慶應義塾大学ビジネス・スクール

EXCELによる

MBAのための経営科学[1]

目　次

[1] 本教材は1998年慶應義塾大学経営管理研究科教授柳原一夫が作成した同名の教材を全面的に改定したものである。(2002年7月改定)

はじめに

コンピュータが企業で使われはじめて30数年がたちますが、この間に情報技術の進歩はすさまじく、今では高性能のパソコンが低価格で入手できるようになりました。

私どもの慶応義塾大学ビジネススクール（KBS）でもコンピュータが経営管理に与える影響の重要性を認識し、コンピュータ授業を早くから行ってきました。最初は米国のクリーブランドと通信回線で結んだTSSの端末を使って、BASICやFORTRANといったプログラム言語を使ってコンピュータを利用しました。この時代はプログラムの入力やデータ入力に紙テープが使われていました。今と違ってコンピュータを利用するのも大変な時代でした。

やがて8ビットのパソコンが登場し、性能の向上とともに当校でもパソコンによる授業が行われるようになりました。価格の低下とともにパソコンの台数も増やしていきましたが、パソコンを利用するためには、BASICのようなプログラム言語を使いこなさなければなりませんでした。それでも財務の授業で現在価値や、IRRを計算する場合、電卓よりははるかに早くかつ正確に計算できました。計算の面倒な財務の授業やマネジメント・エコノミーのレポート作成でパソコンは大いに時間短縮に貢献しました。

やがて表計算ソフトが出現します。当初は非常に機能が制限されていましたが、次第に高機能、低価格のものが開発され利用しやすくなりました。

当時からKBSでは経営管理者にとってコンピュータは問題解決のツールであって、経営者を志すものであれば、誰でも利用できることが重要であると考えていました。そこでいち早くプログラミング言語の利用を止め、表計算ソフトに切り替えることにしました。今でいうエンド・ユーザ・コンピューティング（EUC）の経営管理における重要性を早くから認識していました。経営問題を解決するためにはあくまで意思決定者自らが問題を構造化することがきわめて重要であり、理論家やコンピュータ専門家ではなく意思決定者が問題解決を行うのがベストであると認識していました。

表計算ソフトが発表されるたびにソフトの導入を検討しました。これまでに授業で利用してきた表計算ソフトはマルチプラン、FMカルク、VPプランナー、ロータス123、そしてEXCELなどがあります。

本教材は古くからKBSで行われてきたコンピュータ教育の過程で蓄積された知識やアイデアを盛り込んでいます。パソコンによるシミュレーションは数学の苦手な人にも容易に受け入れられ、またシミュレーションの結果はその気軽さと可視的なグラフ表現ができることなどから、経営管理者の直感を呼び覚まし、優れた意思決定を引き出す有力な手段であると思います。難しい数学を知らなくてもパソコンによるシミュレーションは論理的、科学的な意思決定を支える強力なツールであることを認識いただけると思います。

EXCEL 基礎問題

問題 1：　損益分岐点の計算

以下の表に示される条件で製品 A, B, C の損益分岐点（BEP）を計算して下さい。ただし、損益分岐点は以下のように計算されます。

損益分岐点（数量ベース）＝ 固定費 ／（価格－変動費）

損益分岐点（売上ベース）＝ 損益分岐点（数量ベース）× 価格

製品名	売上（千円）	価格（千円）	変動費（千円）	固定費（千円）	損益分岐点 数量ベース	損益分岐点 売上ベース	損益分岐点 対売上%
AAA	60,245	10.0	7.8	12,000			
BBB	2,988	8.2	4.7	785			
CCC	3,524	89.1	76.1	464			

解答例

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
2		損益分岐点の計算							
3						損益分岐点			
4	製品名	売上	価格	変動費	固定費	数量ベース	売上ベース	対売上比率（%）	
5	A	60,245.0	10.0	7.8	12,000.0	5,454.55	54,545.45	90.5%	
6	B	2,988.0	8.2	4.7	785.0	224.29	1,839.14	61.6%	
7	C	3,524.0	89.1	76.1	464.0	35.69	3,180.18	90.2%	
8									

問題 2： 九九表の作成

九九を覚えはじめの子どものために以下のような九九表を作ることにしました。EXCEL で表を完成して下さい。

	1	2	3	………… ·
1	1	2	3	… ·
2	2	4	6	… ·
3	3	6	9	… ·
4	4	8	12	… ·

解答例

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2	九九表										
3		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
4	1	1	← =C$3*$B4			5	6	7	8	9	
5	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
6	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
7	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
8	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
9	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
10	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
11	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
12	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	
13											
14	セルC4を全範囲（C4:K9）にコピーします										

問題 3：　ABC 分析

10 種類の製品の売上が以下のように示されます。このとき ABC 分析のためのグラフを次の要領で作成して下さい。

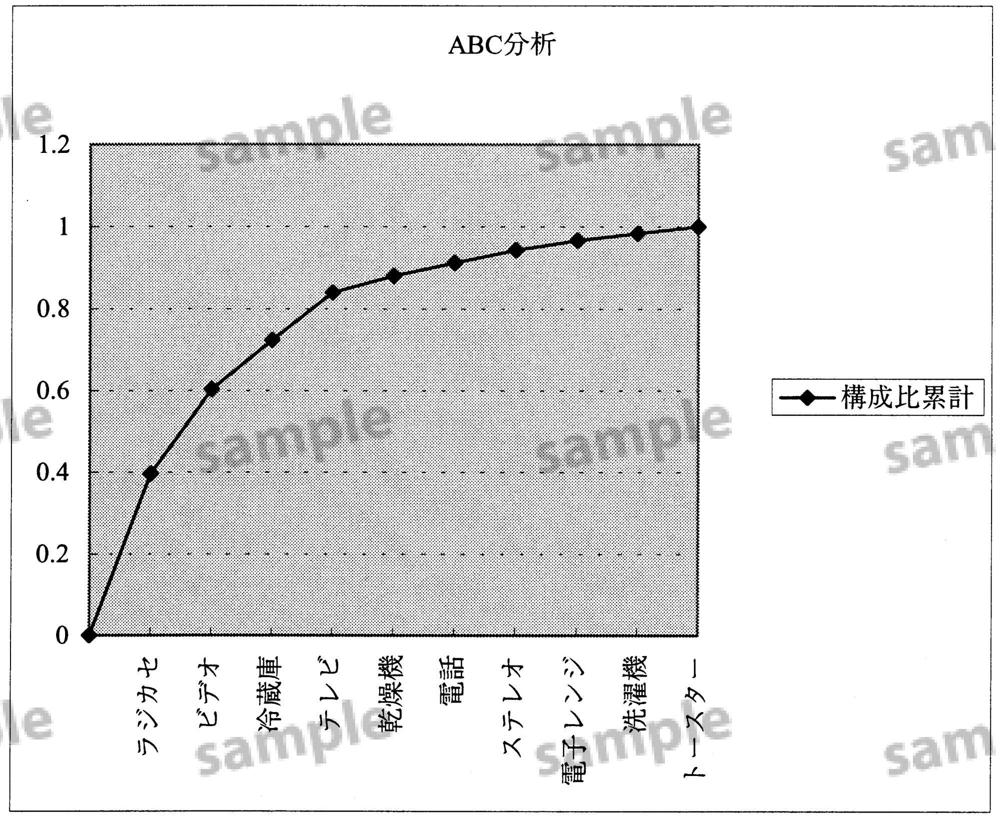
番号	製　品	販売数量	単　価	売　上	構成比	構成比累計
1	冷蔵庫	453	82,000			
2	洗濯機	168	32,000			
3	電子レンジ	210	35,000			
4	トースター	1,218	4,000			
5	テレビ	412	87,000			
6	電話	500	20,000			
7	ステレオ	125	76,000			
8	乾燥機	224	55,000			
9	ビデオ	710	89,900			
10	ラジカセ	3,820	32,000			

1. 販売数量と単価から売上を計算する。
2. 売上をキーに降順（大きい順）でソートする。
3. 売上の合計を求め、製品別に売上に対する比率（売上構成比）を計算する。
4. 売上構成比を大きい順に（つまり上から順に）累計する。この累計値は上位製品からの累積売上構成比を表す。
5. 累積売上構成比を縦軸にとりグラフで示す。

解答例

	B	C	D	E	F	G	H	I
2		ABC分析						
3								
4	番号	製　品	販売数量	単価	売　上	構成比	構成比累計	
5							0	
6	10	ラジカセ	3,820	32,000	122,240,000	0.396	0.396	
7	9	ビデオ	710	89,900	63,829,000	0.207	0.603	
8	1	冷蔵庫	453	82,000	37,146,000	0.120	0.724	
9	5	テレビ	412	87,000	35,844,000	0.116	0.840	
10	8	乾燥機	224	55,000	12,320,000	0.040	0.880	
11	6	電話	500	20,000	10,000,000	0.032	0.912	
12	7	ステレオ	125	76,000	9,500,000	0.031	0.943	
13	3	電子レンジ	210	35,000	7,350,000	0.024	0.967	
14	2	洗濯機	168	32,000	5,376,000	0.017	0.984	
15	4	トースター	1,218	4,000	4,872,000	0.016	1.000	
16					308,477,000			

そしてグラフは以下のようになります。



問題 4：　給与計算

S 社の給料は本人給と職能給からなっており、このうち職能給は次の表に示されるように 1 号級から 10 号級までの号級に従って支給されるものとします。

職能テーブル

職能給テーブル	
号　級	職能給
1	300,480
2	270,520
3	245,020
4	221,780
5	216,200
6	204,810
7	192,450
8	183,050
9	173,240
10	162,000

この時以下のテーブルを完成しなさい。

番号	氏　名	号級	職能給
1	井上美香	10	
2	山田太郎	8	
3	井上悦郎	4	
4	太田祐司	2	
5	中山浩二	6	

ヒント：関数 VLOOKUP を利用すること。メニューバーの「挿入」から関数を選んで、さらに VLOOKUP 関数を選択して下さい。関数ウィザードとヘルプを参照しながら VLOOKUP の使い方をマスターして下さい。

解答例

	B	C	D	E	F	G	H	I
2	番号	氏　名	号級	職能給				
3	1	井上美香	10	162,000	← =VLOOKUP（D3,$G$7:$H$16,2,FALSE）			
4	2	山田太郎	8	183,050				
5	3	井上悦郎	4	221,780		職能給テーブル		
6	4	太田祐司	2	270,520		号　級	職能給	
7	5	中山浩二	6	204,810		1	300,480	
8						2	270,520	
9						3	245,020	
10						4	221,780	
11						5	216,200	
12						6	204,810	
13						7	192,450	
14						8	183,050	
15						9	173,240	
16						10	162,000	
17								

問題 5： 現在価値

A 氏は 100 万円を所有しています。はじめに 100 万円を投資すると翌年から 5 年間にわたって、初年度 20 万円、2 年度 30 万円、3 年度 40 万円、4 年度 20 万円、そして 5 年度 15 万円の利益（正味キャッシュフロー）をもたらす投資案があるとき、A 氏はこの投資案に投資すべきか否かを考えて下さい。A 氏は余剰の資金があれば、いくらでも年率 10%の複利で資金運用できるものとします。

ヒント：NPV 関数を利用すると便利です。

解　説：資金を 10%で運用できる人に取って、現在の 100 円は 1 年後の 110 円に等しい価値を持つと考えます。同様に現在の 100 円は 2 年後の 121 円に（=100*1.1*1.1）、そして 3 年後なら 133 円（=100*1.1*1.1*1.1）に等しいわけです。

逆に 1 年後の 100 円は現在の価値でいくらになるでしょうか。それは 100/1.1≒90.9 円です。では 2 年後の 100 円は現在の価値でいくらでしょうか。それは 100/（1.1*1.1）≒82.6 円になります。

それならば毎年末に 3 年間にわたって、100 円づつ予定されている入金（キャッシュフロー）がある時、その合計金額は現時点の価値に換算して幾らに相当するかを考えて下さい。その値は 248.7 となります。

問題の 5 年間にわたるキャッシュフローの現在価値を合計した金額が初期の投資額と比べて多いか少ないかで有利な投資かそうでないかが判断できます。

解答例

	B	C	D	E	F	G	H
2				現在価値の計算			
3							
4				投資金額	100		
5					20		
6					30		
7					40		
8					20		
9					15		
10				現在価値	¥ 96	← =NPV（0.1,F5:F9）	
11				正味現在価値	¥−4	← =F10-F4	
12							

正味現在価値がマイナスですから、この投資案は A 氏にとっては不利な投資案となります。

問題6： 投資利益率（IRR）の計算

上の問題で投資の利益率は幾らでしょうか。ただし、利益率は以下の数式の変数 r によって与えられます。

100＝20/(1+r)＋30/(1+r)^2＋40/(1+r)^3＋20/(1+r)^4＋15/(1+r)^5

ただし、＾の記号はべき乗を表します。

ヒント：IRR 関数を利用します。形式は IRR（範囲、初期値）です。投資はキャッシュフローアウトですからマイナスをつけます。まず投資が行われ、それから投資の効果としてキャッシュフローインが起きるのでるので最初に投資額を書き込みます。従って、範囲は投資から始まるキャッシュフローを年順に入力したセル範囲を指定します。初期値は IRR 関数が解を計算するための初期値として使われます。初期値が適切であると早く解に収れんします。この場合、初期値として例えば 0.1 を使って下さい。

解答例

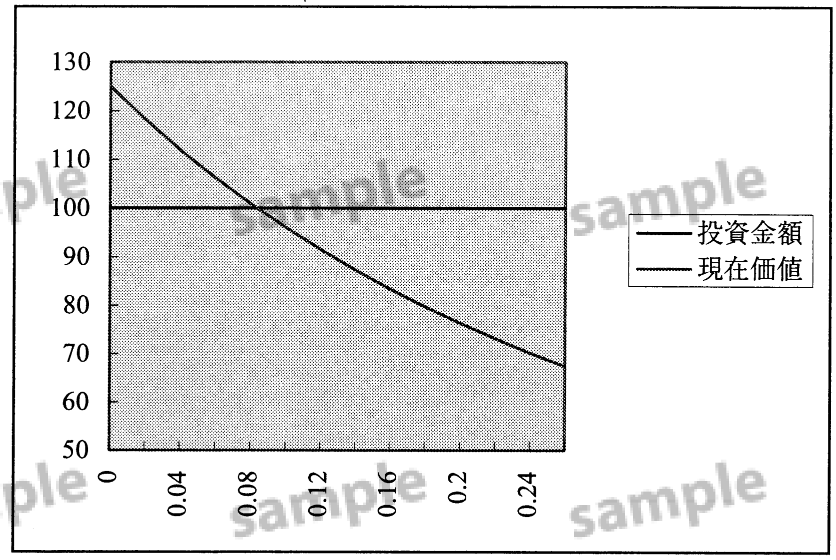
	B	C	D	E	F
2			IRRの計算		
3		投資金額	-100		
4		1年	20		
5		2年	30		
6		3年	40		
7		4年	20		
8		5年	15		
9		IRR＝	8.4%	←＝IRR（D3:D8,0.1）	

A 氏は 10%で資金運用できるので、IRR が 8.4%（つまり 10%より小さい）この投資案に投資するのは損である事が分かります。現在価値で判断しても、IRR で判断してもこのように同じ結論に到達します。

ところで、IRR はどんな計算結果を求めているのでしょうか。

今、f＝20/(1+r)＋30/(1+r)^2＋40/(1+r)^3＋20/(1+r)^4＋15/(1+r)^5 とおくと

r の値をいろいろ変えると f の値が変化します。以下のグラフはいろいろな r に対する f の値を求めたものです。この曲線が 100 の線と交わる r の点を求めようとしているわけです。この計算を始めるために、計算機は初期値が必要だったのです。


130
120
110
100
90
80
70
60
50
0
0.04
0.08
0.12
0.16
0.2
0.24
投資金額
現在価値

問題 7： 便利な関数

いくつかの便利な関数を使ってみましょう。

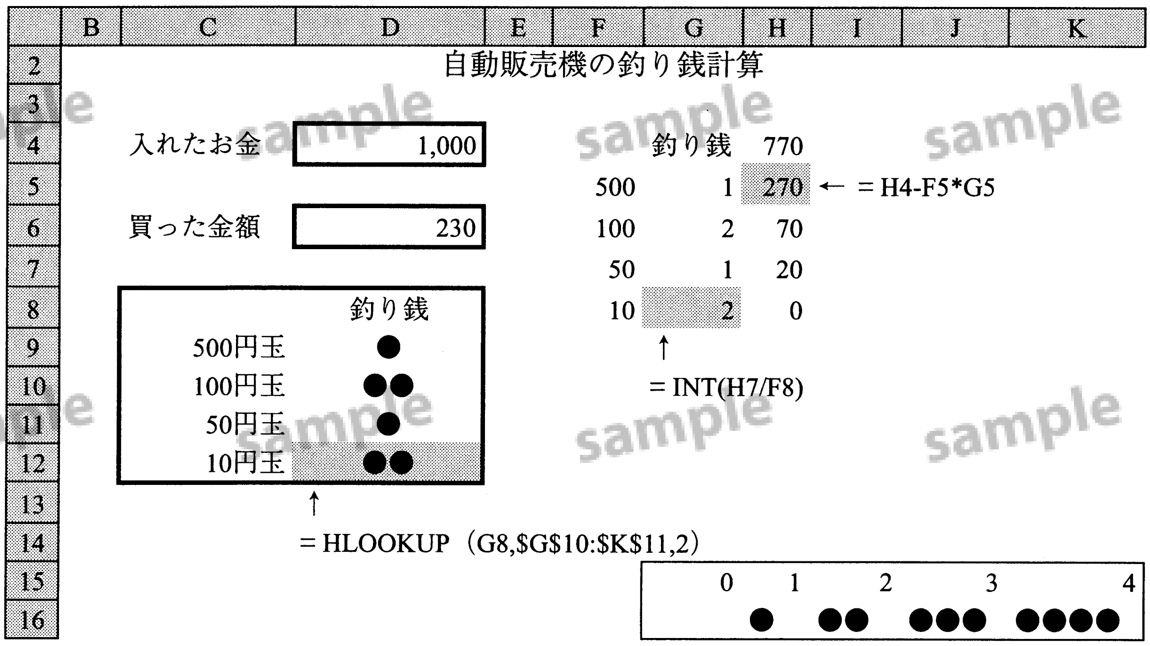
	B	C	D	E	F	G	H	I
2								
3				便利な関数				
4								
5	1	0.037461		最大値	0.99568	←= MAX（C3:C12）		
6	2	0.116824		最小値	0.037461	←= MIN（C3:C12）		
7	3	0.539448						
8	4	0.130514		大きい順位				
9	5	0.988498		1	0.99568	←= LARGE（$C$3:$C$12,E7）		
10	6	0.249845		2	0.988498			
11	7	0.940558		3	0.940558			
12	8	0.43595		4	0.673942			
13	9	0.673942						
14	10	0.99568	←= RAND（）					

問題 8： 自動販売機の釣り銭計算

缶ジュースや缶ビールを販売する自動販売機の釣り銭をできるだけ少ない数のコインで行うようなプログラムを作りたい。千円以内のお金の入れて、それ以下の価格の商品を購入する（ただし、端数は 10 円単位とします）場合を想定し、釣り銭を計算して表示するようにしてみましょう。ただし、1,000 円入れて、230 円の商品を購入した場合、釣り銭は 770 円になりますが、これを以下の例のようにコインの数で示します。コインの形を●で示すことにしましょう。

500 円玉 ●
100 円玉 ●●
50 円玉 ●
10 円玉 ●●

解答例



モンテカルロ・シミュレーション

確率事象を扱うシミュレーションをモンテカルロ・シミュレーションといいます。この名前は国営賭博場として有名なモナコの地名モンテカルロに由来しています。まず、基本的な用語について説明します。

確率

コインをトスすると裏表のでる割合は半半です。ですから、これからコインをトスする場合を想定すると、裏が出るか表が出るかは確率がそれぞれ 50%になります。サイコロの 1 の目が出る確率は 1/6 で、これは他の目の数についても同様です。つまり、サイコロの目の出る確率はどの目についても一様に 1/6 ということになります。コインの裏表の出る確率、あるいはサイコロのそれぞれの目が出る確率を全て合計すると 1 になります。このように確率は将来発生する事象の可能性について全体を 1 としたときの割合で示しています。

2 個のサイコロを振って二つとも 1 の目が出る確率は 1/36 です。また、ゾロ目が出る確率は 1/6 となります。

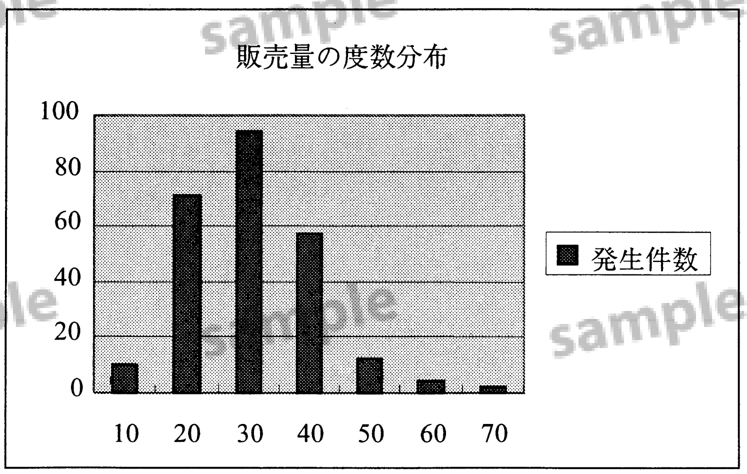
分布

標本を特定の属性に注目して幾つかの区分に分け、標本の各データを区分ごとに集計したものを分布と呼びます。たとえば、日本の総人口を年齢別に区分して集計したものは年齢別の人口分布となります。

過去の売上げを記録したデータに基づき、1 件あたりの販売数量が大きいものから小さいものまで幾つかの区分に分けて、それぞれの区分にどれだけの販売件数があったかを集計したものも分布です。人口も販売件数も一つ一つ数えられるので、度数分布と呼ばれます。以下に示されるのはあるガソリンスタンドにおける 1 週間のガソリン販売記録の一部です。

表 1　販売記録

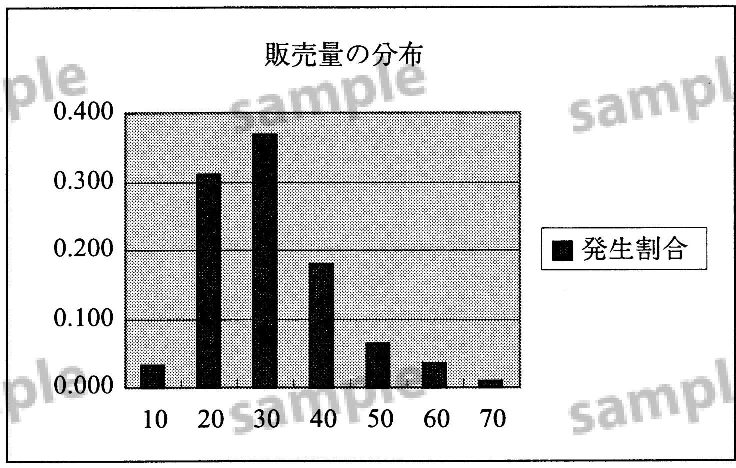
番号	販売量
1	10.8
2	8.3
3	17.0
4	20.4
5	16.0
6	25.6
7	23.0
8	25.2
9	17.3
10	12.7



顧客の車 1 台ごとに販売したガソリンの量が記録されています。この週は 250 件の販売があったものとします。販売量といえば車 1 台に販売したガソリンの量を指します。

販売記録の右に示されるグラフはこのデータに基づいて作成された販売量別の度数分布です。グラフの目盛りは 10 リットル単位に分けられており、10 の目盛りの所には 1 件の販売量が 0 から 10 リットルまでの販売件数をすべて数えてその値を表示してあります。20 の目盛りの所には 10 から 20 リットルの販売件数が、そして以下同様のやり方でそれぞれの区分ごとに販売件数が示されています。従って棒グラフの高さは各区分ごとに集計された販売件数を示しています。棒グラフの件数を全て合計すれば 250 となります。

それぞれの区分に表示された件数を総件数 250 で割り算すると、下図のように各区分ごとの棒グラフの高さは件数に代わって割合（全体の件数に対する）で表示することができます。割合で表現した分布は 1 週間の販売件数が 250 件でなくても販売期間が 1 週間でなくて、1 ヶ月、あるいは 1 年間でも同様に表現できますから規格化された分布になります。



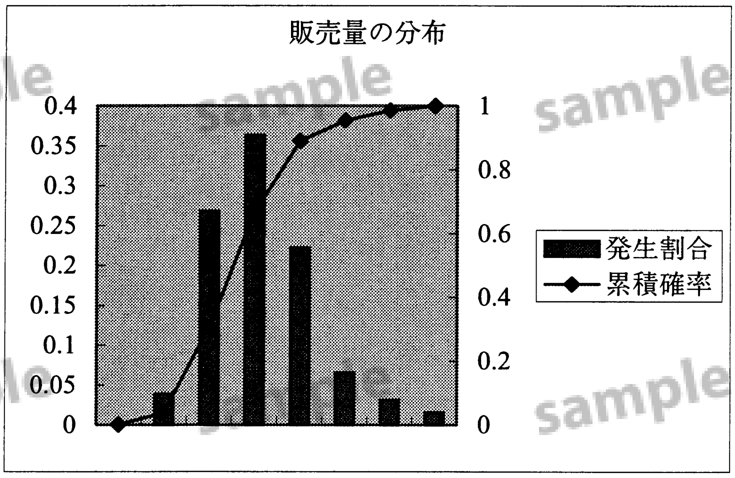
過去に起きた販売量が同じ割合で将来も発生すると仮定した場合、過去の発生割合はそのまま将来の発生確率となります。この場合上の分布はそのまま販売量に関する確率分布（確率が付与された分布）となります。確率分布はモンテカルロ・シミュレーションで重要な役割をします。

ところで、ガソリンスタンドの販売量は 10 リットル単位で売られるわけではありません。例にもあるように、1 リットル以下でも販売されます。このように実際の販売量にあわせて連続量で（10 リットルや 1 リットル単位－このようなものを離散型といいます）確率分布をあらわすにはどうしたら良いでしょうか。数学的には離散型の分布の区分幅をどんどん小さくして、最終的に無限小まで小さくしたときの分布を指しますが、その時の縦軸（Y 軸）の単位は確率密度と呼ばれます。将来の発生確率は横軸（X 軸）上に垂直な 2 本の直線（X_1, X_2 と確率密度分布によって挟まれる面積によって示されます。連続型の確率分布の場合、発生する X をこのように範囲で指定しない限り確率を特定できません。

X_1 と X_2 でかこまれたこの面積は X_1 以上 X_2 未満の範囲で X が発生する確率を表しています。当然ですが確率密度分布と X 軸とで囲まれる範囲の面積を全て合計すると必ず 1 になります。

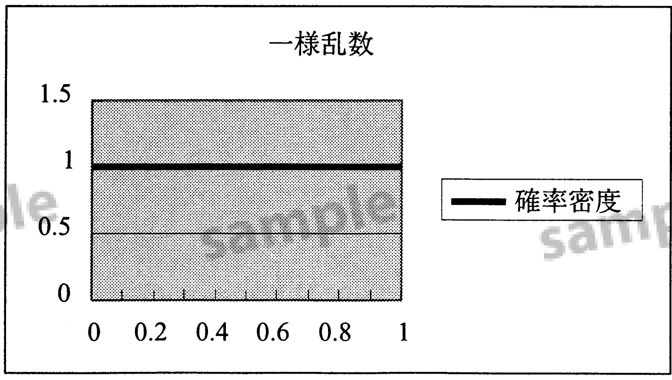
ただし、確率密度の概念が理解できなくてもかまいません。以下に示されるように累積確率分布で考える方がもっと容易に理解できます。

これまでの例でいえば累積確率分布は X よりも小さい（1 件あたり）販売量が発生する全ての確率を合計した値です。下図に示されるグラフは上の販売量の分布と同じものが示されていますが、これは離散型の分布です。これから離散型の累積確率分布を求めることは容易ですが、それを棒グラフではなく折れ線グラフにしたものが下図に示されています。この折れ線グラフは X 軸の目盛りの中間を読み取ることができますから、これによって離散型の分布を連続型の分布に変換できたことになります。モンテカルロ・シミュレーションではこの累積確率分布が主に使われます。しかし連続型の確率分布はエクセルで関数が用意されている場合にかぎられます。そうでない場合は離散型の分布を近似的に利用するのが普通です。



一様乱数

RAND 関数を使うと、0 以上 1 未満の一様乱数を簡単に作ることができます。すなわち、RAND 関数は下図のように 0 以上 1 未満の実数を同じ確率で、しかもランダムに発生します。ランダムということは発生する数に規則性がないということです。



図から分かるように、RAND 関数では 0 以上 0.5 未満の値が発生する確率は 50%となります。また、1 未満の値が発生する確率は 1 となります。

平均値、分散、標準偏差

n 個のデータ X_i（ただし、i=1～n）があったとき、その平均は次式によって計算されます。ただし、Σは合計を表す記号です。

平均 m：$m=1/n*(\Sigma X_i)$ ただし、i=1～n

エクセルでは ABERAGE 関数で平均を計算できます。

分散は平均値からのばらつき具合を現すために考えられた値で、次式によって計算されます。

分散：$V=1/(n-1)*(\Sigma(X_i-m)\hat{}2)$

この値が大きければ全体的に平均からのばらつきが大きいことを意味します。

分散はエクセルの VAR 関数で計算できます。

標準偏差：$\sigma=V\hat{}(1/2)$、すなわち、分散の平方根を計算すれば求められます。標準偏差は平均値や元のデータと同じ次元のデータとなりますから、平均値±2σといった表現が意味を持つことになります。

標準偏差はエクセルの STDEV で計算できます。

さて、いよいよモンテカルロ・シミュレーションについて説明します。まず、次の例題を見て下さい。

例題 1：

コインを投げて裏、表を表示する電子コインをつくりましょう。

裏、表の出る確率が 50%づつになるようにします。エクセルの RAND 関数を使って、一様乱数を発生しこれを利用することを考えます。

一様乱数はゼロ以上 1 未満の値を一つ発生します。この関数は引数が不要なので括弧の中に何も書かずに単にセルに=RAND（）とすればよいわけです。この関数を幾つかコピーするとその数だけ乱数がつくられますが、発生する値はすべて異なっています。しかしどの値も発生する確率は同じになるようにつくられておりますので、一様乱数と呼ばれます。一様乱数を一つつくってこの値が 0.5 未満の確率と 0.5 以上の確率は同じで 2 分の 1 になります。これを利用して電子

コインをつくります。

解答例

電子コイン
裏　← =IF(RAND()<0.5,"表","裏")
再計算 f・9 でトスのし直し

関数の入力と同時に、コインのトスが行われ裏か表と表示されます。

もう一度コインをトスしたい場合はどうすれば良いでしょうか。それには再計算の機能をつかいます。再計算によって新しい乱数が発生するからです。f9 で再計算が行われます。

例題 2：

一から 6 の目が均等の確率で出る電子サイコロをつくって下さい。

コインの裏表は確率二分の一づつですから簡単ですが、1 から 6 ともなると少し工夫がひつようになります。しかし原理的にはやはり一様乱数を発生する RAND 関数を使います。

例えば、if 関数を使うとどうなるかといえば、セル B12 に一様乱数を作ってこれを IF 関数でチェックします。

0.856034 ← = RAND()
電子サイコロ
6
↑
=IF(B12<0.1666,1,IF(B12<0.33333,2,IF(B12<0.5,3,IF(B12<0.66666,4,IF(B12<0.8333,5,6)))))

しかしこれでは IF 関数が長くて、間違いやすいし、面倒です。もっと他に良い方法はないものでしょうか。このような場合は INT 関数を使うと便利です。INT 関数は小数点以下を切り捨てる関数（厳密にはその数を超えない最大の整数をつくる関数）です。これを使えば簡単に電子サイコロが作れます。

解答例

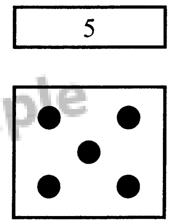
電子サイコロ
4 ← = INT(RAND()*6+1)
再計算 f・9 でふり直し

解　説：RAND 関数を 6 倍しますと、それはゼロから 6 未満の範囲の値になります。これに 1 を加えた値は従って、1 以上 7 未満となります。この値の小数点以下を切り捨てする

と 1 から 6 の整数になります。

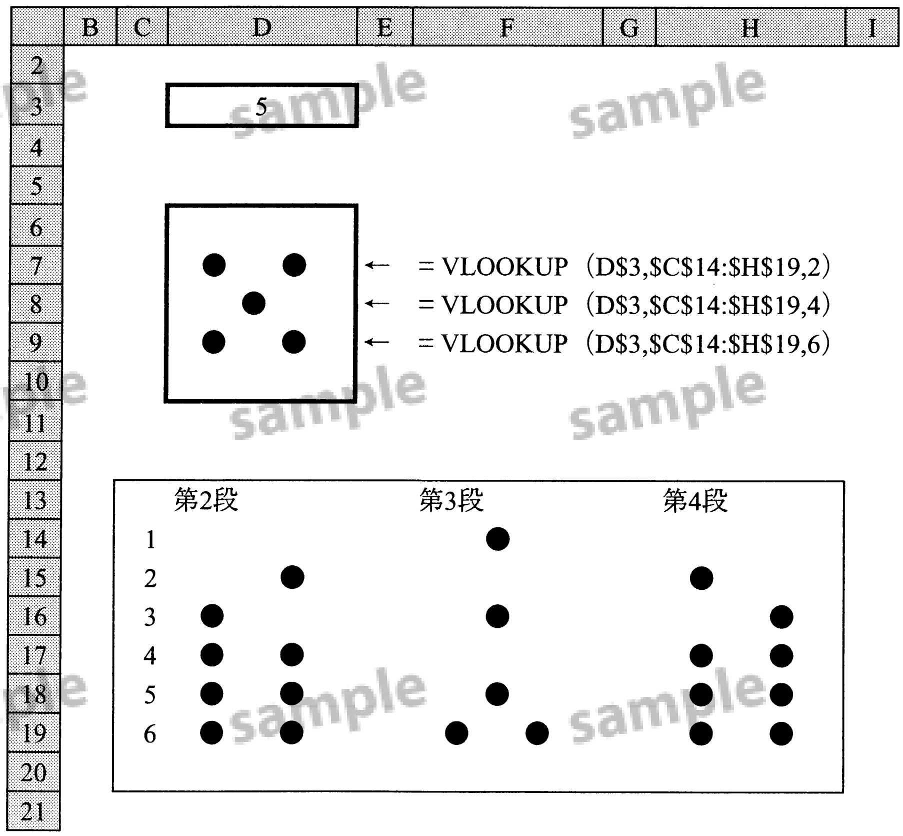
例題 3：

電子サイコロの目が数字で表示されるのでは面白さに欠けます。サイコロの顔を作ってみましょう。電子サイコロを振って、以下のような表示にしてください。再計算によってサイコロの顔が変わるのは楽しいものです。



ヒント：予め作っておいた図柄を呼込んで表示するには VLOOKUP 関数が便利です。さらに、サイコロの顔は幾つかの部分に分けて見ると共通点が見出せます。例えば、6 と 5 と 4 は中間の模様が違うだけで上と下は 4 と同じです。このように共通点を利用するとプログラムの作成も簡単になります。

解答例



例題 4：　任意の分布に従う擬似乱数の発生

ある住宅会社が自社の展示場で契約される住宅販売の統計を取ったところ、日曜日の成約が圧倒的に多いことが分かりました。その内訳は一年 52 週あるとして、一日 1 軒の成約があった日が 10 日、2 軒あった日が 15 日、3 軒あった日が 8 日、4 軒あった日が 3 日、5 軒以上あった日はありませんでした。この会社の日曜日の成約件数が今後も同じ分布に従うものとして、この分布に従う擬似成約件数を 10 個作って下さい。だたし、需要の発生に規則性はないものとします。

ヒント：この問題では成約がゼロの日は 16 日あります。これは 52 周のうちの 30.7%にあたります。そこで一様乱数を一つ作って、この値が 0 と 0.307 の間にあれば、成約ゼロの日だとします。これによって成約ゼロの日は確率的に 30.7%発生することになります。次に成約 1 軒の日は一様乱数が 0.307 以上 0.5 未満のときに起きるとすると、丁度 19.2%の確率で発生することになります。以下同様に 0.5 以上 0.788 未満のときは 2 軒の成約日、0.788 以上 0.942 未満なら 3 軒の成約日、0.942 以上 1 未満のときは 4 軒の成約日と考えるわけです。そうするとそれぞれの成約日が発生確率と同じ程度に発生することが分かります。つまり累積確率分布を使ってテーブルを作り、これを一様乱数と VLOOKUP 関数で参照するのが便利です。

解答例

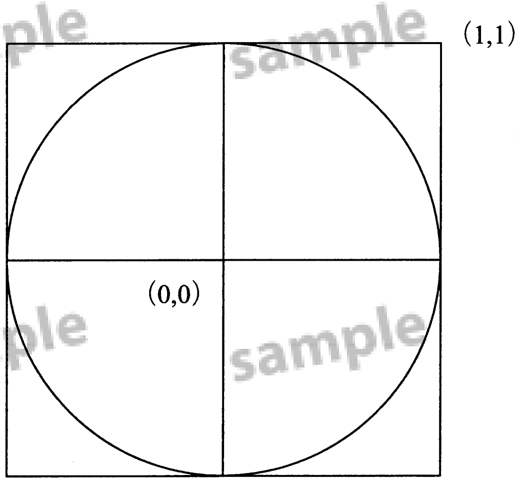
	B	C	D	E	F	G	H	I
2								
3	番号	需要乱数		累積確率	需要/日	発生日数	発生確率	
4	1	1		0	0	16	0.307692	
5	2	1		0.307692	1	10	0.192308	
6	3	0		0.5	2	15	0.288462	
7	4	0		0.788462	3	8	0.153846	
8	5	0		0.942308	4	3	0.057692	
9	6	3		1	5	0	0	
10	7	1				52		
11	8	2						
12	9	0						
13	10	3						
14								

← ＝VLOOKUP（RAND（）,$E$4:$H$9,2,TRUE）

解答例に示されるように VLOOKUP 関数で検索の型に TRUE を指定すると、検索値が見つからないときは検索値未満で最大の値が使われます。検索値は RAND（）の値ですから、もしこの値が 0.307692 未満の値であれば、それに応じて検索値はテーブルの 1 列目の 0 が選ばれます。

したがって、需要はテーブルの２列目の０となります。

例題５：　πの値をシミュレーションで求めましょう



半径１の円の面積Ｓは S=π＊（半径）＾2 で計算され、その値は πである。ここで右上の正方形に注目し、ここを直行するＸ軸、Ｙ軸の第一象限とするとこの正方形の面積は１で四分円の面積は π/4 である。

そこで X=RAND（）, Y=RAND（）というように二つの乱数を点（X, Y）として、第一象限にプロットします。このプロットされた点が４分円の内側に入る確率と外側に入る確率はそれぞれの面積に比例すると考えることが出来ます。点（X, Y）が４分円の内側に入るかどうかを判定する方法は

Ｘ＾2+Ｙ＾2≦1　ならば４分円の内側と判定します。

点（X, Y）を 100 個、1000 個と発生して、４分円の内側に入った数をカウントし、その割合を計算するとそれは全体の面積(この場合は 1)に対する４分円の面積に比例すると考えられます。これから πを求めることが出来ます。

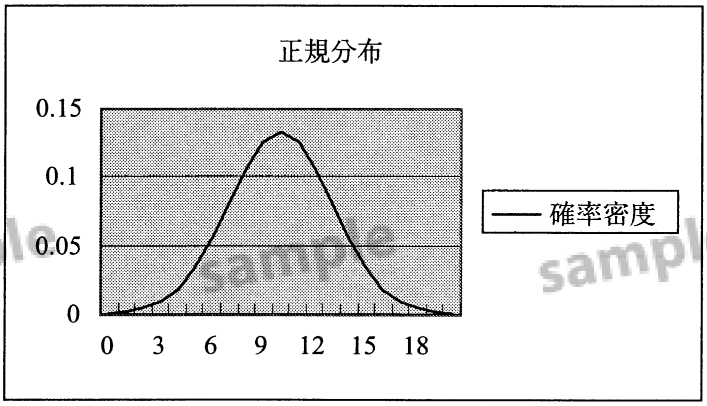
解答例

０と１の間の乱数、ＸとＹを発生し、この点が円の内側に入るかどうかを計算し、入った場合は

	πの算出					
	X =	0.241434	スイッチ			
乱数	Y =	0.330131	1			
			外側合計	内側合計		π=
X＊X =		0.05829	230	802	1032	3.108527
Y＊Y =		0.108986				
合計		0.167277				

例題 6：

正規分布をグラフにしてみましょう。平均 10、標準偏差 3 の正規分布は EXCEL の NORMDIST 関数で確率密度を計算できます。X を 0 から 20 の範囲で 1 刻みにして NORMDIST（X, 10, 3, FALSE）を計算し、これをグラフにしてください。



応用問題

問題 1：

2 個のサイコロを 50 回振って、出た目の和について度数分布を求めたいと考えています。これを電子サイコロを使って行って下さい。（ヒント：IF 関数の使って度数をカウントする方法を考えて下さい。これができたら次に countif 関数を使って下さい。）

2 個ができたら 3 個のサイコロで目の和の分布を作ってください。

問題 2：

食卵の価格は中央卸市場で全国一律に決定されますが、その価格は基本的に当日中央卸市場に出荷された食卵の量によって決まります。そしてまた食卵の生産量は気象条件の影響を受けます。地方の食卵業者に取ってみると、中央市場に出荷される量と地方の生産量とは特に相関がありませんから、従って、価格と生産量はほとんど独立に決定されることになります。このとき、ある地方の食卵業者の生産量と食卵の価格が以下のように分布したとしてこの食卵業者の期待売上を求めて下さい。

生産量（Kg）		
から	まで	発生確率
550	650	0.05
650	750	0.15
750	850	0.40
850	950	0.30
950	1,050	0.10

価格（円/Kg）		
から	まで	発生確率
200	215	0.15
215	230	0.20
230	245	0.30
245	260	0.25
260	275	0.10

問題 3：

A 社は顧客からの注文を受けるとそれを外部のメーカーに製造させ、完成品を販売する受注販売会社です。

A 社は過去のデータを分析して一日当たりの販売量を調べたところ以下の表に示されるようになりました。この製品の需要が将来もこの分布に従ってランダムに発生するものとします。このとき以下の設問に答えてください。

設問：

製品の価格が 8 千円、コストは外注先との契約で注文量によって異なり、一個当たりの単価は表のように割安になるようになっているものとします。このとき A 社の一日当たりの平均粗利益（売上から仕入れ原価を差し引いた利益）は幾らになるでしょうか。

需要／日	日数	確率
8	10	0.050
9	15	0.075
10	20	0.100
11	28	0.140
12	42	0.210
13	36	0.180
14	24	0.120
15	16	0.080
16	9	0.045

需要／日	仕入れ単価
8	5,500
9	5,400
10	5,300
11	5,200
12	5,100
13	5,000
14	4,900
15	4,800
16	4,700

問題 4：

B 君は新聞売りです。毎日新聞を仕入れ顧客に販売してます。B 君は過去の経験から新聞の需要がランダムであるがある分布に従って変動することを知っています。しかもこの需要分布は次の表に示されているものとします。

この時、新聞は一部 100 円で販売しますが、仕入れ価格は一部 60 円です。売れ残った新聞は全て廃棄します。このとき B 君は毎日の仕入れ部数を幾つにすれば利益を最大にできるでしょうか。また、仕入れ価格が 80 円の場合、70 円、40 円、20 円の場合ではどうでしょうか。

新聞需要分布

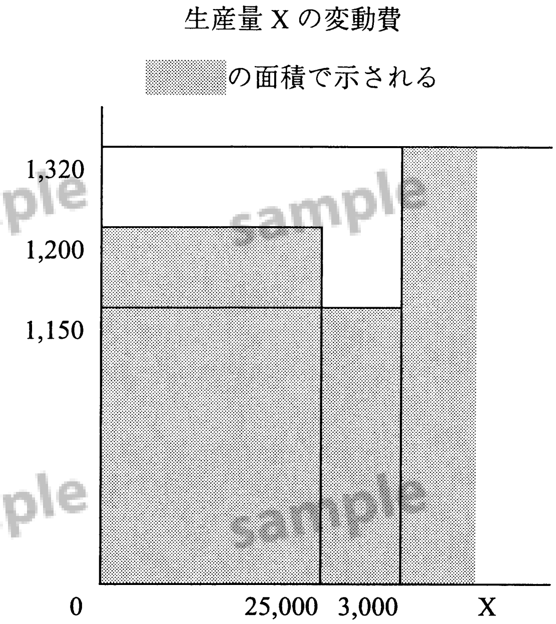
需要／日			
から	まで	発生日数	発生確率
71	80	10	0.05
81	90	15	0.075
91	100	20	0.1
101	110	28	0.14
111	120	42	0.21
121	130	36	0.18
131	140	24	0.12
141	150	16	0.08
151	160	9	0.045

問題 5：

ある工場の月間正規生産能力は 3 万個で、また需要は以下に示されるように分布するものとします。ただし、各区分内での発生確率は一様であるとします。

需要		
から	まで	発生確率
20,001	22,000	0.07
22,001	24,000	0.18
24,001	26,000	0.25
26,001	28,000	0.2
28,001	30,000	0.15
30,001	32,000	0.1
32,001	34,000	0.05

工場での変動費は以下のグラフに示されるように、生産量が 2 万 5 千個までは 1 個 1,200 円で、これを超えて 3 万個までは 1,150 円、3 万個以上では残業のコストがかかって、1 個 1,320 円であったとします。工場の出荷価格は 1,800 円、固定費は月額 1,200 万円です。



このとき次の問に答えなさい。

1. 需要を全て満たすことを前提にした場合、当工場の月間期待利益は幾らでしょうか。
2. 残業はしないと決めた場合の期待利益は幾らでしょうか。
3. 設備の能力をアップすれば、残業せずに最大 3 万 4 千個の生産が可能になり、従って 3 万個以上生産する場合の変動費は 1 個 1,100 円となるものとします。能力アップのための投資額は幾ら以内なら採算に乗るでしょうか。

問題 6：　「魚善」の利益シミュレーション

日吉の高給住宅地を主たる市場とする魚屋「魚善」は毎朝築地で 7 万円分の魚を仕入れ、これを店で販売していた。販売価格は仕入れ値の 1.8 倍とし、売れ残った魚は夕方 6 時過ぎに定価の半額でセールしていた。高級魚のセールという事もあって、半額セールはほとんど完売の状況であったが、半額セールの顧客は勤め帰りのお客が中心で、定価販売のお客とははっきり異なっていた。その定価販売の売上について過去のデータを集計したところ、以下のように分布していた。半額セールの市場規模は売れ残りがこれまでの 2 倍を超えても十分に完売できるほど大きいものと思われた。(なお、上記問題の記述は状況をかなり単純化してある)。

販　売　金　額	発生日数
8万円から8万5,000円まで	10
8万5,000円から9万円まで	26
9万円から9万5,000円まで	58
9万5,000円から10万円まで	84
10万円から10万5,000円まで	72
10万5,000円から11万円まで	41
11万円から11万5,000円まで	29
11万5,000円から12万円まで	11
12万円以上	0
合　計	331

これについて以下の設問に答えなさい。

設問：

一定金額を仕入れ、売れ残りを半額セールで売り尽くすという「魚善」の基本的な政策は変更しないとしても、7万円という仕入金額が粗利益（売上から仕入原価を差し引いた金額）を最大にするために妥当なものであるかどうかを再検討したい。

問題7：

一様乱数と同様に正規乱数を関数で発生させることができます。平均値が m、標準偏差が s の正規分布は平均値を中心に左右対称のきれいな釣り鐘形状を示す分布です。この分布の特徴は m±s の範囲に含まれる確率が 68%, m±2s の範囲では 95%の確率がこの範囲に含まれます。さらに m±3s ではなんと 99.7%とほとんど全てが含まれます。標準偏差のことをシグマと呼ぶことが多いのですが、このことから良い意味でも悪い意味でも人並みはずれた人やものを表現するときに、「3シグマ外」といいます。

例えば、m=10, s=3 の標準分布に従う乱数を一つ発生するには次のようにします。

=NORMINV（RAND（），10, 3）

それでは m=10, s=3 の分布に従う正規乱数を 100 個発生し、その平均値と標準偏差を計算して、それが正しい乱数であることを確認して下さい。またその度数分布をグラフに表示し、きれいな釣り鐘状であることを確認してください。

問題8：

平均 M、標準偏差 S の正規乱数を二つ作り、その和の分布を求めると平均 2M、標準偏差 $\sqrt{2}S$

の正規分布となります。

一般に平均 M1, M2、標準偏差 S1, S2 の正規乱数の和は平均 M1+M2、標準偏差

$$\sqrt{S1*S1+S2*S2}$$

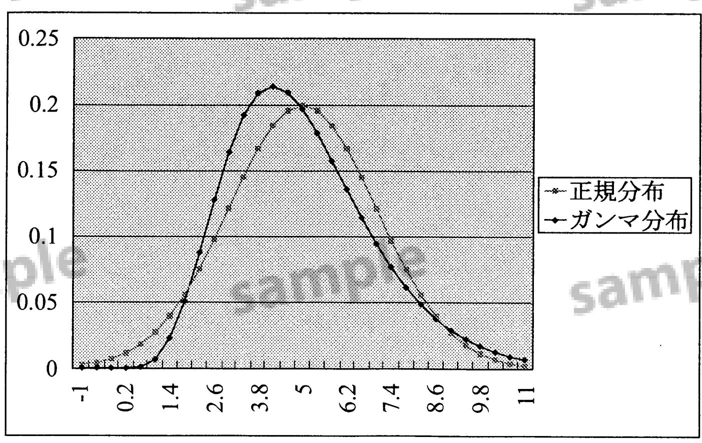
の正規分布に従うことが分かっています。この事をグラフで確認してください。

ヒント：m=10, s=3 の正規乱数 2 つの和は平均=20、標準偏差≒4.2 に従います。m=10, s=3 正規乱数は NORMINV（RAND（）, 10, 3）でつくることができます。この乱数の和を 100 個作りその累積度数分布と、理論値とをグラフで比較することにします。正規累積確率密度は NORMDIST 関数によってもとまります。

解　説：正規乱数はシミュレーションによく使われます。自然界や社会で起きる事象や事例ではそれらに対する観察値が一定の範囲に分布していることが認識されます。しかも範囲の境界に近づけば観測例は極端に少なくなっていく一方、境界の中央付近では最頻値が観測されます。例えば、身長や体重には限界があり、また平均値付近に分布が集中する傾向が強いのです。こうした自然界にある分布を正規分布と見立てて統計的に処理することが少なくありません。正規乱数はシミュレーションでも同様によく使われます。

問題 9：　ガンマ・ジェネレータ

ポアソン分布（後に示されるようにポアソン分布は待ち行列で使われます）の派生でガンマ分布が作られます。ポアソン分布、負の指数分布、ガンマ分布とも 0 点を起点とする分布です。従って、これらの分布は負の値をとることがありません。この特徴のために、正規分布に代わってガンマ分布がシミュレーションによく使われます。たとえば、平均 5、標準偏差 2 の正規分布に従う需要乱数はマイナスの値をとることがありますが、ガンマ分布ではこのような不都合が起きないからです。



α=（平均 m/標準偏差 s）＾2

β= 平均 m/ α

とするとき平均 m、標準偏差 s のガンマ分布に従う乱数は次のようにして求めることができます。

＝GAMMAINV（RAND（），α, β）

設問：

(1) EXCEL でガンマ乱数を発生させるにはどうしたら良いでしょうか。上の例にならって、平均 5、標準偏差 2.236 のガンマ乱数を 10 個作って下さい。

(2) EXCEL で平均 200、標準偏差 100 のガンマ乱数を 50 個作り、度数分布をグラフに表示して、ガンマ・ジェネレータの性能を評価して下さい。

(3) EXCEL で s=1、平均mが 3, 4, 5 のガンマ乱数を 100 個作り、その度数分布と同じ平均、標準偏差を持つ正規分布をグラフで比較してみて下さい。

問題 10：

競馬ゲームを楽しみましょう。10 頭だてのレースです。各馬一斉にスタートしました。第 1 コーナーを回るところでは 3 番枠がリードしています。レースは中盤に差し掛かりました第 2 コーナーで 5 番枠が出てきます。そのまま第 3 コーナーに進みます。最後の追い込みで 7 番が出てきます。直線 3 番、7 番の一騎打ち、勝ったのは 7 番でした。2 着は 3 番でした。連勝複式は 3 番 7 番でした。

こうしたゲームを EXCEL で作ってみましょう。

問題 11：

電子サイコロを 5 個つくって、ダイスゲームを楽しみましょう。

同じ数字が 2 個あれば、ワンペア、ワンペアが二組あればツーペア、同じ数字が 3 個あればスリーカード、数字が繋がっていればストレート、スリーカードとワンペアができればフルハウス、同じ数字が 4 個そろえばフォーカーズ、5 個そろえばファイブカーズといってこの順に強くなっていきます。

問題 12：

前問においてサイコロではなくトランプのカード 52 枚でポーカーをやる場合を考えて下さい。52 枚のカードを切って、上から 5 枚引いて、その手を表示するにはどうしたら良いでしょうか。

トランプの場合は、ファイブカードはありませんが、その代わりフルハウスとフォアカードの間にフラッシュ（全部同じ種類）があり、またストレートフラッシュがフォアカードより強く、それよりもロイヤルストレートフラッシュ（10, 11, 12, 13, 1 のストレート）が最も強いといった手が加わります。

線形計画法

線形計画法（Linear Programming＝LP）は互いに関連するいくつかの活動について総合的に見て最も良い計画を立てるための一つの計算技術です。具体的に次の例題を見て頂きたい。

ある会社で 2 種類の製品 A, B を作ろうとしている。製品Aを 1Kg 作るには石油が 6K リットル、電力が 3KWH、原料が 4Kg 必要である。一方、製品 B を 1Kg 作るには石油が 4K リットル、電力が 3KWH、原料が 8Kg 必要である。

ところで、その会社が今のところ利用できるのは石油が 360K リットル、電力が 195KWH、原料が 400Kg までで、それ以上は使えないものとする。製品 A は 1Kg 当たり 6 万円、製品 B は 1Kg 当たり 8 万円の利益を生む。石油、電力、原料についての上記制限の下で利益が最大になるようにするには製品 A および製品 B を幾つ作れば良いか。

この問題で、製品 A および製品 B の生産高を X, Y とすると、石油、電力および原料についての制限条件は以下のように（1），（2），（3）式で表されます。そしてもちろん生産高はマイナスにはなり得ないから（4），（5）の条件は当然ですが、これらの条件の下で f（X, Y）を最大にしようとするわけです。

問題の定式化

製品 A を XKg、製品 B を YKg 作ることにしたのであるから、

石油の制約式：　$6X+4Y \leqq 360$ .... （1）

電力の制約式：　$3X+3Y \leqq 195$ .... （2）

原料の制約式：　$4X+8Y \leqq 400$ .... （3）

ただし　$X \geqq 0$ .... （4）

　　　　$Y \geqq 0$ .... （5）

目的関数：$f(X, Y) = 6X+8Y$ を最大にする。

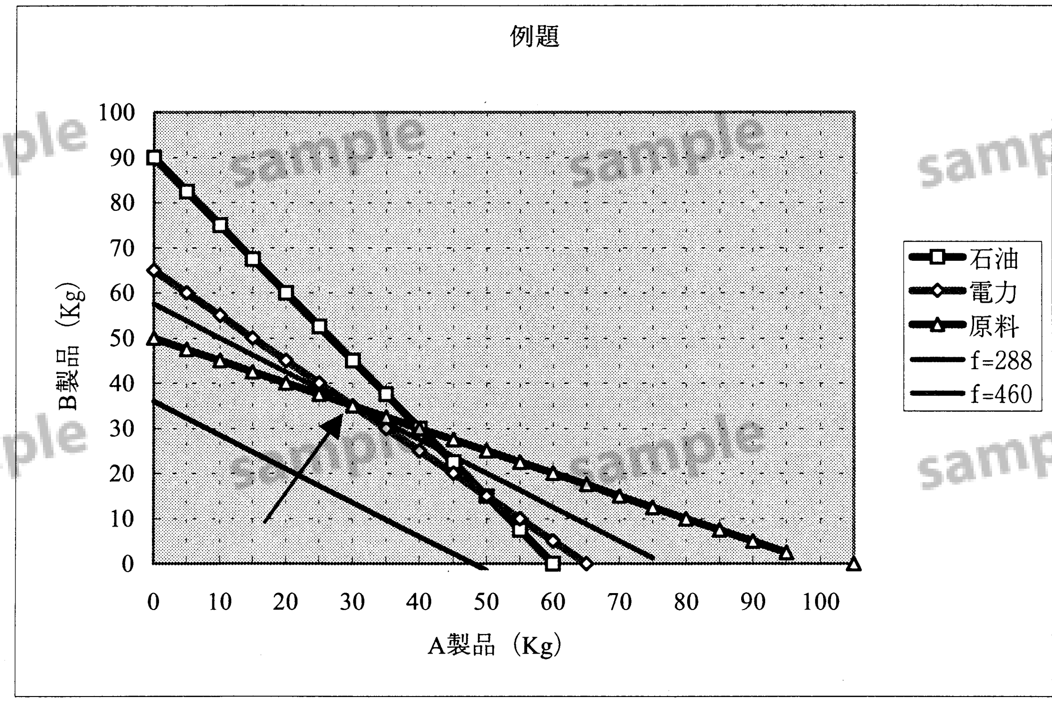
ここに示される数式は制約式および目的関数とも 1 次式であり、これが Linear（線形）といわれる所以です。

LP では変数の価は必ずプラスでなければいけないことになっています。

図解法

この問題はグラフを使って解くことができます。またグラフによる表現は LP の問題構造を理解する上で有益です。グラフをみると実行可能解は X 軸と Y 軸と 3 個のグラフに囲まれた範囲の中にあります。この実行可能範囲は必ず凸多角形になることが知られています。この範囲の中から目的関数の一番大きなものを見つければよいのです。

目的関数の勾配は－6/8 であり、この勾配を保ちながら、上方に平行移動する事により目的関数の価を増加させることができます。凸多角形の実行可能解の中から目的関数が最大の値をとる点はグラフから明らかなように矢線で示される点です。このとき、目的関数の価は 460 であり、座標は X＝30, Y＝35 です。すなわち、製品Ａを 30Kg、製品Ｂを 35Kg 生産するのが最大の利益を生むことになり、その時の利益は 460 万円となります。



一般に変数が 3 個以上になるとグラフによる解法は困難になりますが、2 次元の場合には実行可能解が凸多角形をしていて、凸多角形のいずれかの角に最適解があったわけですが、原理的にはこれと同様に多次元空間においても、実行可能解は凸多面体をしていて、最適解はこの凸多面体の角に存在します。従って、凸多面体の角を求めて、目的関数の値を計算し、その中で最大のものを選べばよいことになります。こうした作業はコンピュータにむいています。

問題を定式化すれば、EXCEL に組み込まれているソルバーを使って、簡単に最適解を求めることができます。ソルバーは EXCEL のメニュー・バーのツールの中に見つけることができます

が、もしなければアドイン・マネージャーを使って EXCEL への組み込みをしなければなりません。ソルバーの使い方については以下の例を参考にして下さい。

	B	C	D	E	F	G	H	I
2								
3								
4					A 製品	B 製品		
5			A 製品	B 製品	6	7	合計	制約
6		石油使用料	6	4	36	28	64	360
7		電力使用料	3	3	18	21	39	195
8		原料使用料	4	8	24	56	80	400
9								
10				利益	6	8	目的関数	
11					36	56	92	
12								
13								

まず上に示されるようなシートを作成します。このシートでは製品 A と製品 B の生産計画数を 6 と 7 にしています。ここで数字を入れ変えると、石油、電力、原料の使用量が新たに計算され、同時に C9 の利益が計算されるように表を作ります。そこで問題は製品 A, B の生産量を変えて C9 の利益が最大になる生産量の組み合わせを探し出すことです。このとき石油、電力、原料の制約条件がすべて守られていることが重要です。

例では製品 A, B を 6Kg, 7Kg 生産する場合、制約条件はすべて満たされ、目的関数の値は 92 となります。

ここで A, B の生産量を 20Kg, 20Kg に増やしてみます。そうすると、制約条件を全て満たしながら、目的関数の値が 280 となりなりますから、以前より改善されることが分かります（下図)。

	B	C	D	E	F	G	H	I
2								
3								
4					A 製品	B 製品		
5			A 製品	B 製品	20	20	合計	制約
6		石油使用料	6	4	120	80	200	360
7		電力使用料	3	3	60	60	120	195
8		原料使用料	4	8	80	160	240	400
9								
10				利益	6	8	目的関数	
11					120	160	280	
12								
13								

しかしこうして試行錯誤で最適解を捜し求めるのは容易ではありません。これをソルバーにやらせるわけです。

ツールメニューからソルバーを呼び出して次のようにします。

	B	C	D	E	F	G	H	I
2								
3								
4					A 製品	B 製品		
5			A 製品	B 製品	6	7	合計	制約
6		石油使用料	6	4	36	28	64	360
7		電力使用料	3	3	18	21	39	195
8		原料使用料	4	8	24	56	80	400
9								
10				利益	6	8	目的関数	
11					36	56	92	

ソルバー：パラメーター

目的セル： $H$11

目標値： 最大

変化させるセル
$F$5：$G$5

制約条件
$F$5：$G$5＞＝0
$H$6：$H$8＜＝$I$6：$I$8

なお、A, B 製品の生産量を変えれば、それに応じて石油の使用料、電力の使用料、そして原料の使用料が変化し、同時に目的関数の値も正確に計算されるように定式化されていなければならないことはいうまでもありません。

また、この問題のように線形計画の問題の場合にはソルバーのオプションを選択し、「線形モデルで計算」を指定してください。

次にソルバーで最適解を求めた結果を示します。

	B	C	D	E	F	G	H	I
2								
3								
4					A 製品	B 製品		
5			A 製品	B 製品	30	35	合計	制約
6		石油使用料	6	4	180	140	320	360
7		電力使用料	3	3	90	105	195	195
8		原料使用料	4	8	120	280	400	400
9								
10				利益	6	8	目的関数	
11					180	280	460	
12								
13								

ソルバーの結果から、以下に示されるような感度分析レポートを得ることができます。

ソルバーを実行するとうまく行けば最適解が見つかったことを表示してきます。この時レポートの「感度」クリックして、感度レポートを要求して下さい。そうすると感度レポートは新しいシートに表示されます。

変化させるセル

セル	名前	計算値	限界コスト	目的セル係数	許容範囲内増加	許容範囲内減少
$C$4	A製品 製品生産量	30	0	6	2	2
$C$5	B製品 製品生産量	35	0	8	4	2

制約条件

セル	名前	計算値	潜在価格	制約条件右辺	許容範囲内増加	許容範囲内減少
$D$6	合計 石油使用料	320	0	360	1E+30	40
$E$6	合計 電力使用料	195	1.333333333	195	15	45
$F$6	合計 原料使用料	400	0.5	400	120	80

限界コストは最適解に選ばれなかった変数（この例題ではないが）を選んで 1 単位生産したとき、目的関数の値がいくら減少するか（損失額）を表示しています。経済的な理由以外、選ばれなかった製品を生産しなければならないときの損失額はこれによって計算できます。

また A 製品についての許容範囲内増加 2、許容範囲内減少 2 となっているのは、A 製品を 30 単位生産するのが最適解であるが、もしも 29 単位生産した場合（1 単位減少）、目的関数の値は 2 減少すること、同様に 31 単位生産した場合（1 単位増加）目的関数の値が 2 減少することを意

味しています。

下段には制約式に関する情報が示されています。潜在価格は制約条件が 1 単位増える、あるいは 1 単位減少すると目的関数の値がどう変化するかを示しています。例えば、電力の使用料は最大 195KWH に制限されますが、もしも 1 単位増加して 196KWH であれば目的関数の値は 1.333 増加し、逆に 1 単位減少して 194KWH であれば利益は 1.333 減少することを意味しています。利益を増やすために電力の制約条件をゆるめて 200KWH まで使用できるようにすれば、利益は 5*1.333=6.665 増えることになります。それでは電力をどんどん増やせば 1KWH あたり利益が 1.333 づつ増加するかといえば、それには限界があって、最大 15KWH までであることが許容範囲内増加の項に表示されています。減少についても同様です。

ソルバーは線形計画の最適解を計算するだけでなく、線形計画でない問題でも扱うことができます。また、変数の値が整数しか取り得ないような線形計画法、これを整数計画法と呼呼びますが、これについても最適解を求める事ができます。整数計画法は制約式で「整数」と指定します。変数の値が 0 と 1 しかとらない問題もあります。これも整数計画法の一種ですが、特にゼロイチ問題と呼ばれることがあります。

このようにソルバーは大変パワフルなツールですが、問題によっては必ずしも真の最適解を計算しない場合も存在するので注意が必要です。たとえば、線形計画法であれば、一つの頂上しかない山の頂上を探すのと同様に上に登りつめた点が最適解となるのですが、らくだの瘤のように頂上が二つ、あるいは二つ以上ある場合には頂上に到達しても、最高峰とは限らず、従って真の最適解とはならない場合があるのです。すなわち、ソルバーは現地点（これは初期値に相当）から手近の頂上を目指して上りはじめるため、到達した頂上が最高峰とは限らないのです。そのため、非線型の問題ではソルバーで最適解が求まったとしても、それが正解とは必ずしも言えません。そこで線形計画法でない問題をソルバーで解くときには、初期値をいろいろ変えて計算して見ることが肝要です。

線形計画問題編

問題 1：　製品製造計画

ある会社で A, B, C, D の製品を製造しています。生産量は前工程と後工程の能力で制約されているものとします。各製品の生産工数、工場の能力および製品 1 個当たりの利益は以下の表に示されるとおりです。この会社にとって各製品を幾つずつ製造するのが最も有利でしょうか。ただし、どの製品も作っただけ販売できるものとします。

製品	1台当たり利益	前工程（人時/台）	後工程（人時/台）
A	100,000	30	50
B	80,000	40	40
C	65,000	50	30
D	50,000	60	20

	前工程（人時）	後工程（人時）
処理能力	20,000	16,000

問題 2：　トラクターの製造

ある農機具メーカーでは 2 種類のトラクターを製造しています。A 型、および B 型トラクターの製造工程は以下に示されるように主に 4 工程からなっており、これらの工程が制約になって、生産量が制限されます。

	A型	B型
型抜き	500	300
エンジン組立	600	300
A型組立	400	0
B型組立	0	150

この表は例えば薄板鉄板の型抜き作業について、A 型トラクターだけなら 1 カ月に 500 台分生産でき、B 型トラクターなら 300 台分生産できることを意味します。

なお、A 型トラクターは 1 台当たり 1,200 のドル、B 型からは 1,000 ドルの利益があります。利益を最大にするには A 型、B 型をどれだけ生産したらよいでしょうか。需要は売り手市場で造れば幾らでも売れるものとします。

問題 3： 冷凍食品の販売

P, Q, R の 3 カ所で冷凍倉庫業を所有する経営者が 3 カ所の市場 A, B, C に冷凍食品を輸送して販売しようとしています。市場 A, B, C での売価はそれぞれ 1Kg あたり 1,000 円、1,150 円、1,080 円で製品の原価は P, Q, R でそれぞれ 520 円、550 円、570 円です。P, Q, R からの供給量には制限があり、1 週間当たりそれぞれ 2 トン、1.8 トン、3 トンでした。一方、各市場での需要は A, B, C それぞれで 1 週間当たり 3.2 トン、1.6 トン、そして 2.4 トンと想定されます。倉庫から市場までの輸送費は以下の様になっているときこの経営者が利益を最大にするにはどのような輸送計画を行うのがよいでしょうか。

輸送単価（円／Kg）

	A市場	B市場	C市場
P倉庫	50	62	25
Q倉庫	60	55	30
R倉庫	45	70	35

問題 4： 投資案の選択

ある投資家が 5,000 万円持っていて、投資案の選択を考えています。以下の表には投資案と投資による利益がかかれています。5,000 万円以内なら複数の案に投資してもかまいません。利益を最大にするにはどの投資案に投資すればよいでしょうか。また、E の投資額が 13 百万円でなく、10 百万円だとすれば最適の投資案はどのようになりますか。

投資案	投資額（100万円）	利益（万円）
A	5	12
B	7	45
C	6	55
D	3	21
E	13	80
F	4	52
G	8	120
H	12	90
I	2	30
J	9	60
K	11	100

解　説：この問題は投資をするかしないかという意味で、0, 1 問題ともいわれ変数の取る値は 0 か 1 しかないわけです。このような問題は整数計画法（変数の値が整数だけ許される）の一種でその特種なものです。

問題 5：

ある工場では受注を満たすために残業生産と 2 直制のいずれがコスト的に有利かを検討しています。受注量は以下に示すように向こう 3 ヶ月分が確定しています。

1 月　1,200

2 月　1,000

3 月　1,400

2 直制は 3 ヶ月単位で計画され、一度体制を組むと 3 ヶ月は続けなければなりません。1 直制の場合、当工場の正規生産量は 1,000 で残りは残業で生産しますが、残業コストがかかります。また、残業での生産量には上限があって 300 が限度です。これ以上の需要には前もって生産していた在庫から供給することが必要となりますが、在庫の費用は一期一製品あたり 1,200 円かかります。また、正規生産時の平均単価が 10,000 円ですが、残業で生産すると 14%アップします。

一方、第二直で生産する場合、残業はできません。第 2 直の生産単価は生産能力一単位あたり 1,000 円増えます。例えば 300 生産できる 2 直体制では 300*1000 すなわち、300,000 円／月の固定費がかかりますし、400 の生産体制では 400,000 円の固定費がかかります。

以上の情報をもとに、この工場は受注を満たすためにどのような生産体制で各月にいくつ生産するのが有利か考えてください。すなわち、残業生産するのが良いのか、2 直制を取るのが良いのか、そして在庫は幾つもつのが良いのかを示してください。ただし、2 直体制は 300, 400, 500 の中から一つ選ぶことが必要です。

もしも受注が次のように変更した場合は最適解ははどのようになるでしょうか。

1 月　1,200

2 月　1,200

3 月　1,400

問題 6：　ビタミン剤の生産

4 種類の原料 a, b, c, d を混合して、2 種類のビタミン剤 P, Q を製造することを考えています。10g 当たりの販売価格は P が 400 円、Q が 350 円です。また、原料の購入価格は 10g 当たり a が 250 円、b が 230 円、c が 260 円、d が 220 円です。製品 P および Q については会社で保証している 1g 当たりの最低含有量は以下の表の通りです。（ビタミン A の単位は国際単位）

製　品	ビタミン A	ビタミン B1（mg）	ビタミン C（mg）
P	3,000	1.0	30
Q	2,000	3.0	15

また、原料1g当たりのビタミン含有量は以下の表のようになっているものとします。

原　料	ビタミンA	ビタミンB1（mg）	ビタミンC（mg）
a	4,500	0.75	35
b	1,700	1.2	28
c	1,000	4.5	15
d	1,500	3.2	15

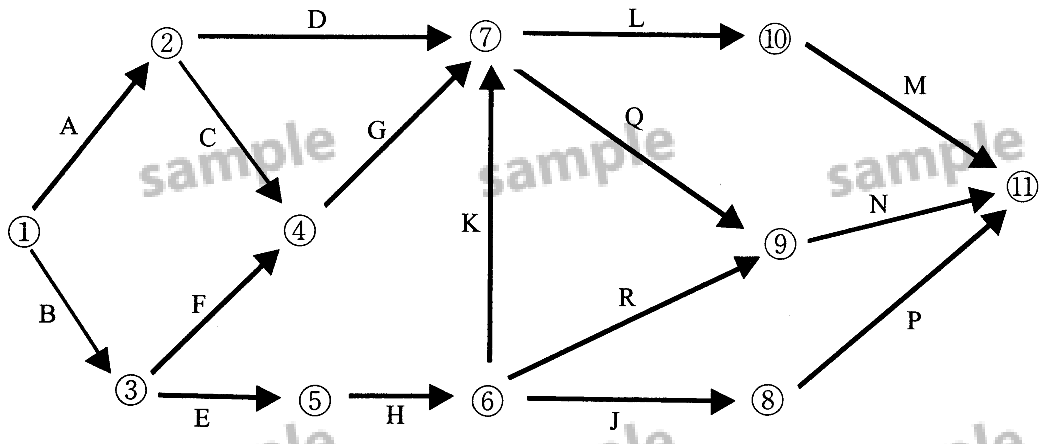
原料はaだけが入手困難であり、毎月60Kgしか購入できません。原料混合の際、目減りはなく混合のための費用は製品によって差はないものとします。この時、利益を最大にするには毎月どのように生産するのが良いでしょうか。

問題7：　最短経路の発見

以下に示す表は①から⑪へ至る道路網をあらわしています。最短の時間で①から⑪へ至るルートを発見してください。

番号	FROM	TO	道路名	所要時間
1	1	2	A	19
2	1	3	B	7
3	2	4	C	4
4	2	7	D	20
5	3	5	E	12
6	3	4	F	5
7	4	7	G	7
8	5	6	H	14
9	6	8	J	16
10	6	7	K	21
11	7	10	L	8
12	10	11	M	13
13	9	11	N	12
14	8	11	P	5
15	7	9	Q	7
16	6	9	R	9

道路網



ヒント：線形計画法の整数計画の 0, 1 問題を利用すること。

問題 8：

経営問題を線形計画法で解く例は数多く見られるますが、石油事業もその例です。原油の生産、精製、貯蔵、販売を世界規模で行っています。ところが原油の成分は産油地によって異なり、ガソリンを多く含んでいる原油とそうでない原油があり、また市場もガソリン需要の多い国と重油や軽油の需要の多い国などいろいろあるわけです。そこで産油地の原油を混合して精油基地に運び、できた製品や中間製品をどの市場に運搬すると最も利益が上がるかという問題はスケールの大きい複雑な問題ですが、工夫によって線形計画法で解決できることが明らかになっています。

この例のような大型の線形計画問題ではなくても、身近なところでも線形計画法で解ける問題を発見し、その解答を求めてください。

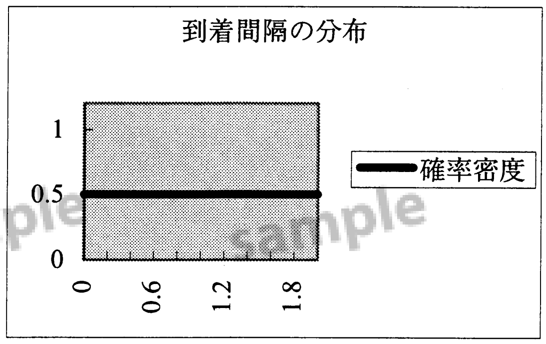
待ち行列

交通渋滞、高速道路の料金所、銀行の窓口、スーパーのレジなど行列はいろいろなところで見られます。一方、大勢の顧客が出入りするセブンイレブンではレジに長い行列ができることはほとんどありません。行列待ちでいらいらすることを考えると行列はないのが良いのですが、そのためには道路の車線を増やしたり、サービスの窓口を増やしたりする投資やコストがかかります。いったいどの程度のコストで不当に長い行列を解消できるのでしょうか。CS（顧客満足度）の原点ともいえる待ち行列について考えてみましょう。

例題：

工場の流れ生産工程を考えて見ます。ベルトコンベアにのって 1 分に 1 個の割合で部品が運ばれてきます。これを作業者が 0.8 分で処理します。このような場合は部品の流れに行列（部品の溜り）ができることはありません。しかしもし部品が平均 1 分、最大 2 分間隔で運ばれてきたらどうでしょうか。このことは部品の到着が確率的であることを意味します。部品到着の確率分布を以下の図のように一様分布すると考えたとします。

この場合部品到着の平均時間は 1 分となります。さて、時刻ゼロからスタートして部品が到着し、作業者は 0.8 分丁度で処理を行います。その後、部品は次々と到着の分布にしたがって到着し、作業者が処理をしていきます。処理中に到着した部品は一時待避置き場に自動的にプールされるものとします。この部品の作業待ちを EXCEL で計算し、グラフで表して見ましょう。



	B	C	D	E	F	G	H
2			部品の滞留状況				
3		平均到着時間			洗車時間		
4		1分			0.8分		
5							
6	番号	到着間隔	到着時刻		作業時間	完成時刻	作業中を除く個数
7	0		0	0			0
8	1	1.536397	1.536397	1	0.8	2.336397	0
9	2	1.381436	2.917834	2	0.8	3.717834	0
10	3	1.50932	4.427154	3	0.8	5.227154	0
11	4	1.453252	5.880405	4	0.8	6.680405	0
12	5	0.80597	6.686375	5	0.8	7.486375	0
13	6	1.618686	8.305061	6	0.8	9.105061	0
14	7	1.853476	10.15854	7	0.8	10.95854	0
15	8	1.413988	11.57252	8	0.8	12.37252	0
16	9	1.194366	12.76689	9	0.8	13.56689	2
17	10	0.289558	13.05645	10	0.8	14.36689	2

到着間隔は RAND 関数を使えば簡単に求まります。従って、部品の到着時刻もゼロを基点に到着間隔を累積加算すればよく、これも容易に計算できます。処理時間は 0.8 分と一定ですから問題はないとして、完了時間は少し考える必要があります。作業にかかれる時間はどんなに急いでも部品が到着するまで待たなくてはいけませんが、一方部品が到着していても前の作業が終了するまでは手が付けられないからです。しかしこの問題も MAX 関数を使えば簡単に解決します。

すなわち、完了時刻＝MAX（前の部品の完了時刻、当部品の到着時刻）+処理時間となります。MAX 関数は括弧内の変数の中で最も大きな値をとる関数です。

さて、以上で計算は全て完成です。EXCEL のコピー機能を使って、50 個の部品がいつ到着して、いつ完了したかが表で計算されます。

さて、待ち行列の数はどうすれば求まるでしょうか。行列ができているかどうかを判断するにはどうしたら良いでしょうか。m 番目の部品が処理を完了したとき、m+1 番目の部品が到着していなければ行列はありません。m+1 番目の部品が到着していれば、行列は 1 になります。同様に、m+2 番目の部品が到着していたら、行列は 2（つまり、m+1 番目と m+2 番目が待っている）になるわけです。完了時刻をキーにして到着時刻を参照するのに便利な関数といえば、VLOOKUP 関数です。

幸いにも到着時刻は昇順で並んでいますから、そのままテーブルとして利用できます。

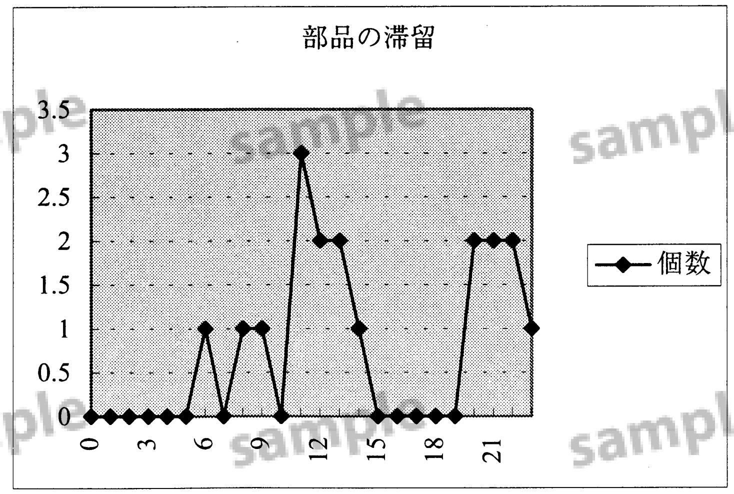
以下に解答例を示します。

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
2			部品の滞留状況						
3		平均到着時間			洗車時間				
4		1 分			0.8 分				
5							作業中を除く		
6	番号	到着間隔	到着時刻		作業時間	完成時刻	個数		
7	0		0	0			0		
8	1	0.262207	0.262207	1	0.8	1.062207	0		
9	2	1.557938	1.820145	2	0.8	2.620145	0		
10	3	0.935065	2.75521	3	0.8	3.55521	0		
11									
12				=D9+C10					
13							=VLOOKUP(G10,D10:E20,2)-B1		
14		=RAND()*2*$C$4				=MAX(G9,D10)+F10			
15									

この表からグラフを作ります。横軸に番号を縦軸に行列の個数をとります。このグラフは横軸の番号の部品が完了したとき、行列がいくつあったかを示しています。

このようにグラフにすると行列が時間の移動とともにどのように変化したか､目で見てわかります。再計算（f9）すると新しいシミュレーションが実行されます。行列の変化を見ながら問題の発見や対策を立てることができるはずです。

条件を変えれば行列がどのようになるかも視覚的に判断できますから、行列の動きを見て、部品の到着時間や処理時間の分布を変えてシミュレーションしてみると良いでしょう。以下にグラフの例を示します。不思議なことに部品の到着がいつも 1 分間隔ならば行列はできないはずですが、平均 1 分の到着では行列ができます。しかもこのグラフのように、5 個の行列ができることもあるのです。



待ち行列入門

今仮に、単位時間当たりに到着する顧客の数が平均六人とします。つまり、到着を観測していると、単位時間当たりに到着する顧客の数はいろいろ変化して一人のこともあれば、二人、三人と増えていって、九人、十人ということもあるかも知れません。また、だれも来ないこともあるでしょう。平均六人といっても実際はいろいろバラつくわけです。従って、単位時間当たりに到着するお客さんの数 r は確率事象になります。ランダムに到着する顧客の単位時間当たりの平均到着数が λの場合、到着する顧客数 r の発生確率 P（r）はポアソン分布に従うことが分かっています。なお、ポアソン分布の数式は覚える必要はありませんが、参考までに示せば、以下のようになります。

$$P(r) = e^{-\lambda} \cdot \lambda^{r} / r!$$

ポアソン分布は分散と平均が共に λで、比較的取り扱いやすい関数ですから、シミュレーションにはよく使われます。

また、ポアソン分布から顧客と次の顧客との到着の時間間隔を求めることができますが、これは負の指数分布に従うことも分かっています。すなわち、確率密度関数 f（t）は次式で示されます。

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$$

ここで、到着の平均時間間隔は 1/ λです。ポアソン分布が離散型（r は整数）であるのに対して、負の指数分布は時間間隔が連続量であり整数である必要はありません。待ち行列のシミュレーションにはむしろこの指数分布が多く使われます。

乱数ジェネレーター

（1）指数分布の累積密度関数 F（t）は次式でしめされます。

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

これより、負の指数分布に従う乱数を簡単に作ることができます。

到着間隔の平均を h とすると、t=-h＊Loge（1-F（t））となります。

ただし、h＝1/ λ

EXCEL でこの乱数Ｒを発生させるには以下のようにします。

＝－h＊Ln（RAND（））

応用問題

問題 1：

山田さんが経営するガソリンスタンドの洗車機は標準的な洗車作業に 8 分必要でした。すなわち、車をお客さんから預かって、洗車機に入れ、ボタンを押して洗車機を動かし、一部のふきむらを手拭きして、お客さんに車を渡すまで 8 分かかるのでした。

日曜日ともなると洗車のお客さんが増え、平均 10 分間隔でスタンドに到着します。しかし到着の仕方はバラバラで続いて 2 台が到着したかと思えば､20 分間 1 台もこないときもあります。山田さんはこれまでの分析によれば、洗車のために訪れる車の到着間隔は平均 10 分±10 分の間に一様に分布していると考えても大差がないと考えていました。

洗車機の処理速度が 8 分でお客さんの到着間隔が平均 10 分だから、平均 2 分の余裕があるはずなのですが､洗車待ちの駐車スペースがなくて洗車しないで帰るお客さんがいるのは知っていました。しかしこれは偶然が重なった結果だと山田さんは考えていました。

ある日曜日朝 9 時からの洗車記録の抜粋

番号	到着間隔	到着時刻		作業時間	完成時刻	待ち行列
0		0	0			0
1	14.1052	14.1052	1	8	22.1052	0
2	11.35125	25.45644	2	8	33.45644	1
3	4.835161	30.2916	3	8	41.45644	1
4	10.34493	40.63654	4	8	49.45644	2
5	1.798283	42.43482	5	8	57.45644	1

以下省略

これについて以下の設問に答えてください。

設問 1：

洗車待ちの車について待ち行列をグラフで示してください。

設問 2：

もしも、洗車の仕方に水洗いだけ、あるいはワックスがけ、高級ワックスがけなどいくつかの

オプションがあって、洗車の処理時間が平均9分となった場合の待ち行列はどうなりますか。

設問3：

洗車オプションによって、洗車の時間が8分から10分の間に一様分布するとしたときの待ち行列を示してください。

設問4：

前問でお客さんの到着が平均10分の指数分布に従うものとすれば、待ち行列はどう変わりますか。

設問5：

同じく、サービス時間の分布が平均9分、標準偏差1分の正規分布に従うものとすれば待ち行列はどうなりますか。

問題2： 銀行窓口

ある都市銀行では顧客に対する窓口サービスの受け付け順を決めるため、受け付け番号札を機械で発行していました。窓口では番号札の番号を順に呼び出してはサービスをしていました。番号発券機には現在窓口でサービスを受けている顧客の番号が表示され、併せてサービス待ちの行列が何人いるかを表示します。これによって、顧客は自分が番号札を引くときに前に何人の待ちがあるかを知ることができます。また、銀行側では待ち行列が長くなると後方から応援が駆けつけて、サービス窓口を増やすなどの対策を立てています。

顧客によってサービスに要する時間はいろいろですが、平均5分、標準偏差1.5分のガンマ分布に従うものと考えられました。

いま、顧客は平均4分の間隔の負の指数分布にしたがって到着するものとします。このときサービス窓口を1つ、2つ、として顧客が窓口サービスを終了するまでに何分待つかを考えてみることにしました。ただし、顧客は空いている窓口から番号順にサービスを受けるものとします。

設問：

EXCELでシミュレーションを行い、窓口の数が2つに増えると行列がどう変化するか明らかにして下さい。

問題 3：

セブンイレブンではレジに顧客が並ぶともう一つのレジをオープンして顧客の待ち時間を少なくするように工夫しています。混んでくるとサービス窓口を増やすセブンイレブン方式の効果をシミュレーションで確認してください。

問題 4：

先の銀行の例ですが、窓口の数は最大 3 つあります。窓口を 1 から始めて行列が 2 以上になると窓口を一つづつ増やしていくものとします。ただし、2 以上の行列が続いてもサービスの窓口が 3 を超えることはできません。行列が 1 以下になると窓口を再び 1 に戻します。この問題をエクセルでシミュレーションしてください。

問題 5：

先の洗車の問題 1 で、到着が平均 10 分の負の指数分布に従い、洗車の処理時間が平均 8 分標準偏差 2 分の正規分布に従う場合を考えてください。山田さんのガソリンスタンドには洗車待ちに使える駐車場が 2 台分しかなく、したがって、駐車できないお客は洗車をあきらめて帰ってしまうことにします。洗車をしないで帰るお客の数はどの程度になるでしょうか。また、その場合の待ち行列はどうなりますか。3 台分の駐車場を用意した場合はどうでしょうか。

問題 6：

駅前のタクシー乗り場に行列ができています。これを 5 台のタクシーがフル回転でお客を運んでいます。お客の到着は 19:00 から 22:00 頃までは平均 2 分の負の指数分布にしたがって到着しますが、22:00 から 24:00 0 頃は平均 1.5 分の負の指数分布にしたがって到着するものとします。24:00 以降は電車がないので、到着するお客はいません。一方、お客を乗せたタクシーは主に 4 箇所の住宅地にお客を運んで、戻ってきます。それぞれの住宅地によって、お客を運んで帰ってくる時間は異なって、以下の表のようになります。また行列のお客の行き先のついては過去のデーターからわかっていて、それについても表に示されています。

住宅地	お客の割合	平均時間	標準偏差
A	35%	8 分	2 分
B	30%	7 分	1.5 分
C	20%	15 分	2 分
D	15%	20 分	3 分

設問：

19:00 にタクシー乗り場には誰もお客が待っていない状態から、24:00 過ぎになるまでタクシー待ちの行列がどのようになるかをシミュレーションで求めなさい。

ヒント：行列の先頭に待つお客は一番早くタクシー乗り場に戻ってきたタクシーに乗ることとします。そのタクシーの到着時刻は次のようにして求めることができます。すなわち、5 台全てのタクシーについて、開業からの戻り時刻を記録したテーブルをつくります。つぎにそのテーブルを参照して、5 番目に大きい時刻を探します。その時刻が 5 台のうち最初に到着したタクシーの到着時刻となります。これを行うためには LARGE 関数が便利です。すなわち=LARGE（到着時刻テーブル、5）とすることで求めることができます。

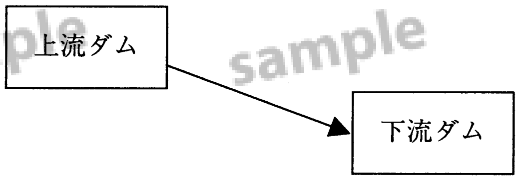
システム・ダイナミクス

経営システムをはじめとしてどんなシステムもインプットの変化に応じてアウトプットは変化をします。一般にシステムのアウトプットは現在システムがおかれている状態とインプットによって定まります。したがって、システムの状態が異なれば同じインプットに対してもアウトプットが異なるのが普通です。システムの状態は過去のインプットの影響を受けます。システムのアウトプットが次に当該システムのインプットとして働くなどフィードバックの影響もあります。このようにしてシステムは複雑な挙動を示します。そしてそれが経営を複雑にしています。システム・ダイナミクスは複雑なシステムの挙動を時間的変化とともに捕らえ分析する手法で、米国 MIT のフォレスター教授等によって開発されました。

以下に簡単なシステムの例としてダムの水位の問題を考えてみましょう。

例題 1：

図のように同じ容量の二つのダムがあって、上流のダムから下流のダムへ水を流すことにしました。上流のダムは 100%満水で、下流のダムは空だとします。上流のダムが水を流す量は 1 日あたり貯水量の 30%を放水するものとします。下流のダムはそれを全て貯めることにします。上流の放水量は放水が行われ、貯水量が少なくなっていくにしたがって、減少していくことになります。上流ダムの水量と下流ダムの水量がどのように変化するか想像してください。

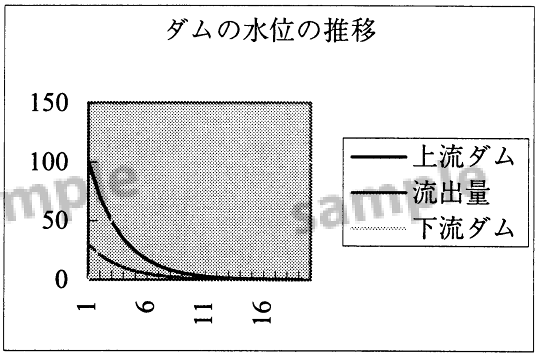


あなたの想像が正しいかどうかを確かめるため、この様子を EXCEL のグラフで示してみましょう。

解答例

上流ダムから下流ダムまで 1 日かかって水流がたどり着くことにして一日ごとの各ダムの水位（水量）を計算します。20 日分の計算をしますが、EXCEL のコピー機能を使えば簡単です。そして計算結果をグラフにします。

	B	C	D	E	F	G
2						
3	時点	上流ダム	流出量	下流ダム		
4	1	100	30	0		
5	2	70	21	30	=E4+D4	
6	3	49	14.7	51	=C6*0.3	
7	4	34.3	10.29	65.7	=C6-D6	
8	5	24.01	7.203	75.99		
9	6	16.807	5.0421	83.193		
10	7	11.7649	3.5295	88.235		



例題 2： ボール投げ

高さ 100 メートルのビルの屋上から水平方向にボールを投げます。ボールが地上に達する地点はビルから水平方向に何メートル離れているでしょうか。ただし、重力の加速度を 9.8m/S＾2 とします。すなわち、ビルの屋上から手にもったボールを静かに離すと、ボールの落下速度は 1 秒後には 9.8m/S、2 秒後には 19.6m/S、ｔ秒後には 9.8＊tm/S となります。ボールの水平方向の初速度を 40m/S としてください。

解答例

以下のような表を作成し、落下距離が 100mの水平距離を読んで見ましょう。

ボール投げ

ビルの高さ（m）	100
重力の加速度（m/sec^2）	9.8
水平初速（m/sec）	40
時間間隔	0.2

経過時間	落下速度	水平速度	落下距離	水平距離	地上高さ
0	0	40	0	0	100
0.2	1.96	40	0.196	8	99.804
0.4	3.92	40	0.784	16	99.216
0.6	5.88	40	1.764	24	98.236
0.8	7.84	40	3.136	32	96.864

応用問題

問題 1： 多段ダム

例題 1 の上流ダムと下流ダムの中間にもう一つダムがある場合を考えてみましょう。中間ダムは 1 日当たり貯水量の 30%を下流ダムに放水するものとします。ただし、中間ダムの貯水量は当初ゼロとします。

この時上流ダム、中流ダム、下流ダムの水位（貯水量）の時間的変化はどうなるか想像してく

ださい。そして想像が正しいかどうか EXCEL でグラフを描いて確認してください。

問題 2：　ランチェスターの法則

これはイギリス人のエンジニア、F.W.Lanchester（1868－1946）が提案した理論です。ランチェスターの法則は軍事作戦や経営戦略にも利用されています。

東軍と西軍が戦争しています。東軍の兵士は 1 万人、西軍の兵士は 5,000 人とします。人数の少ない西軍は兵士は最新の兵器を所有し、その殺傷力は東軍の兵士が保持する兵器に比べ 1.5 倍の威力があるものとします(西軍の兵器の殺傷力を 0.3 とし、東軍のそれを 0.2 としてください)。会戦後、単位時間あたり東軍がこうむる戦死者は西軍の兵士＊西軍の武器殺傷力によって決まります。同様に西軍の戦死者は東軍の兵士＊東軍の武器殺傷力によって決まります。この戦いが一方が全滅するまで行われるとすると、その結末、勝利者はいずれか、生き残った兵士の数は幾人かを求めてください。

もし、兵器の殺傷力が同等であれば結果はどうなるでしょうか。

問題 3：　Y 社の物流システム

Y 社は製品（1 種類）を製造し、1 次問屋と 2 次問屋、さらに小売商を経由する流通チャネルを利用して消費者に製品を販売しています。

小売商は Y 社の商品を 2 次問屋から仕入れ、消費者の注文には手持ちの在庫から商品を販売します。もちろん、店頭在庫がない場合は販売を断っていました。小売商の在庫政策としては販売予測量の 2 倍に相当する在庫を期首に確保するというもので、そのため期末になると次期の在庫を補充するため、不足分を 2 次問屋に発注します。なお、小売商は次期の販売予測として直近の販売実績すなわち、当期の販売量を採用していました。

一方、小売商から注文を受けた 2 次問屋は注文に応えるほど十分の手持ち在庫がない場合には、不足分についての納品は断りましたが、在庫で納品できる分については注文に応じて翌期首直ちに小売商へ商品を配送しました。さらに、2 次問屋は次期の在庫補充のために 1 次問屋に対して、在庫補充のための発注を行い、1 次問屋はこれに対し翌期首に在庫があれば直ちに納品しました。

さらに、1 次問屋は 2 次問屋と同様次期の在庫補充のためメーカーに発注し、十分の在庫を確保しているメーカーは翌期首直ちに 1 次問屋の注文に応えて納品を行いました。

2 次問屋、1 次問屋とも次期販売のための在庫政策として販売予測の 2 倍を確保するというものでした。販売予測は（小売商と同様）直近の販売実績すなわち、当期の販売量としていました。なお、ここでの 1 期は 1 ヶ月を意味しています。この時、以下の質問に答えてください。

設問 1：

小売商、2 次問屋、1 次問屋の初期在庫が 200 で毎期の小売り需要が毎期 100 だとして、この安定した需要が 5 期続いたとします。各流通段階の在庫の推移を EXCEL で下図のような表を作成して下さい。

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	期	消費者需要	小売店			二次卸			一次卸			工場生産量
3			小売在庫	期末在庫	発注	二卸在庫	期末在庫	発注	一卸在庫	期末在庫	発注	
4	1	100	200	100	100	200	100	100	200	100	100	100
5	2	100	200	100	100	200	100	100	200	100	100	100
6	3	100	200	100	100	200	100	100	200	100	100	100
7	4	100	200	100	100	200	100	100	200	100	100	100
8	5	100	200	100	100	200	100	100	200	100	100	100

設問 2：

第 6 期に小売りの需要が 110 に上昇したとします。各流通段階の在庫はどのように変化するかを示して下さい。

設問 3：

第 6 期以降、需要がプラスマイナス 10%の範囲で循環したとします。すなわち、110, 100, 90, 100…と変動します。この時各流通段階の在庫はどう変化するでしょうか。

設問 4：

納品の頻度を 2 倍にして、半期に一回納品するようにします。半期の需要は 50 となります。このとき各流通段階の在庫はどうなりますか。

設問 5：

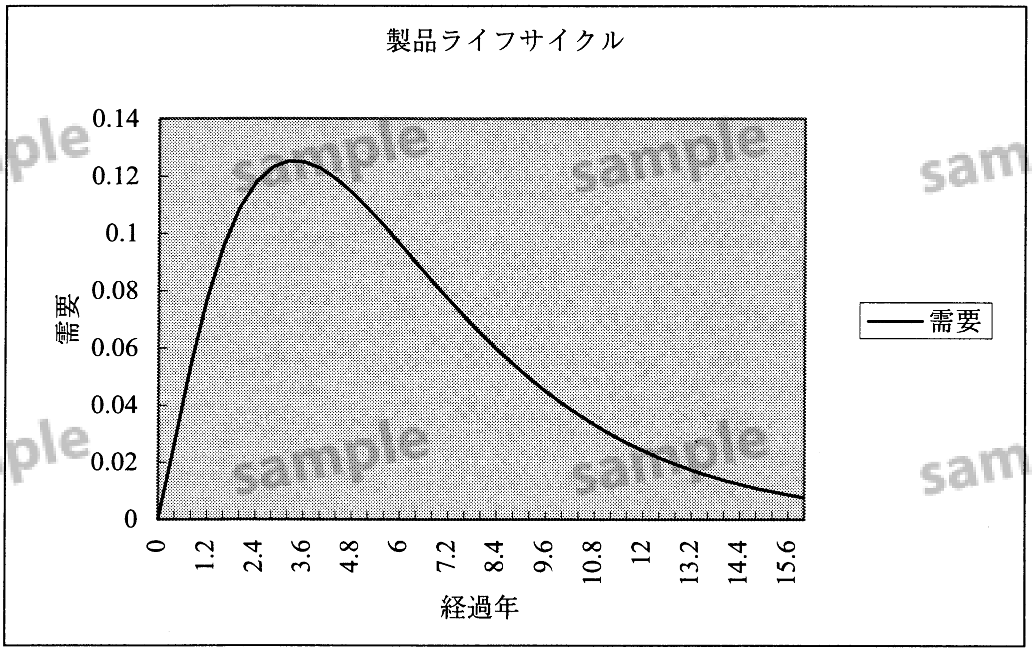
需要予測のやり方を 2 期、4 期の移動平均を使うと各流通段階の在庫はそれぞれどうなりますか。

設問 6：

過剰生産を避け、流通段階全体における品切れや過剰在庫を最小化するにはどうしたらよいでしょうか。幾つかの代替案の中から、最も優れた案を提案して下さい。(小売りにおける需要パターンをいろいろ変えて、代替案の評価・選択をして下さい)

問題 4： 製品ライフサイクル

新製品を販売すると販売量は最初ゆっくりと、その後次第に加速して増加し、そして次に伸び率が低下しはじめ、やがて最高の売上を達成した後には減少を続け、そしてついには消滅するという下図に示されるパターンをとることが多いといわれています。これは製品ライスサイクルとして知られています。



なぜこのようなパターンをとるかという理由はいろいろ考えられるところですが、次の普及モデルで説明することを考えてみましょう。

新製品が発売されると潜在市場の5%程度を閉めるイノベーターといわれる人々が購買します。この人々は新製品に常に興味を持ち、自ら資料や情報を集め、好奇心旺盛であって、価格が高くても気にせず買う人々です。イノベーターは行動がすばやく、新製品の良さを他の人々に伝えます。

評判を聞いた人々は興味を抱き、新製品を購買します。これらの人々は製品を知ってから購買するまでイノベーターほど俊敏ではありません。しかしやはり好奇心は平均以上に高く、価格が多少高くても購買すると考えられています。このような人々はアーリーアダプターと呼ばれる層で潜在市場の 20%から 30%を占めます。

マジョリティーといわれる人々は普及率が 20%を超えたあたりで、量産による価格低下が起きると購買に興味を持ちはじめます。他人が買ったといえばバスに乗り遅れないようにということで購買するわけです。これらの人々は潜在市場の 60%程度を占めていると考えられています。一方、どんなに普及してもめったなことでは購買しない層もあります。これらの人々は買わない

ことに誇りを感じているように見えます。すなわち、大衆とは一線を画すことが大事だと考える人々であり、マイナリティーと呼ばれています。

新製品がフラフープのように流行品で、リピート購買はないものとすれば、全期間の総購買数は潜在市場の大きさ以上にはならない。以上の仮説を下に製品ライフサイクルが結果として描かれるようなシステム・ダイナミクス・モデルを構築してください。ただし、潜在市場の大きさを1としてください。これができたら潜在市場が成長する場合、あるいはリピート購買がある場合、製品ライフサイクルのパターンにどのような変化があるかを検討してみるのも面白いでしょう。

問題5： 野兎とキツネ

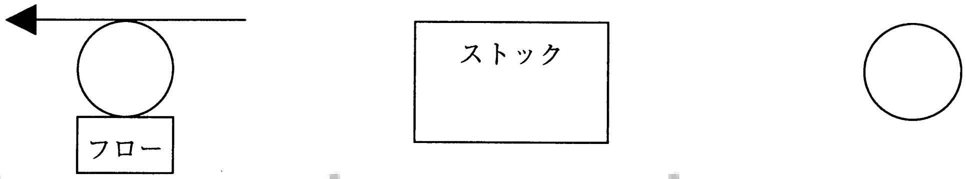
自然界は弱肉強食の世界ですが、野兎とキツネの関係も同様です。キツネは野兎を餌としています。餌が多いとキツネは個体数を増やしますが、キツネの個体数が増加しすぎると餌としての野兎が減少します。そうすると今度は餌不足のためにキツネの生存率が低下し、キツネの個体数が減少します。

一方、野兎は固有の繁殖率で増加しますが、個体数が増えて一定のエリアにおける個体数、つまり野兎の個体密度が増えるとキツネの餌食になりやすくなります。野兎が増加すると、その結果キツネの増加に繋がります。

設問1： この関係をステラの表記法で表現してください。

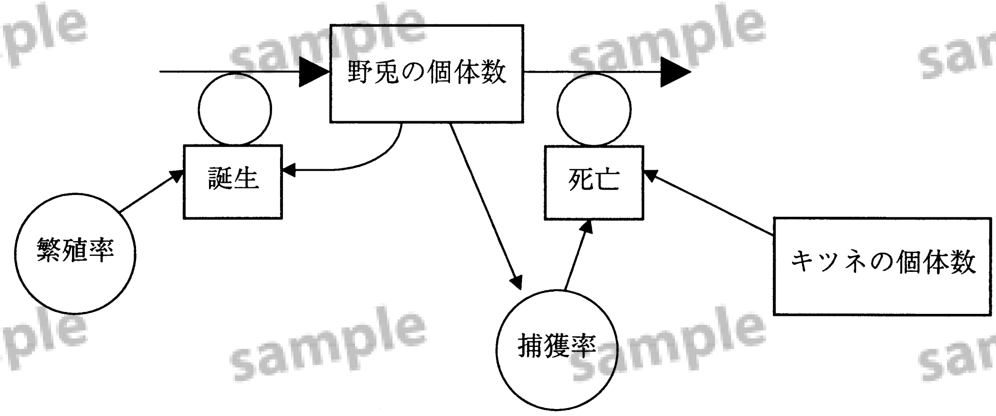
システムダイナミクス専用ソフトのステラ（STELLA）で定義される記号ではフロー変数、ストック変数、および補助変数を以下の記号で表現している。

（1）フロー変数　（2）ストック変数　（3）補助変数



この例では野兎の個体数はストック変数である。野兎の個体数は繁殖による誕生と餌食による死亡によって変化する。これら誕生および死亡はフロー変数である。フローは単位時間当たり数量として把握される。一方、ストックはその時点における量（状態量）である。フローとストックの違いは時間を止めてみるとわかりやすい。ある時点で時間の流れを止めてみると、その時点における野兎の個体数はある有限数として実存する。しかし誕生や死亡はゼロとなる。なぜなら誕生や死亡は一年間とか一ヶ月間とか一定期間を決めないと定義できないからである。瞬間の誕生数、死亡数はゼロである。

従って、野兎の個体数は次のモデルで示されることになる。野兎の個体数が増えると野兎の個体密度が上がり、捕獲率が高くなってその結果死亡が増える関係が示されている。一方、きつねの固体数は野兎の密度が 1 を切るとそれに比例して減少する（比例乗数＝1)。



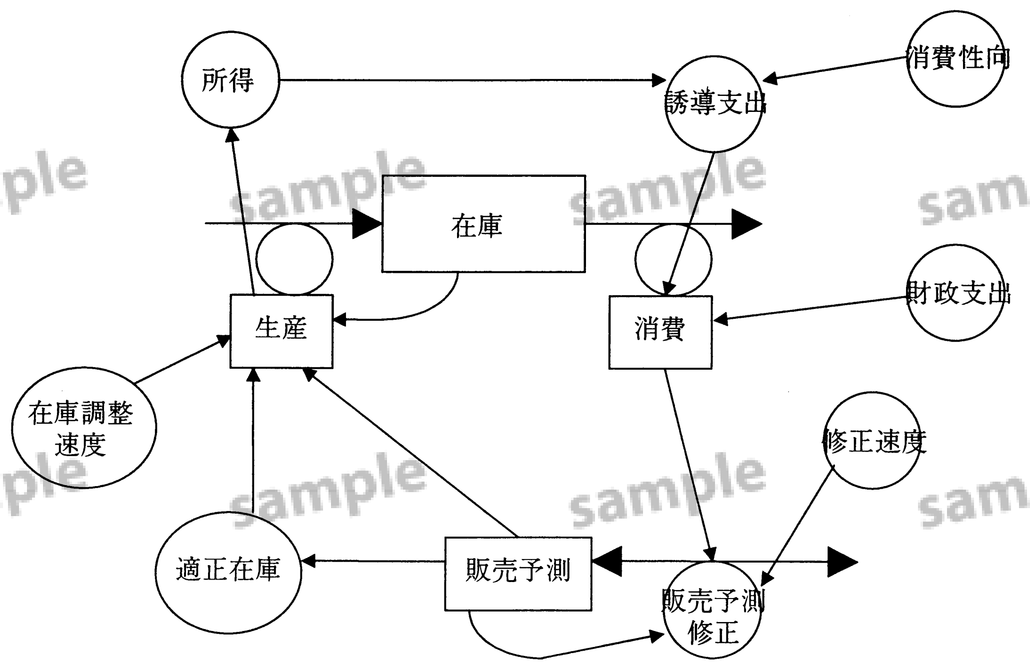
設問：

前問の関係を EXCEL で表現して、野兎、キツネの個体数の変化をグラフで示してください。ただし、初期値としては以下の表を参考にしてください。

時刻	野兎の個体数	野兎の繁殖率	生息地の野兎個体密度	キツネ1個体当たり捕獲数	野兎の捕獲数	キツネの個体数	キツネの繁殖率	キツネの生存率
0	1000	0.2	1	10	200	20	0.05	1
1	1000	0.2	1	10	210	21	0.05	1
2	990	0.2	0.99	9.9	216.112	21.8295	0.05	0.99

問題 6： ビジネスサイクル

以下に示されるダイアグラムはビジネスにおける活動サイクルを示しています。



メーカーは生産活動によって在庫を確保し、確保した在庫で販売します。販売、すなわち消費はこのモデルでは国民の誘導支出と政府の財政支出の合計額です。誘導支出は所得と消費性向（85%）から決まります。国民の所得は国民の総生産額に一致します。

財政支出は国の政策によって独立に決定されると考えますが、毎期 100 の支出があるものとします。

メーカーは消費金額をみて販売予測の修正を行います。販売予測と消費との間に差があれば修正しますが、修正の速さは修正速度によって決まります。ここでは修正速度を 100%。すなわち、販売予測と消費との間に差があれば、翌期差の 100%分予測値を修正します。販売予測修正はプラスもマイナスもあるので両向きの矢印が使われています。

修正された販売予測に基づいて適正在庫が決定され、販売量と適正在庫を確保するために生産が行われます。適正在庫は販売予測の 25%とします。ただし、適正在庫と実際の在庫との間に乖離があっても一遍に調整すると生産量が大きく変化して効率が低下するので、一期あたり乖離の 25%を調整することにします。

設問 1：

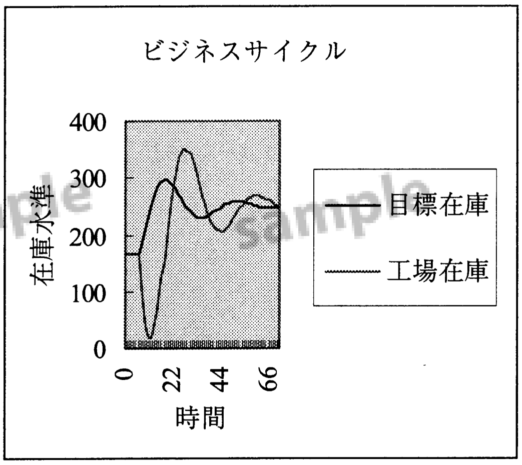
EXCEL を使って、以上のモデルを作成してください。ただし、初期値は以下の表を参考にしてください。

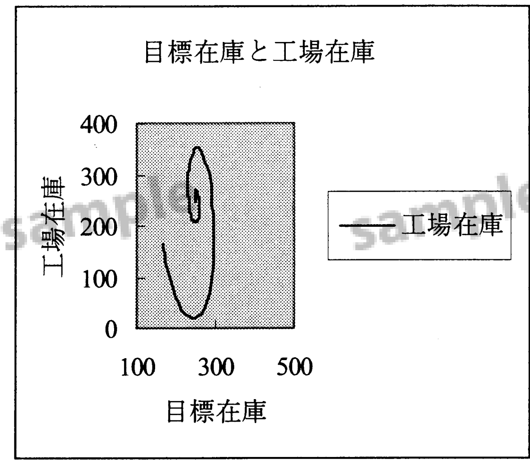
	政府支出	需要予測	調整	目標在庫	工場在庫	在庫調整	調整速度	生産	所得	消費性向	誘導支出	支出
0	100	667	1	166.7	166.7	0	0.25	666.7	666.7	0.85	566.7	666.7
1	100	667	1	166.7	166.7	0	0.25	666.7	666.7	0.85	566.7	666.7
2	100	667	1	166.7	166.7	0	0.25	666.7	666.7	0.85	566.7	666.7
3	100	667	1	166.7	166.7	0	0.25	666.7	666.7	0.85	566.7	666.7
4	100	667	1	166.7	166.7	0	0.25	666.7	666.7	0.85	566.7	666.7
5	100	667	1	166.7	166.7	0	0.25	666.7	666.7	0.85	566.7	666.7
6	150	667	1	166.7	166.7	0	0.25	666.7	666.7	0.85	566.7	716.7

設問 2：

第 6 期以降、政府の支出が 100 から 150 に変更になった場合、第 60 期までの表を完成してください。

その時、目標在庫と、工場在庫について時間的な変化をグラフに示してください。また、両者の関係を散布図でグラフに示してください。そして結果が以下のようになることを確認してください。





問題 7： シェア競争の落とし穴

規模の大きな魅力的な潜在市場でシェア重視の経営戦略を展開する企業（業界）の売上の推移をシステムダイナミクス・モデルで表現してください。

たとえば、二つの大企業 A 社と B 社がシェア競争をしているとします。A 社は B 社の実績を見て、来期の経営目標を立てます。例えば、B 社の実績が 10%アップなら、A 社はそれに負けない 12%アップの目標を立てるといった具合です。立てた目標を達成するためには、設備投資や販売促進を積極的に推進する必要があります。

一方、B 社は A 社に負けられません。従って、A 社の実績を見ながら来期の経営計画を立てます。このようなシェア競争の結果が市場の成長と成熟、飽和から衰退へと移行するライフサイクルにどのような影響を及ぼすでしょうか。これをシミュレーションするのが本題の目的です。

ただし、A 社、B 社といいましたが、同一市場でシェア競争する企業が何社あっても結局同様の結論になるはずです。要するに業界が最大限の努力をして、需要をできるだけ速く顕在化するとどうなるかを分析してみたいのです。需要の増大に応えるためには増設が必要です。増設のスピードが遅いと他社とのシェア競争に負けますから、この業界では設備投資が先行的に積極的に行われます。もちろん需要がなければ投資は行いませんが、急激に上昇する初期需要に応える必要があるため増設に対する投資性向は高いといえます。しかし積極的な増設を行ったとしても、それでも品不足が起きないことはないでしょう。そうでない業界に比べて、過剰生産能力を抱える程度が高いということです。

一方、設備能力の稼働率が低ければ低いほど、販売促進で売上拡大を図ろうとします。

工場建設には時間的なリードタイムがあります。増設を計画してから稼動するまで例えば 2 から 3 期が必要であると考えます。

また両者とも市場の規模は計画時点では正確に知り得ないものとします。従って、過去の実績データを分析して、販売計画を立てることになります。累積生産量が増大すれば、学習効果が働

いてコストが低下します。コストの低下を価格政策に反映して市場の拡大を計ることはこの業界では当然のマーケティング政策として認識しているものとします。

以上の基本情報に基づいて、モデルを構築してください。モデル構築にあたっては適切な仮定が必要となりますが、各自の工夫に任せます。

参　考：EXCEL でシステムダイナミクス・モデルを構築する場合、ストック変数の扱いに注意しないと循環参照のエラーが出ることがあります。循環参照とは特定のセルの値を計算する過程で自分自身のセルを参照している（すなわち、計算式にそのセルを使っている）ということです。こうしたエラーの原因としてストック変数の持つ特性が上げられます。ストック変数は時刻を指定しないと値が特定できません。例えば、1997 年度末の現金有高とか、今年度期首の固定資産といった具合です。これに対してフロー変数は期間を定めないと値が特定しない変数です。ストック変数を使う場合、時刻の設定に混同がある場合循環参照に陥るケースが多いのです。すなわち、期首を表す変数としてあるストック変数を使ったのに、その後同じ変数が期末を表す変数としても使われるようなことがあると問題が起きます。

このような問題を避けるために全てのストック変数を二つ設定することが有効です。すなわち、期首ストック、期末ストックの二つです。期首ストックが期末ストックに変化するためにはフローが必要になりますから、期首ストックと期末ストックの間にフローを挟む構成でワークシートを作成するわけです。以下の例を参考にしてください。

	期　首		期　中			期　末	
期間	固定資産	現金	売上	費用	設備投資	固定資産	現金
1							
2							
3							

さらに大規模なモデルを構築するときはシートごとに期首、期中、期末と分けるのも良いアイデアだと思います。

PERT

PERT は Program Evaluation and Review Technique の略でプロジェクトの進捗を管理するための強力な手法です。プロジェクト型の仕事は幾つかの作業単位から構成されておりますが、それらの作業間に時間的な順序関係が存在するのが普通です。例えば、作業 X を始めるためには作業 W が完了していることが必要であり、また作業 Y を開始するためには作業 X と作業Wが共に完了していることが必要であるといった具合です。

この場合、作業 W は作業 X あるいは、作業 Y の先行作業と呼ばれます。一般に、ある作業のすぐ前に終了していなければならない作業を先行作業と呼びます。逆に、作業 X は作業 W の後続作業と呼ばれます。PERT はこの先行、後続作業の関係を守りながら、最短時間を守ってプロジェクトを推進するために考えられた 管理手法です。

アローダイアグラム

作業の後続、先行関係に注目してこれを図表化することを考えます。まず、作業を矢線で表現し、その両端に円形の結合点をつけ、結合点で作業間を連結します。すなわち、直接先行、後続関係のある作業は直列に、そうでない作業は並列に連結します。作業間の先行、後続関係を正確に示すためにダミー作業という現実には存在しない作業を導入することがあります。ダミー作業は作業時間が 0 の作業であり、一般に点矢線で表示します。

全ての作業について表示が済めば、最後に連結点に番号をつけます。番号をつけるにあたって次のルールを守らなければなりません。すなわち、作業開始につけられた番号は同じ作業完了につけられた番号よりも必ず若くなければならないということです。つまり、矢線の根本につけられた番号は矢先の番号よりも若くなければなりません。ただし、番号は必ずしも連番でなくても結構です。

以下にアローダイアグラムの例を示します。

A から G までの 7 作業の先行、後続関係が表 1 のようになっているとき、これをアローダイアグラムで表現すると図 1 の様になります。

作業	先行作業	所用日数
A	なし	7
B	なし	5
C	なし	2
D	A	6
E	A	8
F	A, B	7
G	C, D, F	9

表 1

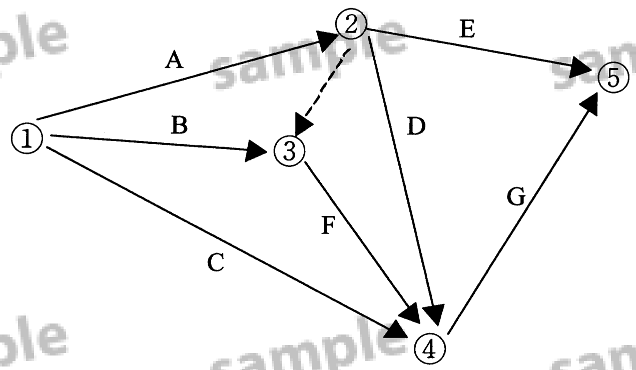


図 1

図 1 において、結合点 2 と 3 を結ぶ作業は点矢線で結ばれていますがこれはダミー作業です。これによって作業 D, E の先行作業が A であり、F の先行作業が A と B であることを正しく表現しているのです。このようにダミー作業を導入することで先行、後続関係を正しく表現することができます。

PERT による分析

図 1 において、結節点（ノード）2 の状態は作業Aが完了した状態を表しています。同様に結節点 3 は作業 B とダミーを介して作業 A が完了している状態を表しています。プロジェクトが始まってから各結節点の状態が最も早く実現する時間のことを最早生起時間と呼びますが、そうすると最終結節点である 5 の最早生起時刻がプロジェクトの一番はやい完了時間となります。以下に各結節点の最早生起時刻を計算し、表にすると次のようになります。

ノード番号	1	2	3	4	5
最早生起時刻	0	7	7	14	23

これよりプロジェクトが最も早く完了しても 23 日必要であることが分かります。

さて、プロジェクトを 23 日で完了するために、各結節点の状態が実現するのに許される最も遅い時刻を最遅生起時刻と呼びますが、次にこれについて考えてみることにします。例えば、結節点 4 は作業 G に 9 日必要ですから結節点 5 を 23 日に実現するためには遅くとも 14 日までに実現していなければなりません。これによって結節点 4 の最遅生起時刻は 14 日となります。同様に結節点 3 の場合は 7 日となります。以下に各結節点の最遅生起時刻を計算し、表にすると以下のようになります。

ノード番号	5	4	3	2	1
最遅生起時刻	23	14	7	7	0

この結果をもとに、各作業についての分析が容易にできることになります。以下は基本的な PERT 分析の結果例です。

PERT 分析結果

					最早開始	最早完了	最遅開始	最遅完了	全余裕	自由余裕	ｸﾘﾃｨｶﾙﾊﾟｽ
番号	FROM	TO	作業名	所用時間	ES	EF	LS	LF	TF	FF	CP
1	1	2	A	7	0	7	0	7	0	0	*
2	1	3	B	5	0	5	2	7	2	2	
3	1	4	C	2	0	2	12	14	12	12	
4	2	3	Dummy	0	7	7	7	7	0	0	*
5	2	4	D	6	7	13	8	14	1	1	
6	2	5	E	8	7	15	15	23	8	8	
7	3	4	F	7	7	14	7	14	0	0	*
8	4	5	G	9	14	23	14	23	0	0	*

なお、ここで使われている略記号は以下の意味で使われております。

1. ES：最早開始時刻、作業を最も早く開始できる時刻。
2. EF：最早完了時刻、作業を最も早く完了できる時刻。
3. LS：最遅開始時刻、作業をこれ以上遅く開始すると全体の完了時刻に遅れが発生するので、ぎりぎり守らなければならない時刻。
4. LF：最遅完了時刻、作業をこれ以上遅く完了すると全体の完了時刻に遅れが発生する。
5. TF：全余裕、最遅開始時刻－最早開始時刻で示される。つまり採用開始時刻を過ぎても全余裕の範囲内に作業を開始すれば、全体の完了時刻に遅れが発生しない。
6. FF：自由余裕、最早開始時刻を過ぎても自由余裕の範囲であれば後続作業に何の影響も

与えずに作業を遅らせることができる。つまり、自由余裕の範囲内であれば、後続作業は最早開始時刻で作業を開始することもできる。

7. CP：クリティカル・パス、全余裕がゼロの作業を結んでできる道順をクリティカル・パスという。クリティカル・パス上の作業が全体のプロジェクトの長さを決定し、日程を延長しないために、管理上最も重要な作業であるため、“*”印が付されている。

たとえば、作業Dを例に考えてみると、作業Dは結節点2-4を結ぶ作業です。結節点2の最早生起時刻は7日であり、従って、作業Dの最早開始時刻は7日です。作業Dには6作業日かかるので最早完了時刻は従って13日となります。一方、作業Dの最遅完了時刻は14日ですので、作業日数6日を考えれば最遅開始時刻は8日でなければなりません。結節点4の最早生起時刻は14日であり、結節点2の最早生起時刻は7日です。作業Dが最早生起時刻の7日から作業をはじめて作業日6日経っても後続作業の最早開始時刻の14日までまだ1日余裕があります。これが自由余裕です。

図1のダイアグラムにクリティカル・パスを描いてみましょう。

問題1：

あるプロジェクトを構成する作業と各作業の先行､後続関係が以下の表のように示されるとき､アローダイアグラムを作成した後、PERTによる分析をして下さい。

作業名	先行作業	所用日数
A	なし	10
B	A	2
C	B	2
D	A	8
E	D	4
F	B	7
G	B	13
H	D, F, G	4
I	C, E, F, G	3
J	H, I	1

問題2：

PERT分析のための汎用パッケージをEXCELで作成してみて下さい。ただし、最大の作業数は30までとします。（上級問題）

ヒント：入力データ、検査済みデータ、最早生起時刻、最早生起時刻、PERT 分析表、バーチャートという 6 枚のワークシートを用意します。

第 1 シートには「入力データ」という名前をつけて、ここには以下の様式でデータを入力します。データは例題と同じものを使うことにしましょう。

	B	C	D	E	F	G
2						
3		入力データ				
4	番号	FROM	TO	作業名	所用時間	
5	1	1	2	A	7	
6	2	1	3	B	5	
7	3	1	4	C	2	
8	4	2	3	Dummy	0	
9	5	2	4	D	6	
10	6	2	5	E	8	
11	7	3	4	F	7	
12	8	4	5	G	9	
13	9					
14	10					
15	11					
16	12					
17	13					
18	14					

第 2 シートには「検査済みデータ」と名前をつけて、入力データを FROM を第 1 キー、TO を第 2 キーにして昇順でソートしたものを貼り付けます。この時、データ多数や最大番号も表示させます。

	B	C	D	E	F	G
2	データ数		検査済みデータ		最大番号	
3	8				5	
4	番号	FROM	TO	作業名	所用時間	
5	1	1	2	A	7	
6	2	1	3	B	5	
7	3	1	4	C	2	
8	4	2	3	Dummy	0	
9	5	2	4	D	6	
10	6	2	5	E	8	
11	7	3	4	F	7	
12	8	4	5	G	9	
13						
14						

検査済みデータに基づいて、第 3 シート「最早生起時刻」を以下の様式で作成します。

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2											
3	番号	FROM	TO	作業名	所用時間	NODE	1	2	3	4	5
4						最早生起時間	0	7	7	14	23
5	1	1	2	A	7			7			
6	2	1	3	B	5				5		
7	3	1	4	C	2					2	
8	4	2	3	Dummy	0				7		
9	5	2	4	D	6					13	
10	6	2	5	E	8						15
11	7	3	4	F	7					14	
12	8	4	5	G	9						23
13	9										
14	10										

第 4 シート「最遅生起時刻」を以下の様式で作成します。

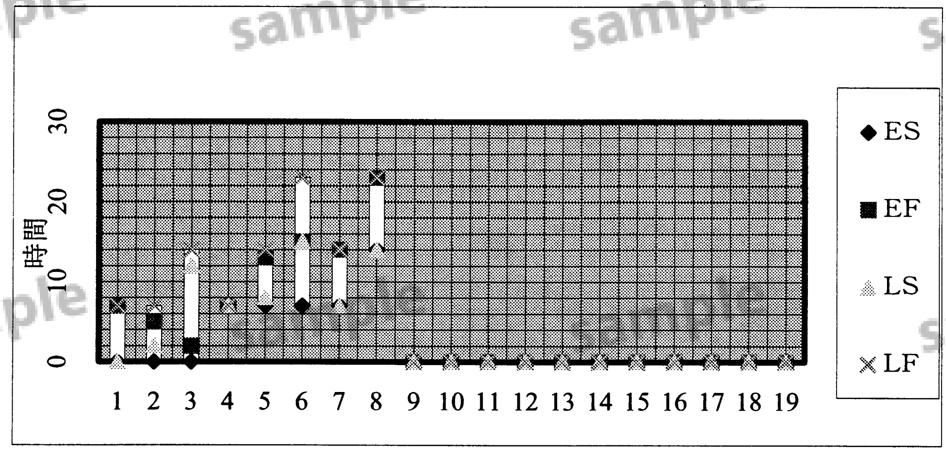
	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2											
3	番号	FROM	TO	作業名	所用時間	NODE	5	4	3	2	1
4						最遅生起時間	23	14	7	7	0
5	1	1	2	A	7						0
6	2	1	3	B	5						2
7	3	1	4	C	2						12
8	4	2	3	Dummy	0					7	
9	5	2	4	D	6					8	
10	6	2	5	E	8					15	
11	7	3	4	F	7				7		
12	8	4	5	G	9			14			
13	9										
14	10										
15	11										

シート「最早生起時刻」と「最遅生起時刻」が完成すれば、あとの「PERT 分析結果」は比較的簡単に作れるはずです。

第 5 シート「PERT 分析結果」は以下の様式で作って下さい。

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	PERT 分析結果											
3						最早開始	最早完了	最遅開始	最遅完了	全余裕	自由余裕	ｸﾘﾃｨｶﾙﾊﾟｽ
4	番号	FROM	TO	作業名	所用時間	ES	EF	LS	LF	TF	FF	CP
5	1	1	2	A	7	0	7	0	7	0	0	*
6	2	1	3	B	5	0	5	2	7	2	2	
7	3	1	4	C	2	0	2	12	14	12	12	
8	4	2	3	Dummy	0	7	7	7	7	0	0	*
9	5	2	4	D	6	7	13	8	14	1	1	
10	6	2	5	E	8	7	15	15	23	8	8	
11	7	3	4	F	7	7	14	7	14	0	0	*
12	8	4	5	G	9	14	23	14	23	0	0	*

「バーチャート」は以下の例を参考にしてください。

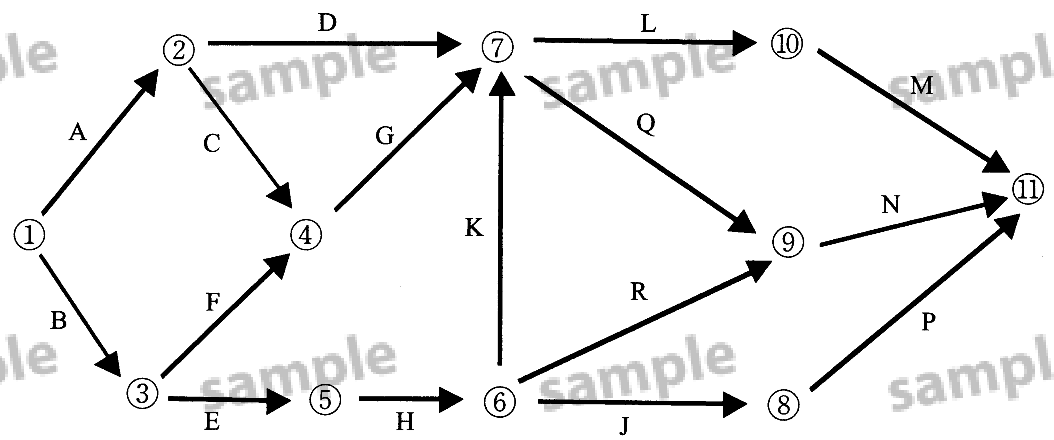


この問題はデータ数が変わっても、PERT 分析ができるように汎用性のあるようにするのが大事な課題となります。できる限り余計な入力をしないでも結果が出るように工夫して下さい。

問題 3： アローダイアグラムの分析

以下に示す表は作業間の前後関係とそれを処理するための標準作業時間、標準作業時間を 2 時間短縮するための必要コスト、短縮可能な時間を示しています。例えば作業 A は標準が 19 時間ですが、18 時間で行うためには 3 万円の費用が必要となります。17 時間で行うには 6 万円が必要ですが、これ以上はいくら費用を出しても短縮できません。短縮幅の限度が 2 時間であるからです。下にはアローダイアグラムが示されています。

番号	FROM	TO	作業名	標準処理時間	時間短縮のコスト	短縮幅の限度
1	1	2	A	19	3	2
2	1	3	B	7	1	1
3	2	4	C	4	5	1
4	2	7	D	20	7	4
5	3	5	E	12	3	3
6	3	4	F	5	9	1
7	4	7	G	7	7	1
8	5	6	H	14	2	3
9	6	8	J	16	5	2
10	6	7	K	21	6	5
11	7	10	L	8	1	1
12	10	11	M	13	2	3
13	9	11	N	12	3	3
14	8	11	P	5	3	1
15	7	9	Q	7	4	1
16	6	9	R	9	8	1



これについて以下の設問に答えなさい。

設問 1：

各作業が標準処理時間で行われるとして、これを PERT で分析しクリティカル・パスをアローダイアグラム上に表示しなさい。

設問 2：

前問で求めた最短完了時間を 8 時間短縮したいとき、最少の費用で行うためにはどの作業を何時間短縮すれば良いでしょうか。問題解決の方法と解答を示しなさい。