び、それを見てB は選択肢G を選ぶであろう。A の選択は、B の行動を予想できる限り、最終結果の選択をするのと同じことになる。

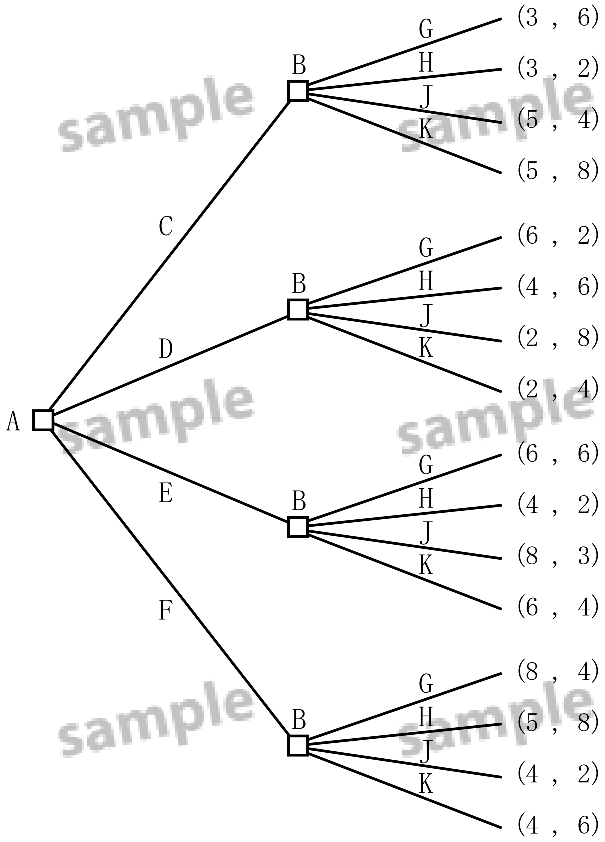
ここで注目すべきことは、前後関係のある場合の結果E-G は、前後関係を考慮に入れないナッシュ均衡のF-H と異なることである。A は選択肢F を選んでF-H を実現させることも可能だが、E を選択することでそれより 1 単位高い利得を実現することができる。この違いは、A が先に行動を起こすことでゲームを自分にとって有利な 1×4 のマトリクスに限定することに起因している。これはA の先行利益というべきもので、A の決定はあとから変更されないことが条件になる。もしA が決定を変更できるのであれば、B は後続でも選択肢H に固執することで、A が譲歩して選択肢F に変更する可能性がある。それ故、A の先行者としてのコミットメントが絶対ではなくなる。

マトリクス・ゲームにおけるナッシュ均衡は、プレーヤーが同時に意思決定をする場合、または決定に前後関係があってもプレーヤーがあとから決定を変更できる状況を想定している[6]。前後関係がある場合の結果は、同時決定のナッシュ均衡と同じこともあれば、違うこともある。また、どのプレーヤーが先行するかの順序次第で結果が異なることもある。

プレーヤーの行動に前後関係がある状況の分析には、ゲーム・ツリー（ゲームの樹形図）が便利である。先ほどの例の、たとえば図 3 に表されたのと同じ選択肢と利得で、プレーヤーA が先に選択肢を決定し、プレーヤーB はそれを知った後で選択肢を決める状況は、図 5 のゲーム・ツリーに表現される。

[6] プレーヤーの意思決定が物理的に同時ではなく前後関係があったとしても、どちらのプレーヤーも相手の決定を知らないまま自らの決定をするなら、戦略的には同時に決定しているのと同じことになる。つまりゲームの分析では、先行したプレーヤーの行動を後続のプレーヤーが知るときに限って前後関係の意味がある。

図 5：ゲーム・ツリー例



ゲーム・ツリーの表現はディシジョン・ツリーと同様に、左から右へ時間の流れに沿って意思決定を図示していく。四角はプレーヤーの意思決定ノード、そこからの分岐は選択肢を表わす。図 5 の左端の四角はプレーヤーA の意思決定ノードである。その右に縦に四つ並ぶ四角は、A のそれぞれの選択に対する、プレーヤーB の意思決定ノードである。図 5 を左から右へたどると、A の 4 つの選択肢に対してそれぞれ B の 4 つの選択肢があり、計 16 通りの結果がある。右端には、16 通りの結果に対するプレーヤーA と B の利得が、カッコ内の左と右にそれぞれ示されている。

ゲーム・ツリーにおける結果の予想

ゲーム・ツリーから結果を予想する方法は、各ノードでプレーヤーがどの選択肢を選ぶかを予想することである。それにはディシジョン・ツリーの場合と同様に、逆向き推論（backward induction）を用いる。つまり時間の流れと逆に、右から左へと最適な選択肢を見つけて行くのである。図 5 を例にとると、まず右上のプレーヤーB のノードについて考える。ここは、仮に A が

選択肢Ｃを選択した場合に、Ｂがどの選択肢を選ぶかの意思決定である。分岐する四つの結果のＢにとっての利得を比較して、ＢはＫを選ぶことが予想される。同様に上から二番目のＢのノードは、プレーヤーＡが選択肢Ｄを選んだ場合で、ここではＢはＪを選ぶのが最適である。同じく三番目のノードではＢはＧを選び、四番目のノードではＢはＨを選ぶと予想される。

これら四つのノードでのＢの最適な選択肢をふまえて、一つ左にさかのぼったＡのノードが分析できる。ここでＡが選択肢Ｃを選ぶと、次のＢのノードでＫが選択されることが予想される。その場合のＡの利得は５である。ＡがＤを選ぶと、その先のノードでＪが選ばれ、Ａの利得は２である。同様にＡがＥを選ぶと、その先はＧで、Ａの利得は６。ＡがＦを選ぶと、その先はＨで、Ａの利得は５である。したがって、左端のノードでＡは選択肢Ｅを選ぶであろう。この逆向き推論で求められるような、ゲーム・ツリーの各ノードにおける最適な選択の集合を、サブゲーム完全ナッシュ均衡という。図５の例では、５つのノードにおける最適な選択肢の集合体がサブゲーム完全ナッシュ均衡である。その中で、左端のノードにおける選択肢Ｅと、右の上から三番目のノードにおける選択肢Ｇが、実際にプレーされると予想される経路である。

ゲーム・ツリーで表現できるような、不確実性や同時決定がなく、先行プレーヤーの行動が後続プレーヤーにわかる順次選択のゲームには、必ずサブゲーム完全ナッシュ均衡が存在する[7]。そして、各ノードで意思決定を行うプレーヤーにとって複数の選択肢の利得がちょうど最高値で並ぶことがなければ、逆向き推論によって必ず一つのサブゲーム完全ナッシュ均衡と均衡経路を予想できる。

ゲームのその他の表現方法

ゲームの表現はマトリクスやツリーによらなくても、文章や数式を用いて行うことができる。ただしどのような表現を用いるにしても、ゲームの構成要素である、プレーヤー、プレーヤー毎の選択肢、プレーヤーの意思決定の順序、意思決定の組み合わせに対する各プレーヤーの利得などが明示されなければならない。これらゲームの構成要素を、ゲームのルールとも言う。

[7] 不確実性や同時決定をゲーム・ツリーで表現することは可能である。それは情報集合（information set）という概念を用いる方法である。詳しい説明は、たとえばロバート・ギボンズ著「経済学のためのゲーム理論入門」（創文社）の2.4節を参照されたい。

ゲーム理論とディシジョン・ツリーの使い分け

ゲーム理論とディシジョン・ツリーにはそれぞれの長所があるが、それらを生かして使い分けるために次の点が参考になるだろう。個人の単独意思決定の分析にはディシジョン・ツリーが適切である。二人以上の意思決定を扱う場合でも、それぞれの関連が少なくほぼ独立した意思決定であれば、別個に複数のディシジョン・ツリーを作れば良い。逆に、複数者の意思決定が相互に関連している場合はゲーム理論が適切である。そのようなケースにディシジョン・ツリーを用いると、一人に焦点をあてた細かい分析は可能だが、焦点を当てた者以外の意思決定は「外的事象」になる。対象者以外の選択は、確率的に表現することは可能だが、主体的な選択として分析できない[8]。

すべてのゲームが、複数のプレーヤーの行動を一貫して説明するナッシュ均衡またはサブゲーム完全ナッシュ均衡をもつことは、戦略的状況を分析する手法としての優れた特徴である。しかし、現実の状況をゲームに表現してナッシュ均衡を求めても、実際に当事者はナッシュ均衡のように行動しないことがある。その理由は、不正確なゲームに表現したことによる場合が多い。しかし現実の当事者が、どのように選択肢から結果への関連を考えているか、そして相手プレーヤーの予想や利得を正確に推測できないこともある。また、当事者はナッシュ均衡を探すような思考をしないこともある。実は、とくに計算しなくても、似たようなゲームが繰り返しプレーされる状況では、試行錯誤により合理的なナッシュ均衡に収斂する傾向がある。それでも、当事者の合理性や情報の正確さに不安がある場合は、ゲーム理論の予想が誤差をもつ可能性があるので、ディシジョン・ツリーで他者の行動を確率的に扱って分析しても良いだろう。

ゲーム理論とディシジョン・ツリーには分析の視点の粗さにも違いがある。ディシジョン・ツリーが個々の意思決定問題を詳しく記述する､いわば視点の細かい分析に適しているのに対して、ゲーム理論は集団内の関係をわかりやすく表現するのに適している。そして、多少大胆な単純化になっても、大局的な把握や操作にすぐれている。大雑把な言い方をすると、ゲーム理論はディシジョン・ツリーより大きな視点で分析するのに適している。したがって戦略的な相互依存の状況では、大局をゲーム理論で把握し、個々の詳細な計画についてはディシジョン・ツリーを併用するという使い分けも可能である。

[8] 正確には、他者の意思決定を確率的に表現したとしても、その他者を主体にしたディシジョン・ツリーを作って分析すれば、確率的でない何らかの最適行動が導かれるはずで、確率的な表現との誤差が発生することになる。

慶應義塾大学ビジネス・スクール

Ⓕ　2008 年 2 月・RP150