慶應義塾大学ビジネス・スクール

利子率の期間構造に関する基礎知識

本ノートは，債務証券選択の意思決定に必要な，「利子率の期間構造(The Term Structure of Interest Rates)」に関する基礎知識を明らかにしようとするものである。

債券ポートフォリオ選択に際して，必要とされる債務証券の属性についての情報としては，当該債券の発行価格，売買単位，確定利子の水準，転換性，債券の格付け，担当の有無，劣後性，償還条件，その他，債務制限条項上の規定で定められている諸項目が挙げられよう。債券は，これら諸属性の組合わせによって，その価値が定まっていると考えられる。これら諸々の属性の中でも，最も代表的と思われる相違点は，諸証券間の利廻りであろう。債務証券の選択に直面する投資家は，一般に，諸債券の利廻りを比較して，取捨選択する。これは，債務証券の諸属性が，当該証券の利廻りに，すべて反映していると考えられるからであろう。かかる債務証券の市場には，種々の属性を代表した利廻りを示す債券の利廻りスペクトルが出現している。経済学でいう「利子率 (The Rate of Interest)」とは，この利廻りスペクトルを何らかの意味で代表する単一のレートのことを指すのである。債務証券の評価式で，利廻りを決定するのは，当該証券の市場価格，確定利子（クーポン），それに，満期までの残存期間である。いま，Ｐを債務証券の市場価格，Ｃを確定利子（クーポン），満期までの残存期間をＮ，満期償還価格をＦとすると，利廻り(R)は，次の式の変数Ｒを解くことによって得られる。すなわち，

$$P = \frac{C}{(1+R)} + \frac{C}{(1+R)^2} + \cdots\cdots + \frac{C}{(1+R)^N} + \frac{F}{(1+R)^N}$$

$$= \sum_{t=1}^{N} \frac{C}{(1+R)^t} + \frac{F}{(1+R)^N}$$

財務管理の知識がある読者には，上の式から，債務証券の利廻りとは，当該証券の満期時，までの保有により入手できるキャッシュ・フローを現時点の債券市場価格に等しからしめる割引率，すなわち，内部収益率 (The Internal Rate of Return) になっていることが明らかであろう。例えば，クーポン・レート８.８％，満期償還金額（額面価格）１００円，現時点の市場価格１０４円，満期までの残存期間１０年の債券の利廻りは，

$$104^{(円)} = \sum_{t=1}^{10} \frac{8.8^{(円)}}{(1+R)^t} + \frac{100^{(円)}}{(1+R)^{10}}$$

なる関係式からＲを解いて，Ｒ≒８.２０(%) であることがわかる。簡便法としては，Ｒの

近似値を，クーポン収益8.８　円に，市場価格１０４円で購入した債券を満期まで保有した場合の資本損失額であるマイナス４円の年平均値，－0.４円（＝４(円)／１０(年)）を加えて年の平均収益8.４円とし，初期投資額１０４円と満期償還額１００円との平均値１０２円（（１０４(円)＋１００(円)）／２）との商，

$$\frac{8.8-0.4}{\frac{(104+100)}{2}}=\frac{8.4}{102}\fallingdotseq 8.24\,(\%)$$

として求めることも可能である。クーポンが１年ごとではなくて，半年ごとに支払われる場合の利廻りを求める算式は，

$$P=\sum_{t=1}^{2N}\frac{C/2}{(1+\frac{R}{2})^{t}}+\frac{F}{(1+\frac{R}{2})^{2N}}$$

のようになる。上の例では，

$$104=\sum_{t=1}^{20}\frac{8.8/2}{(1+\frac{R}{2})^{t}}+\frac{100}{(1+\frac{R}{2})^{20}}$$

より，R／２は，約4.１％となることがわかる。このような計算を，その都度行うことは煩瑣であるため，債券価値表なるものが市販されている。債券価値表は，クーポン・レートの水準に応じて，利廻りと残存期間と債券価値との関係を予め算出しておいて，表にしたものである。この債券価値表を利用すると，利廻り計算を簡単にすることができ，大変便利である（巻末附録の「利廻りを求めるためのベーシック・プログラム」も参照のこと）。市販の債券価値表の一例を以下に掲げる。

　ここで，もう少し詳細に，クーポン・レート，利廻り，債券価値の間の関係について考察することにしよう。利廻りの算出式より，

$$P=\sum_{t=1}^{N}\frac{C}{(1+R)^{t}}+\frac{F}{(1+R)^{N}}$$

$$\therefore\ \frac{dP}{dR}=-\left[\sum_{t=1}^{N}\frac{tC}{(1+R)^{t}}+\frac{NF}{(1+R)^{N}}\right]\frac{1}{(1+R)}$$

上の式の値の附号が常に負であることから，利廻りと債券価値とは反対の動きをする，すなわち，債券価格が上昇すれば，利廻りは下がり，債券価格が下落すれば，利廻りが上昇

ｸｰﾎﾟﾝ 8.000%

ﾈﾝｰﾂｷ	11- 1	11- 2	11- 3	11- 4	11- 5	11- 6	11- 7	11- 8	11- 9	11-10	11-11	12- 0	ﾈﾝｰﾂｷ
3.00%	141.588	141.822	142.056	142.288	142.520	142.750	142.980	143.209	143.438	143.665	143.891	144.117	3.00%
3.10%	140.420	140.646	140.871	141.095	141.318	141.540	141.762	141.982	142.202	142.421	142.639	142.857	3.10%
3.20%	139.271	139.489	139.705	139.921	140.136	140.350	140.564	140.776	140.988	141.199	141.409	141.618	3.20%
3.30%	138.141	138.351	138.559	138.767	138.974	139.180	139.386	139.590	139.794	139.997	140.199	140.401	3.30%
3.40%	137.029	137.231	137.432	137.632	137.831	138.030	138.227	138.424	138.620	138.816	139.010	139.204	3.40%
3.50%	135.935	136.129	136.322	136.515	136.707	136.898	137.088	137.278	137.466	137.654	137.841	138.028	3.50%
3.60%	134.858	135.045	135.231	135.416	135.601	135.785	135.968	136.150	136.331	136.512	136.697	136.871	3.60%
3.70%	133.798	133.978	134.157	134.335	134.512	134.689	134.865	135.040	135.215	135.388	135.561	135.734	3.70%
3.80%	132.754	132.927	133.099	133.271	133.441	133.611	133.780	133.949	134.116	134.283	134.449	134.615	3.80%
3.90%	131.727	131.893	132.059	132.223	132.387	132.550	132.713	132.875	133.036	133.196	133.356	133.514	3.90%
4.00%	130.715	130.875	131.034	131.192	131.350	131.506	131.662	131.818	131.972	132.126	132.279	132.432	4.00%
4.10%	129.719	129.873	130.025	130.177	130.328	130.479	130.628	130.777	130.926	131.073	131.220	131.367	4.10%
4.20%	128.738	128.885	129.032	129.177	129.322	129.467	129.610	129.753	129.896	130.037	130.178	130.319	4.20%
4.30%	127.772	127.913	128.053	128.193	128.332	128.471	128.608	128.745	128.882	129.018	129.153	129.287	4.30%
4.40%	126.820	126.955	127.090	127.224	127.357	127.490	127.621	127.753	127.883	128.014	128.143	128.272	4.40%
4.50%	125.882	126.012	126.141	126.269	126.396	126.523	126.650	126.775	126.901	127.025	127.149	127.272	4.50%
4.60%	124.958	125.082	125.205	125.328	125.450	125.572	125.693	125.813	125.933	126.052	126.170	126.288	4.60%
4.70%	124.047	124.166	124.284	124.401	124.518	124.634	124.750	124.865	124.979	125.093	125.206	125.319	4.70%
4.80%	123.150	123.263	123.376	123.488	123.600	123.711	123.821	123.931	124.040	124.149	124.257	124.365	4.80%
4.90%	122.266	122.374	122.481	122.588	122.695	122.801	122.906	123.011	123.115	123.219	123.322	123.425	4.90%
5.00%	121.394	121.497	121.600	121.702	121.803	121.904	122.005	122.105	122.204	122.303	122.402	122.500	5.00%
5.10%	120.534	120.632	120.730	120.828	120.924	121.021	121.116	121.212	121.306	121.401	121.494	121.588	5.10%
5.20%	119.687	119.780	119.873	119.966	120.058	120.150	120.241	120.331	120.422	120.511	120.600	120.689	5.20%
5.30%	118.851	118.940	119.028	119.117	119.204	119.291	119.378	119.464	119.550	119.635	119.720	119.804	5.30%
5.40%	118.027	118.111	118.195	118.279	118.362	118.445	118.527	118.609	118.690	118.771	118.852	118.932	5.40%
5.50%	117.214	117.294	117.374	117.453	117.532	117.611	117.688	117.766	117.843	117.920	117.996	118.072	5.50%
5.60%	116.412	116.488	116.564	116.639	116.714	116.788	116.862	116.935	117.008	117.080	117.153	117.224	5.60%
5.70%	115.622	115.694	115.765	115.836	115.906	115.977	116.046	116.116	116.185	116.253	116.321	116.389	5.70%
5.80%	114.842	114.909	114.977	115.044	115.110	115.176	115.242	115.308	115.373	115.437	115.502	115.566	5.80%
5.90%	114.072	114.136	114.199	114.262	114.325	114.387	114.449	114.511	114.572	114.633	114.693	114.754	5.90%
6.00%	113.313	113.373	113.432	113.492	113.550	113.609	113.667	113.725	113.782	113.840	113.896	113.953	6.00%
6.10%	112.564	112.620	112.676	112.731	112.786	112.841	112.896	112.950	113.004	113.057	113.111	113.163	6.10%
6.20%	111.824	111.877	111.929	111.981	112.032	112.084	112.135	112.185	112.236	112.286	112.335	112.385	6.20%
6.30%	111.094	111.143	111.192	111.240	111.288	111.336	111.384	111.431	111.478	111.524	111.571	111.617	6.30%
6.40%	110.374	110.419	110.465	110.510	110.554	110.599	110.643	110.687	110.730	110.773	110.816	110.859	6.40%
6.50%	109.663	109.705	109.747	109.788	109.830	109.871	109.912	109.952	109.992	110.032	110.072	110.112	6.50%
6.60%	108.961	109.000	109.038	109.077	109.115	109.152	109.190	109.227	109.264	109.301	109.338	109.375	6.60%
6.70%	108.268	108.303	108.339	108.374	108.409	108.443	108.478	108.512	108.546	108.580	108.614	108.647	6.70%
6.80%	107.584	107.616	107.648	107.680	107.712	107.744	107.775	107.806	107.837	107.868	107.899	107.929	6.80%
6.90%	106.908	106.937	106.966	106.995	107.024	107.053	107.081	107.109	107.137	107.165	107.193	107.221	6.90%
7.00%	106.241	106.267	106.293	106.319	106.345	106.371	106.396	106.422	106.447	106.472	106.497	106.521	7.00%
7.10%	105.582	105.605	105.628	105.652	105.674	105.697	105.720	105.742	105.765	105.787	105.809	105.831	7.10%
7.20%	104.931	104.951	104.972	104.992	105.012	105.032	105.052	105.072	105.092	105.111	105.130	105.150	7.20%
7.30%	104.288	104.306	104.323	104.341	104.358	104.376	104.393	104.410	104.427	104.444	104.460	104.477	7.30%
7.40%	103.653	103.668	103.683	103.698	103.713	103.727	103.742	103.756	103.771	103.785	103.799	103.813	7.40%
7.50%	103.026	103.038	103.050	103.063	103.075	103.087	103.099	103.111	103.122	103.134	103.146	103.157	7.50%
7.60%	102.406	102.416	102.425	102.435	102.445	102.454	102.464	102.473	102.482	102.492	102.501	102.510	7.60%
7.70%	101.793	101.801	101.808	101.815	101.822	101.829	101.836	101.843	101.850	101.857	101.864	101.871	7.70%
7.80%	101.188	101.193	101.198	101.203	101.207	101.212	101.217	101.221	101.226	101.230	101.235	101.239	7.80%
7.90%	100.590	100.593	100.595	100.597	100.600	100.602	100.604	100.607	100.609	100.611	100.613	100.616	7.90%

P.1193

ｸｰﾎﾟﾝ 8.000%

ﾈﾝｰﾂｷ	11- 1	11- 2	11- 3	11- 4	11- 5	11- 6	11- 7	11- 8	11- 9	11-10	11-11	12- 0	ﾈﾝｰﾂｷ
8.00%	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	8.00%
8.10%	99.415	99.413	99.411	99.409	99.406	99.404	99.402	99.400	99.397	99.395	99.393	99.391	8.10%
8.20%	98.838	98.834	98.829	98.825	98.820	98.816	98.811	98.807	98.803	98.798	98.794	98.790	8.20%
8.30%	98.268	98.261	98.254	98.248	98.241	98.234	98.228	98.221	98.215	98.209	98.202	98.196	8.30%
8.40%	97.704	97.695	97.686	97.677	97.668	97.660	97.651	97.643	97.634	97.626	97.617	97.609	8.40%
8.50%	97.146	97.135	97.124	97.113	97.102	97.092	97.081	97.071	97.060	97.050	97.039	97.029	8.50%
8.60%	96.595	96.582	96.569	96.556	96.543	96.530	96.518	96.505	96.493	96.481	96.468	96.456	8.60%
8.70%	96.050	96.035	96.020	96.005	95.990	95.976	95.961	95.947	95.932	95.918	95.904	95.890	8.70%
8.80%	95.511	95.494	95.477	95.460	95.443	95.427	95.411	95.394	95.378	95.362	95.346	95.330	8.80%
8.90%	94.978	94.959	94.940	94.922	94.903	94.885	94.866	94.848	94.830	94.812	94.795	94.777	8.90%
9.00%	94.451	94.430	94.409	94.389	94.369	94.348	94.328	94.308	94.289	94.269	94.250	94.230	9.00%
9.10%	93.930	93.907	93.885	93.862	93.840	93.818	93.796	93.775	93.753	93.732	93.711	93.690	9.10%
9.20%	93.414	93.390	93.366	93.342	93.318	93.294	93.270	93.247	93.224	93.201	93.178	93.155	9.20%
9.30%	92.904	92.878	92.852	92.827	92.801	92.776	92.750	92.725	92.700	92.676	92.651	92.627	9.30%
9.40%	92.400	92.372	92.345	92.317	92.290	92.263	92.236	92.209	92.183	92.157	92.131	92.105	9.40%
9.50%	91.901	91.872	91.842	91.813	91.784	91.756	91.727	91.699	91.671	91.643	91.616	91.588	9.50%
9.60%	91.408	91.377	91.346	91.315	91.284	91.254	91.224	91.194	91.165	91.136	91.106	91.078	9.60%
9.70%	90.920	90.887	90.854	90.822	90.790	90.758	90.727	90.695	90.664	90.633	90.603	90.573	9.70%
9.80%	90.437	90.402	90.368	90.334	90.301	90.267	90.234	90.202	90.169	90.137	90.105	90.073	9.80%
9.90%	89.959	89.923	89.887	89.852	89.817	89.782	89.748	89.713	89.679	89.646	89.612	89.579	9.90%
10.00%	89.486	89.448	89.411	89.374	89.338	89.302	89.266	89.230	89.195	89.160	89.125	89.090	10.00%
10.10%	89.018	88.979	88.940	88.902	88.864	88.827	88.789	88.752	88.716	88.679	88.643	88.607	10.10%
10.20%	88.555	88.514	88.474	88.435	88.396	88.357	88.318	88.280	88.241	88.204	88.166	88.129	10.20%
10.30%	88.096	88.055	88.013	87.972	87.932	87.891	87.851	87.812	87.772	87.733	87.695	87.656	10.30%
10.40%	87.643	87.600	87.557	87.515	87.473	87.431	87.390	87.349	87.308	87.268	87.228	87.188	10.40%
10.50%	87.194	87.149	87.106	87.062	87.019	86.976	86.933	86.891	86.849	86.807	86.766	86.725	10.50%
10.60%	86.749	86.704	86.659	86.614	86.569	86.525	86.481	86.438	86.395	86.352	86.309	86.267	10.60%
10.70%	86.310	86.263	86.216	86.170	86.124	86.079	86.034	85.989	85.945	85.901	85.857	85.814	10.70%
10.80%	85.874	85.826	85.778	85.731	85.684	85.637	85.591	85.545	85.500	85.455	85.410	85.365	10.80%
10.90%	85.443	85.394	85.345	85.296	85.248	85.200	85.153	85.106	85.059	85.013	84.967	84.922	10.90%
11.00%	85.016	84.966	84.916	84.866	84.817	84.768	84.719	84.671	84.623	84.576	84.529	84.482	11.00%
11.10%	84.594	84.542	84.491	84.440	84.390	84.339	84.290	84.241	84.192	84.143	84.095	84.048	11.10%
11.20%	84.176	84.123	84.070	84.018	83.967	83.916	83.865	83.815	83.765	83.715	83.666	83.617	11.20%
11.30%	83.761	83.707	83.654	83.601	83.548	83.496	83.444	83.393	83.342	83.291	83.241	83.191	11.30%
11.40%	83.351	83.296	83.242	83.187	83.134	83.080	83.028	82.975	82.923	82.872	82.821	82.770	11.40%
11.50%	82.945	82.889	82.833	82.778	82.723	82.669	82.615	82.562	82.509	82.456	82.404	82.352	11.50%
11.60%	82.543	82.486	82.429	82.373	82.317	82.262	82.207	82.152	82.099	82.045	81.992	81.939	11.60%
11.70%	82.145	82.086	82.029	81.971	81.915	81.858	81.803	81.747	81.692	81.638	81.584	81.530	11.70%
11.80%	81.750	81.691	81.632	81.574	81.516	81.459	81.402	81.346	81.290	81.235	81.180	81.125	11.80%
11.90%	81.359	81.299	81.239	81.180	81.122	81.063	81.006	80.949	80.892	80.836	80.780	80.724	11.90%
12.00%	80.972	80.911	80.851	80.790	80.731	80.672	80.613	80.555	80.497	80.440	80.384	80.327	12.00%
12.10%	80.589	80.527	80.465	80.404	80.344	80.284	80.224	80.165	80.107	80.049	79.991	79.934	12.10%
12.20%	80.209	80.146	80.084	80.022	79.960	79.900	79.839	79.779	79.720	79.661	79.603	79.545	12.20%
12.30%	79.833	79.769	79.706	79.643	79.581	79.519	79.458	79.397	79.337	79.277	79.218	79.159	12.30%
12.40%	79.460	79.396	79.331	79.268	79.205	79.142	79.080	79.019	78.958	78.897	78.837	78.778	12.40%
12.50%	79.091	79.026	78.961	78.896	78.832	78.769	78.706	78.644	78.582	78.521	78.460	78.400	12.50%
12.60%	78.725	78.659	78.593	78.528	78.463	78.399	78.335	78.272	78.210	78.147	78.086	78.025	12.60%
12.70%	78.363	78.296	78.229	78.163	78.097	78.032	77.968	77.904	77.841	77.778	77.716	77.654	12.70%
12.80%	78.004	77.936	77.868	77.801	77.735	77.669	77.604	77.540	77.476	77.412	77.349	77.287	12.80%
12.90%	77.648	77.579	77.511	77.443	77.376	77.310	77.244	77.178	77.114	77.049	76.986	76.923	12.90%

資料出所：「新債券利回表」〔昭和５３年版〕　　P.1194

社団法人　公社債引受協会

することが明らかである。この債券の上昇幅，下落幅は，債券のクーポン・レートと満期償還価格が同じであれば，満期までの残存期間が長ければ長いほど増幅されて大きくなる。このことを，債券価値表から拾った数値によって確めてみよう。

附表２〔クーポン・レート＝８％〕

利廻り		5.00%	6.00%	7.00%
残存期間	１　年	102.89	101.91	100.95
	２　年	105.64	103.72	101.84
	３　年	108.26	105.42	102.66
	５　年	113.13	108.53	104.16
	10　年	123.38	114.88	107.11
	15　年	131.40	119.60	109.20
	20　年	137.65	123.11	110.68
	30　年	146.36	127.68	112.47
	40　年	151.68	130.20	113.37
	50　年	154.92	131.60	113.83
	60　年	156.90	132.67	114.06

附表２から明らかなように，利廻り，5.00％，6.00％，7.00％　いずれの欄を見ても，残存期間が長いほど，債券価値が高くなっていることがわかる。と同時に，残存期間が長くなるほど，債券価値の上昇率が増加していくことも確めることができる。例えば，利廻り5.００％の欄において，残存期間５年と１０年を比較した場合，債券価値は，9.06％上昇しているのに対し，残存期間が１０年と２０年を比較した場合，債券価値の上昇率は，11.56％となっている。

次の附表３，附表４は，附表２と同じ利廻り，5.00％，6.00％，7.00％　ではあるが，クーポン・レートが異なる場合の債券価値表を例示したものである。これらの表を見比べると，一定幅の利廻りのシフトに対して，クーポン・レートが低ければ低いほど，その価格への影響度が少ないことがわかろう。

附表３　〔クーポン・レート＝７％〕

利 廻 り		5.00％	6.00％	7.00％
残存期間	1 年	101.93	100.96	100.00
	2 年	103.76	101.86	100.00
	3 年	105.51	102.71	100.00
	5 年	108.75	104.27	100.00
	10 年	115.59	107.44	100.00
	15 年	120.93	109.80	100.00
	20 年	125.10	111.56	100.00
	30 年	130.91	113.84	100.00
	40 年	134.45	115.10	100.00
	50 年	136.61	115.80	100.00
	60 年	137.93	116.19	100.00

附表４　〔クーポン・レート＝６％〕

利 廻 り		5.00％	6.00％	7.00％
残存期間	1 年	100.96	100.00	99.05
	2 年	101.88	100.00	98.16
	3 年	102.75	100.00	97.34
	5 年	104.38	100.00	95.84
	10 年	107.79	100.00	92.89
	15 年	110.47	100.00	90.80
	20 年	112.55	100.00	89.32
	30 年	115.45	100.00	87.53
	40 年	117.23	100.00	86.63
	50 年	118.68	100.00	86.04
	60 年	118.97	100.00	85.94

このことは，以下の，より特定化された例を眺めることによって，明らかとなる。

附　表　5

クーポン・レート別利廻りシフトの債券価値への影響度

クーポン・レート		6％		7％		8％	
利廻りの変化		5％←6％	6％→7％	5％←6％	6％→7％	5％←6％	6％→7％
残存期間							
1　年	(価格変化)	.96	△.95	.97	△.96	.98	△.96
5　年	(価格変化)	4.38	△4.16	4.48	△4.27	4.6	△4.37
10　年	(価格変化)	7.79	△7.11	8.15	△7.44	8.5	△7.77

以上のことは，前出の債券価値の評価式

$$dP = -\left[\sum_{t=1}^{N}\frac{tC}{(1+R)^t}+\frac{NF}{(1+R)^N}\right]\cdot\frac{1}{(1+R)}\,dR$$

を変形して

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\left[\sum_{t=1}^{N}\frac{tC}{(1+R)^t}+\frac{NF}{(1+R)^N}\right]}{\left[\sum_{t=1}^{N}\frac{C}{(1+R)^t}+\frac{F}{(1+R)^N}\right]}\cdot\frac{1}{(1+R)}\,dR$$

を得て，債券の価格変化率と，利廻りの変化との関係に帰着させることができる。右辺の $(1+R)^{-1}dR$ にかかる部分の絶対値は，デュレーション（Duration）と呼ばれ（D_1），債券の利廻り変化が債券価値の変化に及ぼす影響を表わす一つの尺度である。デュレーションは，クーポン・レートと額面価値と残存期間との組合わせから定まる変数であり,（C，N，F）を単一の尺度に変換する機能がある。従って，このデュレーション概念（D_1）を用いると，（C，N，F）の差違からは自由な，利廻りの価格弾力性も把握することが可能となる。このことは，次式より明らかである。

$$-\left[(dR/R)/(dP/P)\right] = D_1^{-1}\ (1+R^{-1})$$

D_1 は，債券選択に際して，重要な評価尺度の一つにもなり得よう。

附表４の中で，利廻りが6.00％の欄では，債券価格は，その残存期間の長さ如何にかかわらず，すべて100.00になっている。このように，債券価格が満期償還価格（額面価格）と同額の場合に，その債券を「パー債券」という。また，債券価格がパーを超える場合に，「オーヴァー・パー債券」，パーを下回る場合に，「アンダー・パー債券」と言う。クーポン・レートが６％，利廻りが5.00％のときに，オーヴァー・パー債券となってい

ることから，これらの債券の区分は，クーポン・レートと利廻りとの大小関係からも，以下のように定めることができる。

「オーヴァー・パー債券」⟺クーポン・レート＞利廻り⟺Ｐ＞１００
「パ　ー　債　券　」　⟺クーポン・レート＝利廻り⟺Ｐ＝１００
「アンダー・パー債券」　⟺クーポン・レート＜利廻り⟺Ｐ＜１００

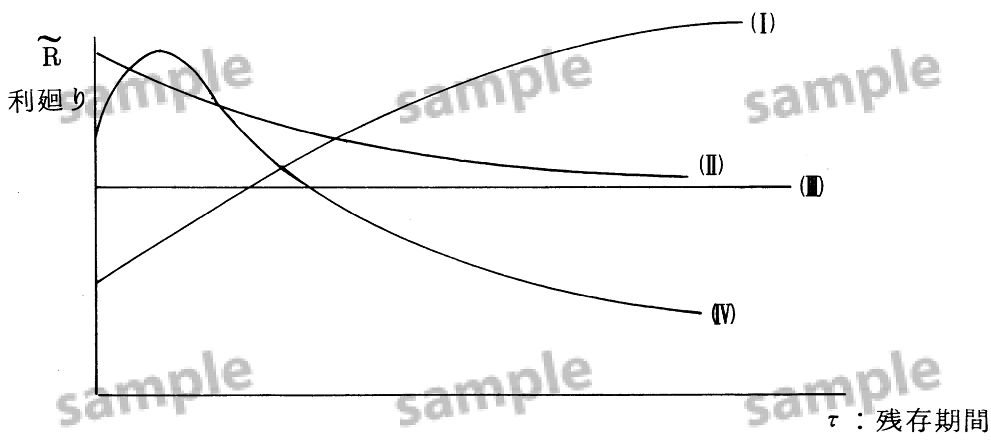
先に述べたように，債券の価値を，残存期間と利廻りの局面で把えようとする分析に，利子率の期間構造がある。以下に掲げる図は，過去のデータを基にして描かれた歴史的な利廻りの期間構造である（巻末参考文献表中のMalkiel，The Term Structure of Interest Rates, Expectations and Behavior Patterns，８－９頁より）。

このように，縦軸に利廻り，横軸に残存期間をとって，その時々の利子率の期間構造を示したものは，イールド・カーヴ（利廻り曲線）と呼ばれている。第１図から観察されるように，歴史的なイールド・カーヴの変遷の様子から，イールド・カーヴは，一般に，４つの型に分類されている。それらは，

(I)　上昇曲線　（Ascending Curve）
(II)　下降曲線　（Descending Curve）
(III)　平坦曲線　（Flat Curve）
(IV)　ハンプ曲線（Humped Curve）

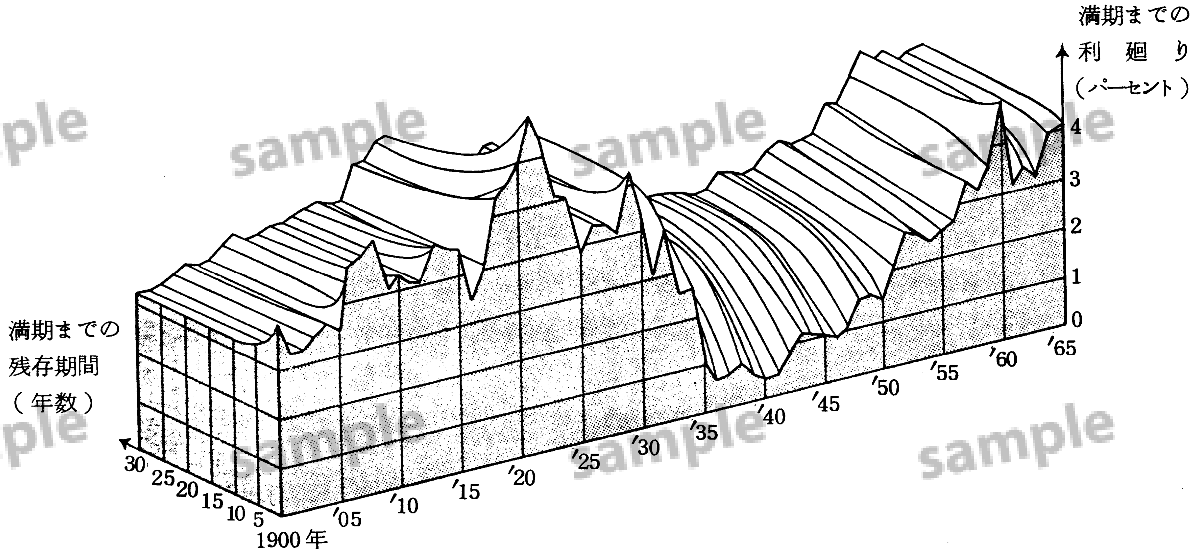
と呼ばれている（次図を参照のこと）。

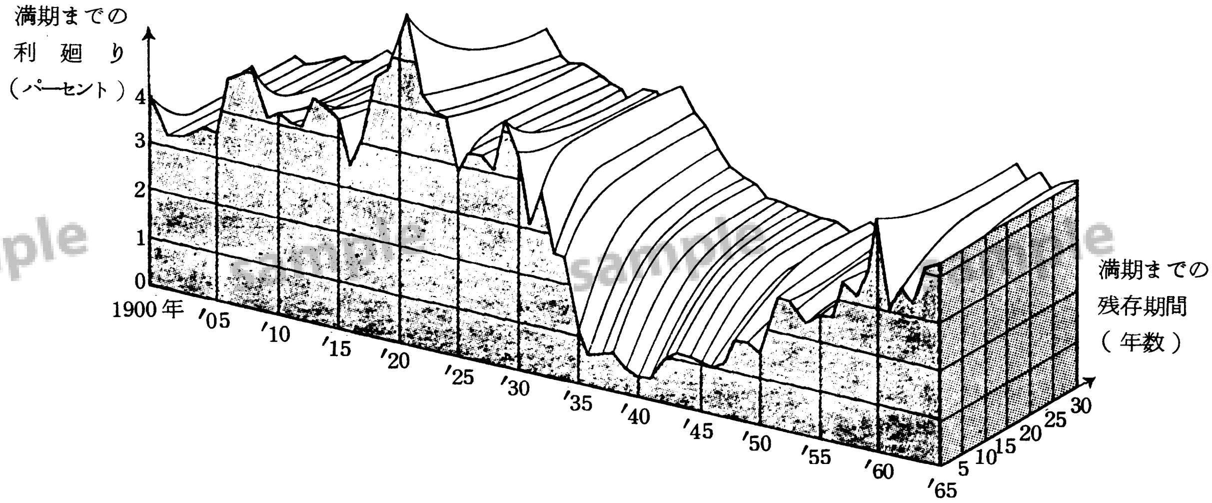
第　２　図
イールド・カーヴの種類



(I)の上昇曲線は，債券の残存期間の短いものの利廻りが低く，残存期間が段々長期化するにつれて，利廻りも，ある長期的水準へ向かって徐々に上昇していくタイプである。この上昇曲線は，債券の残存期間すべてにわたって，相対的に低金利である時期に出現して

第　1　図


満期までの
利　廻　り
（パーセント）
4
3
2
1
0
満期までの
残存期間
（年数）
30
25
20
15
10
5
1900年
'05
'10
'15
'20
'25
'30
'35
'40
'45
'50
'55
'60
'65


満期までの
利　廻　り
（パーセント）
4
3
2
1
0
1900年
'05
'10
'15
'20
'25
'30
'35
'40
'45
'50
'55
'60
'65
満期までの
残存期間
（年数）
5
10
15
20
25
30

いる。

(Ⅱ)の下降曲線は，(Ⅰ)の上昇曲線と反対の関係にあり，残存期間が長期になるにつれて，利廻りは，ある一定水準へ漸近するように，短期から長期に向かって漸減していくタイプである。このタイプのイールド・カーヴは，一般に，長短利廻りとも相対的に高水準である時期に出現する傾向があった。

(Ⅲ)の平坦曲線ないしは水平線は，(Ⅰ)で表わされる相対的に低金利の経済局面と，(Ⅱ)で表わされる相対的に高金利の経済局面の間の移行過程の中ほどで出現したことが多かったとされている。従って，長短金利とも，過去の最高レートと最低レートの中間ほどの水準になった時に，このフラット・カーヴが生じ易い。

(Ⅳ)のハンプ曲線は，(Ⅱ)の下降曲線の変種である。全体としては下降しているが，短期の残存期間のところで，山が出来ているのが特徴である。このタイプのイールド・カーヴも，(Ⅱ)と同様に，一般金利水準が相対的に高い状況で出現してきた。

以上，4つのタイプに分類したイールド・カーヴは，歴史的な事実から抽出されたものである。そこで，このようなイールド・カーヴの形状を現出させるメカニズムを，科学的に説明づけようとする努力が，今までになされてきている。以下において，イールド・カーヴの形状と，その形状を生み出す原因になっている経済主体の行動との対応関係についての理論を紹介することにしよう。利子率の期間構造を説明するための諸理論として，代表的な3つの説，すなわち，利子率の期間構造に関する，

(i) 期待仮説（The Expectations Theory）
(ii) 流動性選好仮説（The Liquidity-Preference Theory）
(iii) 分離市場説（The Market Segmentation Theory）
〔；機関説（The Institutional Theory）；ヘッジ圧力説（The Hedging-Pressure Theory）〕

について，以下，順次，概観していくことにしよう。

(i) 期待仮説（The Expectations Theory）

利廻りの期間構造に関する期待仮説は，イールド・カーヴの形状を，集団としての投資家がもつ，先行きの金利動向についての予想によって説明づけることが可能であるとする。いま，現時点 t における，残存期間Nの債券利廻りを ${}_tR_N$，また，i 期間

後（ t ＋ i 期）に実現するであろうと現時点(t)で予想されるN期間ものの債券利廻りを，${}_{t+i}r_{N,t}$ のように書き表わすことにする。例えば，現時点で，ある一定額の資金を２年間運用しようと考えている投資家がいるとしよう。この投資家にとっては，現時点(t)で残存期間２年の債券（利廻りは，${}_{t}R_2$ で表わしうる）に投資して，当該債券を２年間保有する場合に得られる収益と同額の資金を，他の運用方法，例えば，現時点(t)で１年満期の債券に投資し，１年を経過した後に，その債券投資から得られた元利合計額を，更に，１年満期の債券に投資し，その後の１年間の保有で得られるであろうと予想される資金合計額と等しくならなければならないであろう。

以上のことを，記号で表示すれば，

$$(1+{}_{t}R_2)^2=(1+{}_{t}R_1)(1+{}_{t+1}r_{1,t})$$

のようになる。もし，両者の予想収益額が等しくない場合には，どちらかの投資が有利となるから，上式の両辺が均衡するまで裁定がなされて，遂には，均衡状態が達成されて，上の式が成立するようになるものと考えるのである。このことを一般化すれば，

$$(1+{}_{t}R_N)^N=(1+{}_{t}R_1)(1+{}_{t+1}r_{1,t})\cdots\cdots\cdots\cdots(1+{}_{t+N-1}r_{1,t})$$

$$=(1+{}_{t}R_1)\prod_{\tau=t+1}^{t+N-1}(1+{}_{\tau}r_{1,t})$$

の如くになる。これが，期待仮説の基本的考え方を表わした式である。この期待仮説を認めるならば，以下のことが言えることになる。すなわち，ある特定時点における，さまざまな満期々間に対する利廻りがわかると，将来の，どの期間についても，残存期間が１期間ものの債券の先物レートが確定できることになる。すなわち，

$$1+{}_{t+N}r_{1,t}=\left[\frac{(1+{}_{t}R_{1,t})(1+{}_{t+1}r_{1,t})\cdots\cdots(1+{}_{t+N-1}r_{1,t})}{(1+{}_{t}R_{1,t})(1+{}_{t+1}r_{1,t})\cdots\cdots(1+{}_{t+N-1}r_{1,t})}\right]\cdot(1+{}_{t+N}r_{1,t})$$

$$=\frac{(1+{}_{t}R_{N+1})^{N+1}}{(1+{}_{t}R_N)^N}$$

$$\therefore\quad {}_{t+N}r_{1,t}=\frac{(1+{}_{t}R_{N+1})^{N+1}}{(1+{}_{t}R_N)^N}-1$$

更に，現時点 t における利子率の期間構造から確定できる将来時点 t+n 期に開始となる j 期間満期の債券の先物レートも同様にして求めることが可能である。単純な例として，現時点における３期間もののレートで３週間の保有運用を考えることと，２

期間もののレートで２期間運用した後に，１期間ものの債券運用にすることは，均衡において，同一の利廻りを保証しなければならないから，

$$(1+{}_tR_3)^3 = (1+{}_tR_2)^2\ (1+{}_{t+2}r_{1,\,t})$$

この式を一般化することにより，

$$(1+{}_tR_{n+j})^{n+j} = (1+{}_tR_n)^n \cdot (1+{}_{t+n}r_{j,t})^j$$

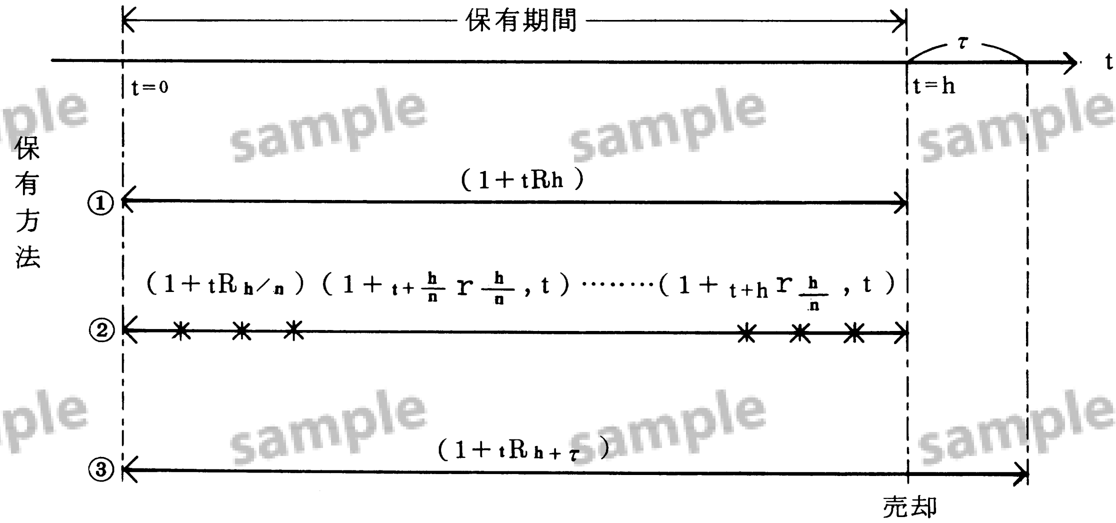
これより，

$${}_{t+n}r_{j,t} = \sqrt[j]{\frac{(1+{}_tR_{n+j})^{n+j}}{(1+{}_tR_n)^n}} - 1$$

が求められる。

以上のことから，現時点でのイールド・カーヴがわかれば，将来時点における，いかなる残存期間の予想先物レートも知ることができるという事実が明確になった。このことは，その時々におけるイールド・カーヴを成り立たしめている背後に，そのイールド・カーヴと対応した先物レート構造の存在を示すものである。かかる期待仮説を成立させるのに最も重要な点は，先物レート市場も含めた範囲における裁定の存在である。すなわち，ある金額の資金を h 期間運用して利益を得たいと思っている投資家にとっては，その投資視野期間 h と同一の残存期間の債券に投資してもよいし，h ／n 期間ものの債券の回転運用でもよいし，投資視野期間以上の残存期間をだつ債券を運用して，h 期が到来した時点で売却してもよいという状態が成立していなければならない。(下図参照)

第 3 図



要するに，さまざまな残存期間をもつ債券は，現状での人々の利廻りに関する先行

きの予想を所与として，相互に完全代替証券になっているはずであると考えることになる。この期待仮説のもとでも，ハンプのあるカーヴが導入されうることを，単純例によって，次に示すことにしよう。諸仮定は，以下のようであるとする。

（仮定）　$_{t}R_{1} = 8\,\%$

$_{t+1}r_{1,t} = 9\,\%$

$_{t+2}r_{1,t} = 7\,\%$

$_{t+3}r_{1,t} = 6\,\%$　；

$$1 + {}_{t}R_{2} = \sqrt{(1+{}_{t}R_{1})(1+{}_{t+1}r_{1,t})}$$ であるから

$$= \sqrt{(1+.08)(1+.09)} - 1$$

$$\fallingdotseq 1.085 - 1$$

$$= 0.85$$

同様にして，$_{t}R_{3}$ と $_{t}R_{4}$ を求めると，

$$_{t}R_{3} = \sqrt[3]{(1+{}_{t}R_{1})(1+{}_{t+1}r_{1,t})(1+{}_{t+2}r_{1,t})} - 1$$

$$= \sqrt[3]{(1+.08)(1+.09)(1+.07)} - 1$$

$$= \sqrt[3]{1.259604} - 1$$

$$\fallingdotseq .07997$$

$$_{t}R_{4} = \sqrt[4]{(1+.08)(1+.09)(1+.07)(1+.06)} - 1$$

$$\fallingdotseq \sqrt[4]{1.3352} - 1$$

$$\fallingdotseq .07494$$

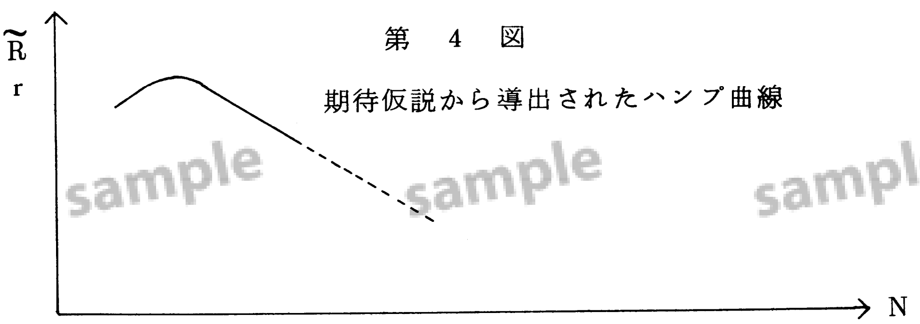
従って，　$_{t}R_{1} = 8\ \%$

$_{t}R_{2} = 8.5\ \%$

$_{t}R_{3} = 7.99\,\%$

$_{t}R_{4} = 7.49\,\%$

のようになり，下図のようなハンプのあるイールド·カーヴの形状となることが明らかとなる。



第　4　図

期待仮説から導出されたハンプ曲線

(ii) 流動性選好仮説（The Liguidity-Preference Theory）

資本市場で資産の運用を計る投資家サイドの流動性重視の観点にたって，イールド・カーヴを構成する要因としての流動性を主張するのが，この立場である。投資家は，長期運用をはかるほど，運用資産の元金にまで損失が及ぶ元金のリスク（Principal Risk）が増大するため，短期指向的であるという。それに対して，資本市場から資金を調達する借り手主体は，長期に安定な資金を必要とする。従って，長期指向的である。このような，資金の貸し手側と借り手側にある，期間指向の違いから流動性プレミアムが存在し，それが，イールド・カーヴの形状決定に大きく影響すると考える。また，この流動性プレミアムは，期間が長くなるに従って大きくなっていると想定している。いま，t+1 時点における1期間ものの予想先物レートを，${}_{t+1}\rho_{1,t}$ で，それに対応する予想流動性プレミアムを，${}_{t+1}L_{1,t}$ で示すことにすれば，流動性仮説は，次式で示すことができる。

$$(1+{}_tR_N) = \left[(1+{}_tR_1)(1+{}_{t+1}\rho_{1,t}+{}_{t+1}L_{1,t}) \cdots\cdots (1+{}_{t+n-1}\rho_{1,t}+{}_{t+N-1}L_{1,t})\right]^{\frac{1}{N}}$$

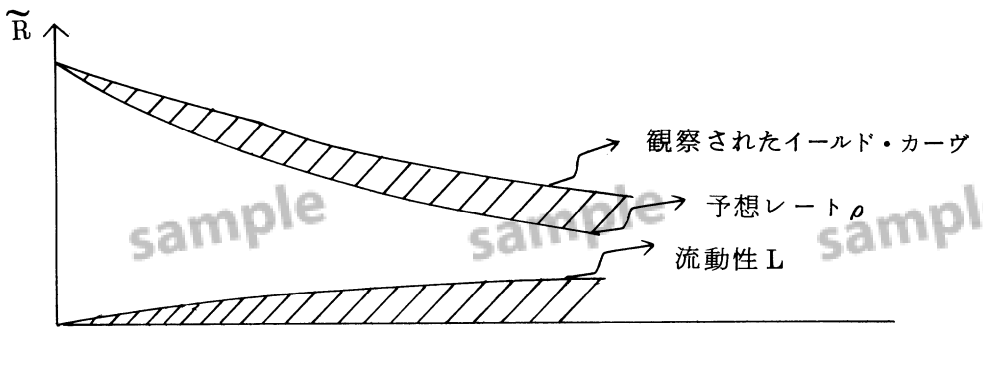
ここで，${}_{t+N-1}L_{1,t} > \cdots > \cdots > {}_{t+1}L_{1,t} > 0$ ところで，すぐ気付くように，この流動性仮説の主張するところは，期待仮説と矛盾するものではなく，一般に，

$${}_{t+N-1}\rho_{1,t} + {}_{t+N-1}L_{1,t} = {}_{t+N-1}r_{1,t}$$

すなわち，期待仮説で言うところの予想先物レートは，流動性プレミアム(L)と，それ以外の要素 ρ から構成されていると考えることもできる。つまり，流動性仮説は，期待仮説に加えて，流動性の概念をとり入れた，期待仮説の拡張と見ることもできよう。両仮説の関係を，シェーマティックに示せば，以下のようになろう。

第 5 図

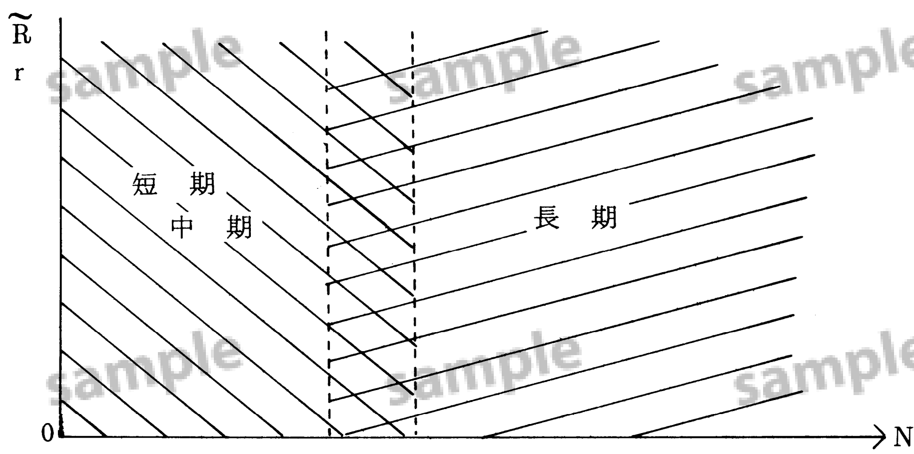
イールド・カーヴが下降曲線の場合



(iii) 分離市場説（The Market Segmentation Theory）

利廻りの期間構造に関するこの仮説は，資本市場における機関投資家の投資指向性に着目した仮説である。すなわち，資本市場において，商業銀行は，主に，短期ないしは中期の投資をするのに対して，保険会社，年金基金は，長期の運用を好むため，イールド・カーヴを形成する市場は，残存期間が長くなるにつれて連続的に変化するのではなくて，どこかに長・短期市場を分離する領域があるとする説である。保険会社，年金基金等は，安定的なキャッシュ・フロー構造維持のため，資産運用にあたっては，期中運用収益の危険（インカム・リスク）に対するヘッジングを重要視するのに対して，商業銀行は，元金損失のリスク（プリンシパル・リスク）に対するヘッジングを重視するため，短期市場への投資を行う性向があるとする。言わば，投資機関によって，それぞれに，残存期間の異なる市場に対する選好があるとする説である。（第６図を参照のこと）。このような主張には，各機関投資家の性格や，現実における彼らの投資行動から判断して一理あると考えられるものの，短・中期と長期の境界を明確に規定することが難しいこと，また，例えば，短期運用が極度に有利になった場合でも，長期運用機関は，市場の分離を守って，本当に，短期市場に入っていくこ

第 6 図



とがないのであろうか，という疑問が残る。しかしながら，この説の他の特徴は，イールド・カーヴ形状決定の説明要因として，債券の需給量という変数に注目していることである。前出の２つの仮説が，市場への債券供給量一定という暗黙の仮定のもとでの主張であったのに対して，債券の需給関係から利廻りが確定するという側面を重視するところに，この仮説の特徴がある。

利廻りの期間構造に関する実証研究の成果：

マイセルマン（DAVID MEISELMAN）は，利廻り予想を求めるために，過誤にかかる学習モデル（Error - Learning Model）を用いた。マイセルマンの仮説は，利廻り予想が，実現した利廻りと乖離する場合，その乖離幅のある一定割合が，次期の利廻り予想に対して調整されるというものである。彼が，実証に用いた回帰式は，

$$ {}_{t+n}r_{1,t} - {}_{t+n}r_{1,t-1} = a + b\left({}_{t}R_{1,t} - {}_{t}r_{1,t}\right) + u $$

のようである。ここで，uは，ランダム・タームである。彼は，DURAND の作成になる利廻りの基礎データを用いて，1900年－1954年にかけて，予想の乖離幅と，残存期間の異なる先物レート間での回帰を行った。彼の実証結果は，下欄の表のようであった。

附　表　6

n =	回帰定数係数(a)	回帰係数(b)	相関係数
1	0.00（0.02）＊	0.703	0.952
2	0.00（0.03）	0.526	0.867
3	△ 0.01（0.04）	0.403	0.768
4	△ 0.03（0.04）	0.326	0.682
5	△ 0.02（0.04）	0.277	0.642
6	△ 0.01（0.03）	0.233	0.625
7	△ 0.02（0.03）	0.239	0.631
8	0.01（0.03）	0.208	0.590

＊（　）内の数字は標準誤差である。

この表から明らかなように，$({}_{t+1}r_{1,t} - {}_{t+1}r_{1,t-1})$ と予測誤差との相関は，0.95であり，残存期間が長くなればなるほど，相関の度合いが低まることが示された。また，定数係数 a の値は 0 に非常に近く，このことから，マイセルマンは，流動性選好仮説に対して否定的な結果を得たものと考えた。これに対して，TOHN H. WOOD は，流動性Lを考慮した以下のような回帰式，

$$ \left({}_{t+n}\rho_{1,t} + {}_{t+n}L_{1,t}\right) - \left({}_{t+n}\rho_{1,t-1} + {}_{t+n}L_{1,t-1}\right) $$
$$ = a + b\left[R_{1,t} - \left({}_{t}\rho_{1,t-1} + {}_{t}L_{1,t-1}\right)\right] $$

を想定すれば，移項して，

$$ \left({}_{t+n}\rho_{1,t} - {}_{t+n}\rho_{1,t-1}\right) + \left({}_{t+n}L_{1,t} - {}_{t+n}L_{1,t-1}\right) $$
$$ = a + b\left[{}_{t}R_{1} - \left({}_{t}\rho_{1,t-1} + {}_{t}L_{1,t-1}\right)\right] $$

ここで，もし，利廻り予想があたって，かつ，定数係数の回帰係数がゼロになったとすると，左辺の第1項が $b\left[{}_{t}R_{1,t}-{}_{t}\rho_{1,t-1}\right]$ となることから，

$$({}_{t+n}L_{1,t}-{}_{t+n}L_{1,t-1})=b\,({}_{t}L_{1,t-1})$$

ここに見られるように，上のような関係が存在する場合でも，定数係数の回帰係数はゼロになり得る。すなわち，定数項の係数がゼロとなることだけからは，流動性選好が存在しないということは意味されないことが明らかにされた。

A．BUSE は，同様の過誤による学習モデルを用いて，英国の大蔵省証券の利廻りを験証し，モデルの予測有効性及び流動性選好の存在を導き出している。その他に，流動性選好仮説を支持する他の実証研究としては，McCULLOCH が挙げられよう。

MODIGLIANI = SUTCH が言うところの“習慣選好”（preferred habitat）仮説の特徴は，利廻りが，最近における短期動向と，長期の“normal”な水準に関する期待の2要因に影響されると考えているところにある。彼らは，長期利廻りの乖離が，短期利廻りと，アルモン・ラグ分布で重みづけされた利廻り構造変数と，誤差項によって定まると考えた。データは，長短利廻りとも四半期データであり，短期利廻りは3カ月ものの財務省証券，長期利廻りは，長期政府証券の平均利廻りを用いて，1952－1961 年の期間について回帰分析を行い，有意な結果を得ている。その後，DOBSON = SUTCH = VANDERFORD は，8種類のモデルを用いて利廻り予想の正確性についてチェックした結果，MODIGLIANI= SUTCH モデルが，内部整合性，説明力の高さのいずれにおいても最も優れていることが確認された。

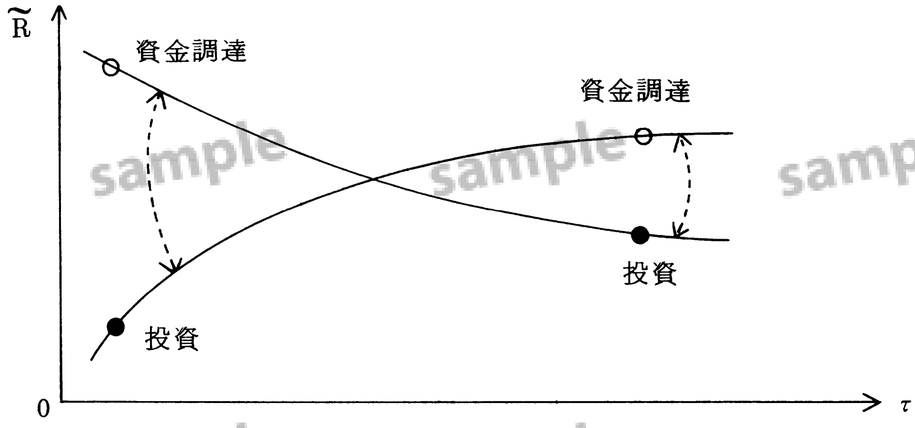
ミクロ・レヴェルにおける利廻り曲線の応用

本ノートの前半において，若干触れたように，利廻り曲線（イールド・カーヴ）は，金利構造の全般的動向に応じて，すなわち，好・不況の景気循環に応じて，その形状と位置を変化させている。そこで，いま，上昇カーヴの利廻り曲線に直面している企業の財務担当者が，資金調達を計画する場合を想定してみよう。この場合には，短期の利廻りが低く，長期の利廻りが高いのだから，一見，短期の資金を低利で調達した方が賢明と思えるかもしれない。しかし，イールド・カーヴの循環性を考慮に入れると，現在，少し高めの長期レートで資金調達を計った方が，その長期レートが，将来，短期レートよりも低下することの効果の大きさ如何では，そうした方が，より洗練されれ資金調達策となる可能性がある。同様にして，資金調達期間の長短に応じて，現在，下降カーヴに直面している財務の資金調達担当者は，若干高めの短期レートで資金調達を計ることも勘案すべきであろう。

これとは反対に，資金の運用にあたる財務担当者は，その資金の運用目標期間の長短に

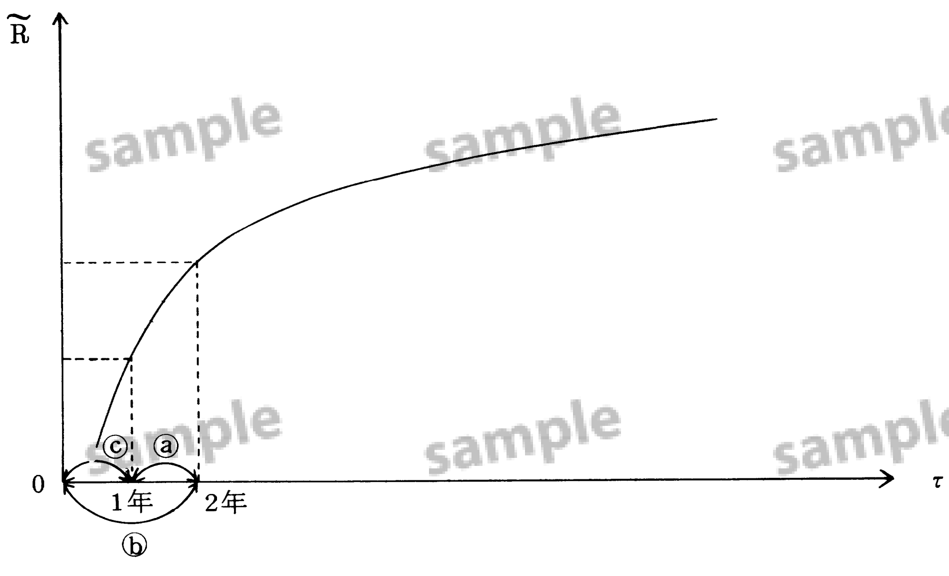
応じて利廻りを選択すべきであり，現在，イールド・カーヴが上昇曲線であるからと言って，長期レートでの投資をすることが，必ずしも常に正しい選択になるとは限らないことに留意する必要がある。（下図参照）

第　7　図



同一債券を保有することによって，満期までの残存期間が短縮していくことによる価格上昇（利廻り低下に伴なう）の恩恵を得ることができる。これを，ローリング効果（Rolling Effect）という。そこで，このローリング効果が大となるような状況，例えば，短期で急激に上昇する上昇イールド・カーヴが，ある一定期間動かない場合には，以下のⓐにおけるような債券の乗り換えが，最も高いイールドをもたらすこともあり得る。

第　8　図



（仮定）　クーポン・レート：５％

ⓐ　残存期間２年，クーポン・レート５％の債券に投資し，１年後に，その債券を売却すると同時に，当初と同一条件の２年ものの債券を購入する。１年の経過後，その債券を売却する。

ⓑ　残存期間２年ものの債券を購入し，満期償還期日まで保有する。

ⓒ　残存期間１年の債券を購入する。１年後，償還されたら，再び，１年ものの債券を購入し，満期まで保有する。

上のⓐ，ⓑ，ⓒは，いずれも，債券の２年間運用であるが，当該期間における資本利得は，それぞれ

ⓐ　$(98.17^{(円)} - 96.15^{(円)}) \times 2 = 4.04^{(円)}$

ⓑ　$100^{(円)} - 96.15^{(円)} = 3.85^{(円)}$

ⓒ　$(100^{(円)} - 98.17^{(円)}) \times 2 = 3.66^{(円)}$

で示されるように，ⓐの運用方法が最も高い利廻りをあげることがわかる。

マクロ・レヴェルにおけるイールド・カーヴの応用

１９６０年代の初期におけるアメリカ合衆国では，大量の国内失業と慢性的国際収支の赤字という問題が存在していた。この問題に対処するため，連邦準備制度は，「オペレーション・トウィスト（ operation twist ）」政策を採用することにした。実際には，財務省による短期債券の売却により，短期金利の上昇をはかり，金利感応的な海外への資金の流出を抑制し，海外からの資金流入を誘導して，国際収支の改善を目指すとともに，連邦準備による中・長期債券の購入により，長期金利の低下ないしは安定化により，国内投資を刺激して，失業を減少させようと意図したのである。

しかしながら，結果は，当初，企図した通りにはいかなかった。その理由の一つは，長短金利が同一方向に変化する傾向をもつということであり，他は，長期資本の国際間移動が短期金利にも感応するということであった。

附属資料

≪ 利廻り概念のいろいろ≫

・直接利廻り（R_D）

直接利廻りとは，年間に受け取る利子を，その債券の時価で割ることによって得られる。

・最終利廻り（ R_F ）

債券の最終利廻りとは，債券からのキャッシュ・フローの現在価値を，その時価に等しくするような割引率のことである。

・実効利廻り（ R_E ）

実効利廻りは，投資から得られるキャッシュ・フロー全体，つまり，債券投資の将来価値を年率で表わしたものである。

以下において，クーポン（年利）をCで，債券の市場価値をV_M で，償還元本額をPで，残存年数をτで，再投資率をｒで表わすことにすれば，R_D，R_F，R_Eは，それぞれ，次のようになる。

$$R_D = \frac{C}{V_M}$$

$$V_M = \sum_{t=0}^{\tau} \frac{Ct}{(1+R_F)^t} + \frac{P}{(1+R_F)}$$

$$R_E = \left[\frac{C\,\dfrac{(1+r)^{\tau}-1}{r} + P}{V_M} \right]^{\frac{1}{\tau}} - 1$$

実効利廻りの式は，変形すると，

$$\sum_{t=0}^{\tau} \frac{C_t(1+r)^t}{(1+R_E)^{\tau}} + \frac{P}{(1+R_E)^{\tau}} = V_M$$

のようになり，もし，$r = R_E$ならば，

$$\sum_{t=0}^{\tau} \frac{Ct}{(1+R_E)^{\tau-t}} + \frac{P}{(1+R_E)^{\tau}} = V_M$$

$$\sum_{t=0}^{\tau} \frac{Ct}{(1+R_E)^t} + \frac{P}{(1+R_E)^{\tau}} = V_M$$

で，$R_E = R_F$となる。

その他の利廻り概念には，最初の繰り上げ償還日に一定の繰り上げ償還価格で元本が償還されると想定した場合の債券のキャッシュ・フローの現在価値が市場価値と等しくなるような割引率である，「繰り上げ償還利廻り」や，

$$\frac{C+\dfrac{P-\text{発行価格}}{\tau}}{\text{発行価格}}\times 100\,(\%)$$

で示される，「応募者利廻り」等がある。

【主要参考文献】

1. A Buse," Interest Rates, the Meiselman Model and Random Numbers," J. P. E. 75 (Feb., 1967) 49—62.
2. Joseph W. Conard, *The Behavior of Interest Rates, A Progress Report*, National Bureau of Economic Research, New York, 1966.
3. Sidney Homer and Martin L. Leibowitz, *Inside the Yield Book*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1972.
4. Fredrick R. Macaulay, *Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the United States since 1856*, New York, National Bureau of Economic Research, 1938.
5. Burton Gordon Malkiel, " Expectations, Bond Prices, and the Term Structure of Interest Rates, " Q. J. E. LXXVI (May, 1962) 197—218.
6. Burton Gordon Malkiel, *The Term Structure of Interest Rates, Expectations and Behavior Patterns*, Princeton University Press, 1966.
7. J. Huston McCulloch, " An Estimate of the Liquidity Premium," J. P. E. 83 (Jan.-Feb., 1975) 95—119.
8. David Meiselman, *The Term Structure of Interest Rates*, Englewood Cliffs, N. J. : Prentice Hall Inc, 1962.
9. Franco Modigliani and Richard Sutch, " Innovations in Interest Rate Policy, " A. E. R. , LXI (May, 1966), 178—197.
10. Franco Modigliani and Richard Sutch, " Debt Management and Empirical Analysis of Recent Experience, " J. P. E. 75 (Supplement :

August, 1967) 569−589.

11. CHARLES R. NELSON, The Term Structure of Interest Rates, Basic Books, Inc., New York 1972.

12. RICHARD ROLL, The Behavior of Interest Rates, An Application of the Efficient Market Model to U. S. Treasury Bills, Basic Books. Inc , 1970.

13. JAMES C. VAN HORNE, Financial Market Rates and Flows, Prentice-Hall Inc., 1978.

14. ROMAN L. WEIL, "Macaulay's Duration : An Appreciation," J. O. B., 46 (Octo., 1973) 589−592.

15. 野村総合研究所編「債券運用と投資戦略」 社団法人 金融財政事情研究会，昭和５６年

16. 黒田晁生著「日本の金利構造」東洋経済新報社，昭和５７年