

חישוב קצב שינוי

בשיעור זה נבדוק מה המשמעות של "קצב עלייה" או "קצב ירידה" ובאופן כללי: קצב שינוי. נקרא ונבין גרפים המתארים קצב שינוי ונלמד לחשב את קצב השינוי על פי שתי נקודות נתונות.

לדוגמה:



ממלאים שני דליים במים באמצעות שני ברזים.

במערכת הצירים מסורטטים שני גרפים המתארים את כמות המים

בכל אחד מהדליים במשך ארבע דקות של מילוי.

אפשר לראות שלאחר כמה דקות יש בדלי א' יותר מים מאשר

בדלי ב'.

אפשר לומר שקצב המילוי של דלי א' מהיר יותר מזה של דלי ב'.

איך מגדירים קצב מילוי?

קצב המילוי של המים בגרפים שלפנינו הוא

כמות המים שנוספת לכל דלי בדקה אחת.

קצב המילוי של דלי א' הוא 1 ליטר בדקה.

קצב המילוי של דלי ב' הוא 2 ליטרים בדקה.

איך מחשבים קצב שינוי?

אפשר לבדוק כמה מים נוספו לדלי ב' במשך דקה אחת

על ידי חישוב ההפרש בין כמויות המים בשתי דקות עוקבות:

דקה אחרי תחילת המילוי היו בדלי 2 ליטרים (נקודה (1,2))

שתי דקות אחרי תחילת המילוי היו בדלי 4 ליטרים (2,4)

נחשב את ההפרש בין כמויות המים,

ונחלק בהפרש בדקות.

קצב המילוי הוא: 2 ליטרים לדקה.

$$\text{קצב} = \frac{4 - 2}{2 - 1} = \frac{2}{1}$$

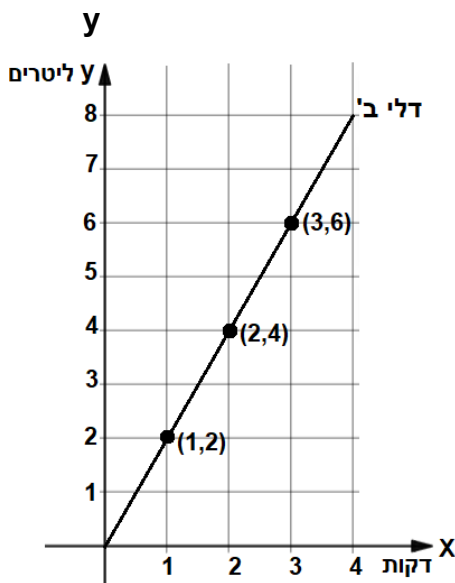
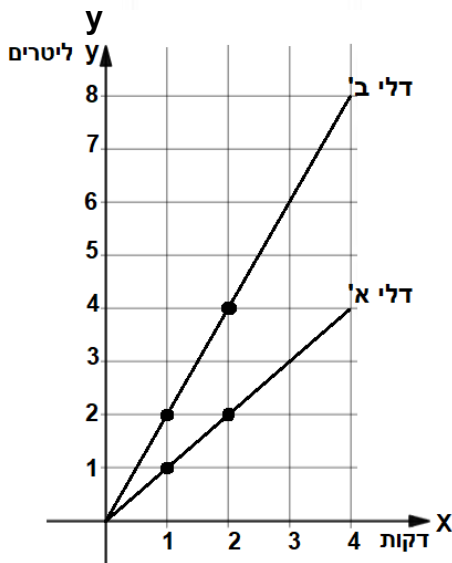
את חישוב הקצב אפשר לעשות גם עם נקודות שאינן עוקבות:

לדוגמה: נקודה (1,2) ונקודה (3,6):

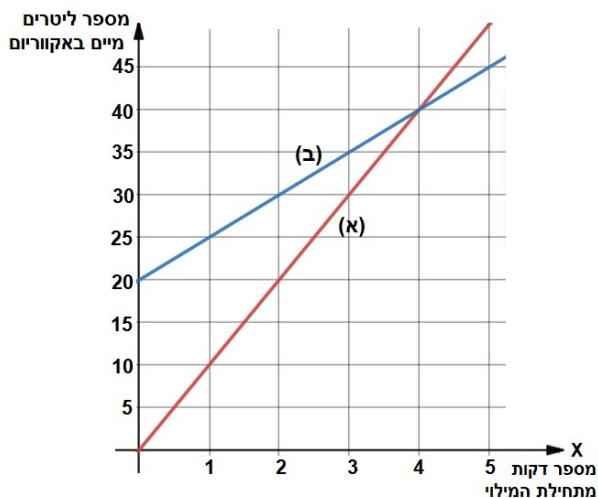
ההפרש בין כמויות המים

לחלק להפרש בדקות.

$$\text{קצב} = \frac{6 - 2}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$



תרגול: מציאת קצב שינוי על פי 2 נקודות עוקבות



1. כרמל עובדת בחנות חיות.

היא ממלאת שני אקווריומים באמצעות 2 ברזים.

א. כמה מים היו במיכל א' בהתחלה?

כמה מים היו באקווריום לאחר דקה?

העתיקו והשלימו:

קצב המילוי של אקווריום א' הוא:

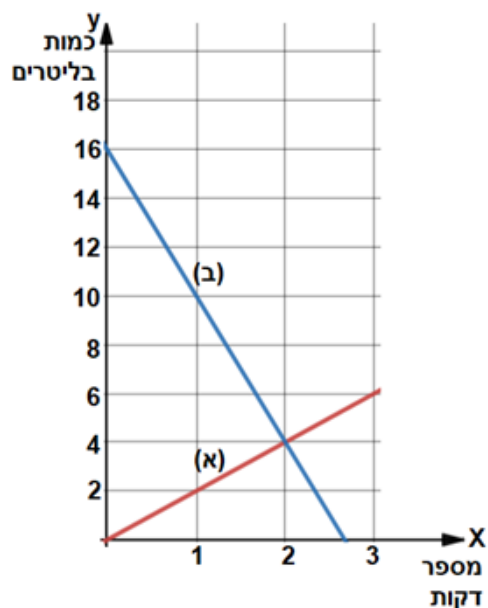
ליטרים לדקה. _____

ב. כמה מים היו במיכל ב' בהתחלה?

כמה מים היו באקווריום לאחר דקה?

העתיקו והשלימו:

קצב המילוי של אקווריום ב' הוא: _____ ליטרים לדקה.



2. במזנון של בית קולנוע היו שני מכלים:

מיכל אחד לקולה ומיכל אחד למים.

יריב עובד במזנון. בדקות הראשונות של המשמרת הוא רוקן את מכל המים ומילא את המכל של הקולה.

א. איזה גרף, (א) או (ב), מתאר את מיכל הקולה

ואיזה גרף מתאר את מיכל המים?

ב. כמה קולה הייתה במיכל בתחילת המשמרת?

כמה קולה הייתה במיכל לאחר דקה?

מה קצב המילוי של הקולה?

ג. כמה מים היו במיכל בתחילת המשמרת?

כמה מים היו במיכל לאחר דקה? מה קצב הריקון של מיכל המים?

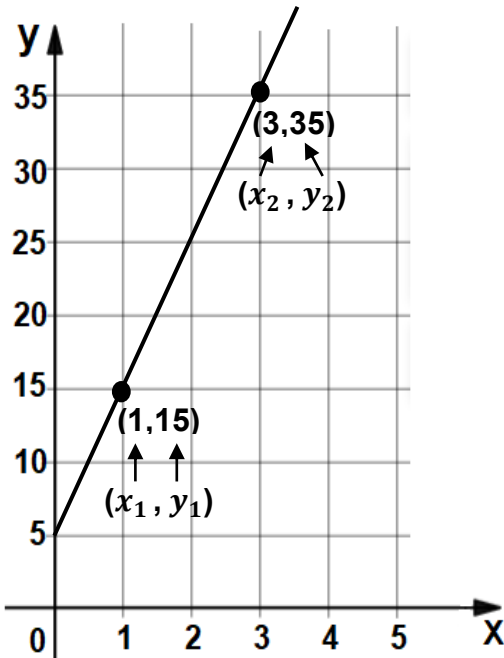
1. א. בהתחלה: 0 ליטר, לאחר דקה: 10 ליטרים. קצב המילוי: 10 ליטרים לדקה. ב. בהתחלה: 20 ליטרים, לאחר דקה: 25 ליטרים, קצב מילוי: 5 ליטרים בדקה. 2. א. גרף (א) – קולה, גרף (ב) – מים. ב. בהתחלה: 0 ליטר, לאחר דקה: 2 ליטרים, קצב המילוי: 2 ליטרים לדקה. ג. בהתחלה: 16 ליטר, לאחר דקה: 10 ליטר, קצב ריקון: 6 ליטרים בדקה

נוסחה כללית לחישוב קצב שינוי

באופן כללי: כדי לחשב קצב בגרף נבחר שתי נקודות שנמצאות על הגרף,

נחשב את ההפרש בין שיעורי ה-y של שתי הנקודות

ונחלק בהפרש בין שיעורי ה-x של שתי הנקודות שבחרנו



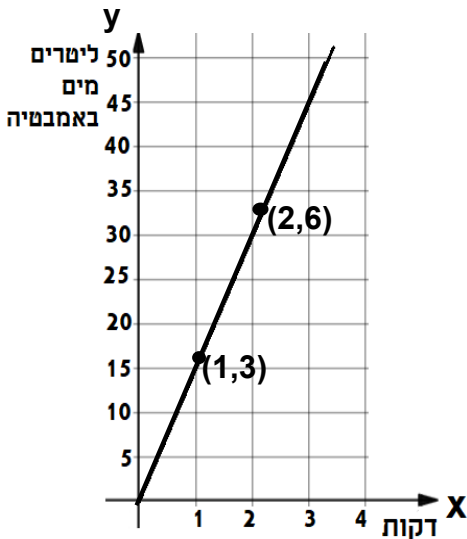
$$\text{קצב} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



$$\text{קצב} = \frac{35 - 15}{3 - 1} = \frac{20}{2} = 10$$

שימו לב!

חשוב להציב את הנתונים על פי הסדר שבנוסחה!



3. הגרף שלפניכם מתאר את כמות המים בדלי במשך

שלוש הדקות הראשונות שבהן ממלאים אותו.

לאחר דקה אחת היו בדלי 3 ליטרים (נקודה (1,3)),

לאחר שתי דקות היו בדלי 6 ליטרים (נקודה (2,6)).

א. מה ההפרש בין כמויות המים בשתי הנקודות

(שיעורי ה-y של שתי הנקודות)?

ב. מה ההפרש בין הדקות בשתי הנקודות

(שיעורי ה-x של שתי הנקודות)?

ג. הכניסו את הנתונים של שתי הנקודות לנוסחה

וחשבו את קצב מילוי הדלי: $\text{קצב} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$\text{קצב} = \frac{\boxed{} - \boxed{}}{\boxed{} - \boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

ד. קצב מילוי הדלי הוא _____ ליטרים בדקה.

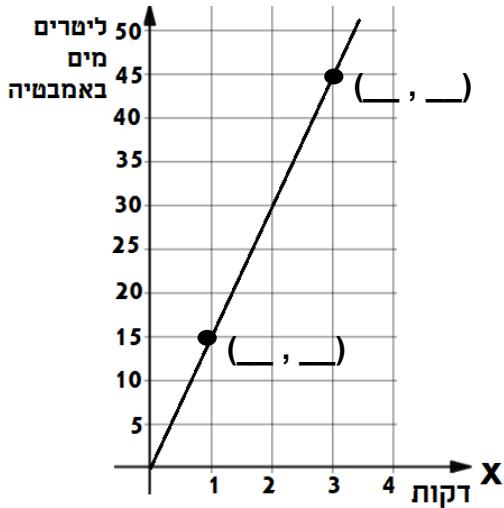


פתרונות בעמוד 44

$$\text{קצב} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

4. ארנון ממלא אמבטיה במים בקצב קבוע.

הגרף שלפניכם מתאר את כמות המים באמבטיה בכל דקה שעוברת.



א. כתבו את שיעורי שתי הנקודות המסומנות בגרף.

(____, ____), (____, ____)

ב. מה ההפרש בין כמות המים בשתי הנקודות?

ג. מה ההפרש ביחידות הזמן בין שתי הנקודות?

ד. חשבו בעזרת הנוסחה את קצב מילוי האמבטיה.

$$\text{קצב} = \frac{\square - \square}{\square - \square} = \frac{\square}{\square} = \square$$

ה. קצב מילוי האמבטיה הוא _____ ליטרים בדקה.



5. יערה רוצה לחסוך כסף.

כאשר התחילה לחסוך היו לה 200 שקלים.

במשך ארבעה שבועות היא חסכה בקצב קבוע.

הגרף שלפניכם מתאר את סכום הכסף

בחיסכון של יערה במשך ארבעת השבועות.

א. מה ההפרש בין סכום הכסף בחסכון

בשתי הנקודות המסומנות בגרף

(ההפרש בין שיעורי ה-y)?

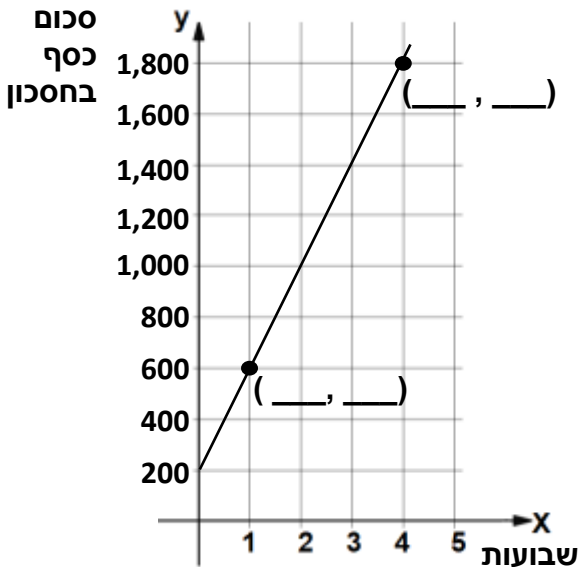
ב. מה ההפרש בין מספר השבועות בין שתי הנקודות

המסומנות בגרף (הפרש בין שיעורי ה-x)?

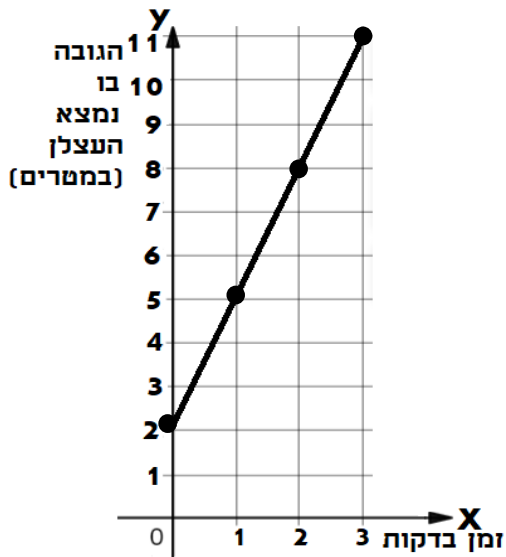
ג. היעזרו בנוסחה וחשבו את קצב החיסכון השבועי של יערה.

$$\text{קצב} = \frac{\square - \square}{\square - \square} = \frac{\square}{\square} = \square$$

ד. יערה חוסכת בקצב של _____ שקלים בשבוע.



$$\text{קצב} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



6. עצלן נמצא על עץ בגובה שני מטרים מהקרקע.

הוא מתחיל לטפס לצמרת העץ בקצב קבוע.

הגרף שפניכם מתאר את הגובה של העצלן

בדקות הראשונות לאחר תחילת הטיפוס.

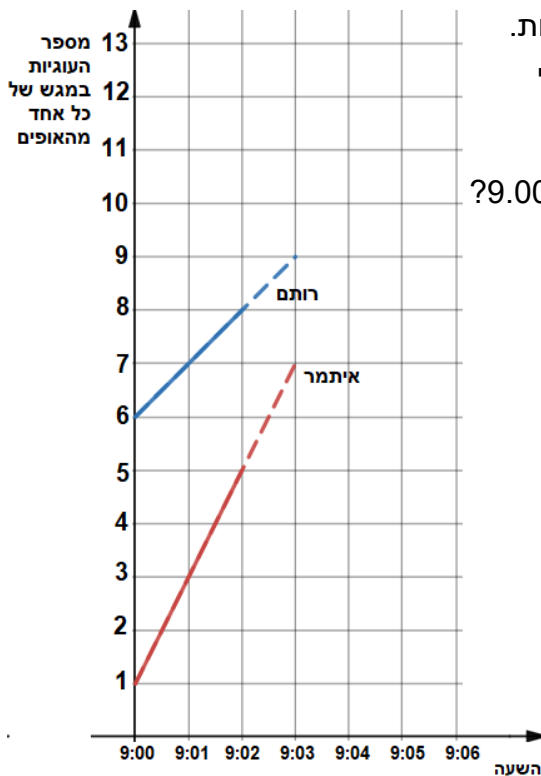
א. בחרו שתי נקודות שנמצאות בגרף ורשמו את

שיעוריהן. (____, ____), (____, ____)

ב. מה הפרש הגובה בין שתי הנקודות?

ג. מה הפרש הדקות בין שתי הנקודות?

ד. חשבו את קצב הטיפוס של העצלן.



7. איתמר ורותם עובדים בעסק ביתי לאפייה של עוגיות מרוקאיות.

הגרף שלפניכם מתאר את מספר העוגיות בתבנית האפייה של

כל אחד מהם החל משעה 9:00 במשך כמה דקות.

א. כמה עוגיות היו על המגש של כל אחד מהעובדים בשעה 9:00?

ב. סמנו בגרף שתי נקודות על הישר המתאר את מספר

העוגיות במגש של רותם.

מה ההפרש בין מספר העוגיות בשתי הנקודות?

מה הפרש הדקות בין שתי הנקודות?

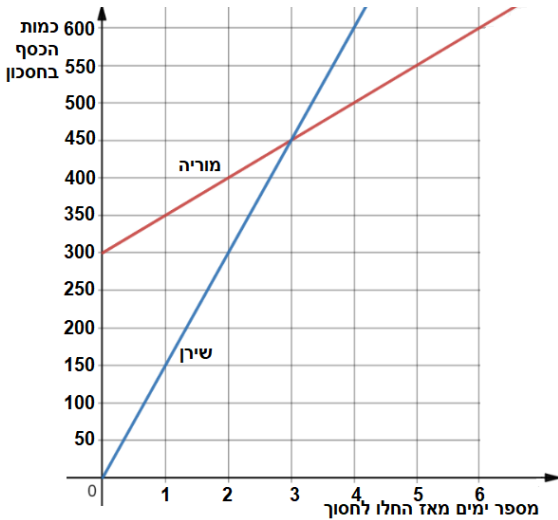
חשבו את קצב העבודה של רותם.

ג. בחרו שתי נקודות על הישר המתאר את מספר העוגיות

של איתמר וחשבו את קצב העבודה שלו בדקה.

ד. אם העובדים ימשיכו לעבוד בקצב קבוע, באיזו שעה יהיה להם אותו מספר עוגיות בתבנית?

אפשר להמשיך את קווי הגרף ולבדוק היכן הם ייפגשו.



8. שירן ומוריה רוצות לקנות מצלמה מקצועית. לצורך כך הן עובדות כל יום וחוסכות כסף. הגרף שלפניכם מתאר את סכום הכסף בחיסכון של כל אחת מהן בימים שעברו מאז שהחלו לחסוך.
- א. כתבו שתי נקודות הנמצאות על הישר המתאר את החיסכון של מוריה.
 1. (____, ____), 2. (____, ____)
- חשבו באיזה קצב חסכה מוריה.

$$\text{קצב} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\quad}{\quad} =$$

- ב. כתבו שתי נקודות הנמצאות על הישר המתאר את החיסכון של שירן.
 1. (____, ____), 2. (____, ____)
- חשבו באיזה קצב חסכה שירן.

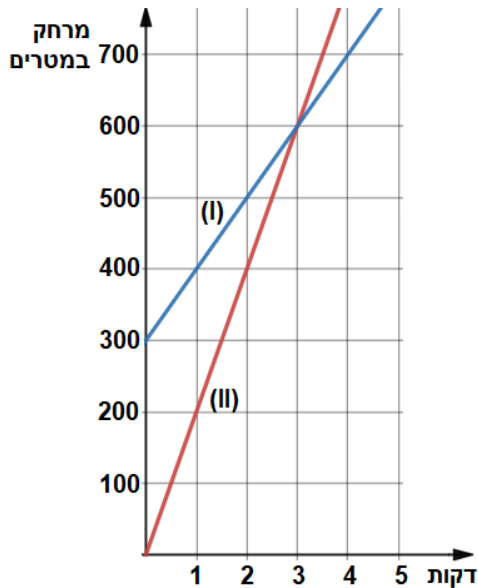
$$\text{קצב} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\quad}{\quad} =$$

- ג. מי מבין השניים חסכה בקצב מהיר יותר?
- ד. כמה זמן לאחר ששירן ומוריה התחילו לחסוך היה להן סכום זהה?
- ה. עלות המצלמה היא 600 שקלים. מי מהשניים תצליח להגיע לסכום הנדרש מהר יותר?

- ו. גם עדן רוצה לקנות את המצלמה.
 לא היה לה סכום התחלתי, והיא התחילה לחסוך באותו היום יחד עם שירן ומוריה.
 היא חוסכת בקצב של 200 שקלים ביום.
 (1) כמה כסף יהיה לעדן לאחר יום?
 (2) כמה כסף יהיה לעדן לאחר יומיים?
 (3) כמה כסף יהיה לעדן לאחר שלושה ימים?

- ז. סרטטו בגרף קו נוסף המתאר את קצב החיסכון של עדן.

$$\text{קצב} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



9. מיכל ורחל מתאמנות בריצה על מסלול ריצה.

הן התחילו לרוץ באותו הזמן.

מיכל התחילה לרוץ מנקודת ההתחלה של המסלול

ורחל התחילה לרוץ מנקודה הנמצאת 300

מטרים אחרי נקודת ההתחלה.

א. איזה גרף, (I) או (II), מתאים לרחל

ואיזה למיכל?



ב. חשבו את קצב הריצה של מיכל.

ג. חשבו את קצב הריצה של רחל.

ד. אורך המסלול מנקודת ההתחלה ועד נקודת הסיום הוא 1,000 מטרים. מיכל שואפת לסיים אותו בפחות מ-6 דקות. בהנחה שהיא תמשיך לרוץ בקצב קבוע, האם היא תצליח? בתוך כמה זמן תסיים מיכל את המסלול?

קצב של התקדמות או של תנועה הוא בעצם מהירות. במקרה הזה נחשב את המהירות במטרים לדקה.

ה. יעל התחילה לרוץ בנקודה הנמצאת 200 מטרים אחרי נקודת ההתחלה, וכעבור שתי

דקות היא הייתה במרחק 700 מטרים מנקודת ההתחלה.

(1) סמנו את הנקודות בגרף וסרטטו קו המתאר את קצב הריצה של יעל.

(2) חשבו את קצב הריצה של יעל.

ו. בתוך כמה זמן יעל תעבור 1,000 מטרים?

3. א. 3 ב. 1 ג. קצב מילוי הדלי הוא 3 ליטרים בדקה 4. א. (3,45), (1,15) ב. 30 ליטר ג. 2 דקות ד. קצב מילוי האמבטיה הוא 15 ליטרים בדקה 5. א. 1,200 שקלים ב. 3 שבועות ג. יערה חוסכת בקצב של 400 שקלים בשבוע 6. ד. קצב הטיפוס של העצלן הוא 3 מטרים בדקה 7. א. איתמר – 1, רותם – 6 ב. קצב העבודה של רותם: עוגייה אחת בדקה ג. קצב העבודה של איתמר: 2 עוגיות בדקה ד. בשעה 9:05 8. ב. 50 שקלים ביום ד. 150 שקלים ביום ה. שירן ו. לאחר שלושה ימים ז. שירן ח. 200 שקלים, 400 שקלים ט. יומיים 9. א. רחל – (I), מיכל – (II) ב. 200 מטרים בדקה ג. 100 מטרים בדקה ד. כן, מיכל תסיים את המסלול ב-5 דקות, כי: $5 \cdot 200 = 1,000$ ה. (1) נקודות: (0,200) ו-(2,700) (2) 250 מטר בדקה ו. 4 דקות

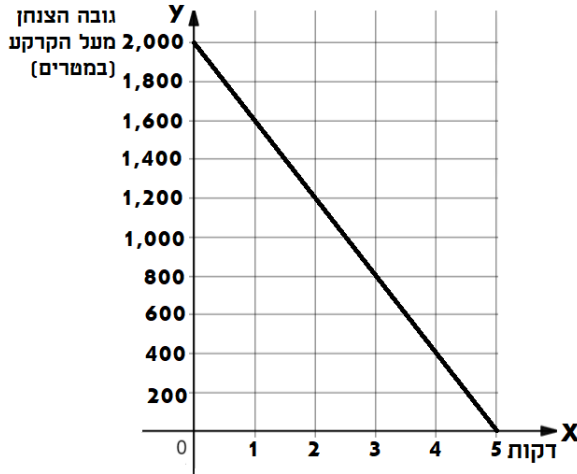


$$\text{קצב} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

קצב של גרף יורד

10. צנחן צונח ממוטוס בגובה 2,000 מטרים.

הגרף שלפניכם מתאר את גובה הצנחן מעל הקרקע במשך דקות הצניחה.



א. בחרו שתי נקודות בגרף הישר ורשמו את שיעוריהן.

ב. חשבו את קצב הצניחה באמצעות הנוסחה:

$$\text{קצב} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ג. העתיקו למחברותיכם והשלימו:

הצנחן צונח בקצב של _____ מטרים בדקה.

שימו לב!
את שיעורי הנקודה הימנית מבין שתי הנקודות נציב במקום (x_2, y_2) ואת שיעורי הנקודה השמאלית במקום (x_1, y_1)

שימו לב! כאשר הגרף יורד קצב השינוי המתקבל הוא מספר שלילי (-).

כאשר נענה על השאלה באופן מילולי נשתמש בערך המוחלט של התשובה (בלי המינוס).

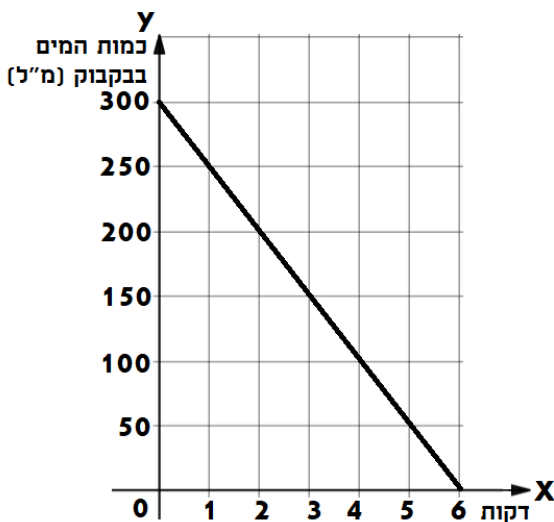
11. בבקבוק היו 300 מ"ל מים.

הבקבוק נסדק והחל לטפטף.

הגרף שלפניכם מתאר את כמות המים בבקבוק

לאורך כמה דקות.

חשבו את קצב איבוד המים מהבקבוק.



11. 50 מ"ל בדקה

10. ג. קצב הצניחה הוא 400 מטרים בדקה