



אתגרים ומיומנויות בפתרון תרגילי "אוריינות"

מגמת ההתמקדות באוריינות במבחני הבגרות הקרובים ובתוכנית הלימודים החדשה מעלה מספר צרכים:

- לבחון את האתגרים שמציבות שאלות מהסוג הזה לתלמידינו.
- למקד את המיומנויות הנדרשות על מנת לפתור תרגילים מהסוג הזה.
- לתרגל את המיומנויות ואת ההתמודדות עם האתגרים באופן הדרגתי.

כמו תמיד, הנחת הייסוד שלנו כאורכי זריכה להיות: שום ידע אינו טרוויאלי!

אז: עם אילו אתגרים התלמידים צריכים להתמודד ב"שאלות אוריינות"?

- התמודדות עם מלל רב ועם עומס פרטים שלעיתים "מתחבאים" בתוך פסקאות ארוכות.
- הבנה של "הסיפור" שמאחורי המלל הכתוב.
- מעבר מתצוגה של מלל כתוב ו"סיפור" לתצוגה ויזואלית (הצגת איברי הסדרה על "קווים" או/ו הגדרת המרכיבים השונים שבסיפור באמצעות מושגים מתמטיים: $a_1 / d / n / a_n / S_n$).
- הבנה מדויקת של השאלה בכל אחד מהסעיפים.
(מה מבקשים? מציאת איבר רחוק/ חישוב סכום / מציאת מספר האיברים...?)
- בחירת הפרוצדורה המתמטית המתאימה (נוסחה או כל "פטנט" אחר) לכל שאלה ולכל סעיף.
- צורך לבצע מספר שלבים על מנת להגיע לפתרון השאלה (בלי הכוונה בדרך).
- הכרות עם קיצורים (כמו: מטר=מ', קילומטר=ק"מ).
- התמצאות במידות ומעברים בין המידות שונות (לדוגמה: מטר-קילומטר).

איך נעזור לתלמידינו להתמודד עם האתגרים שמציבים השאלות האורייניות?

- נתרגל בהדרגה התמודדות עם מלל: בהתחלה נתרגל שאלות שבהם הפרטים הרלוונטיים לשאלה כתובים בפסקאות נפרדות ולא "נבלעים" במלל. כך לתלמידים יהיה זמן "להתייחד" עם סוג השאלות הזה ופחות "לפחד" מהמלל.

- כולנו חיים בעולם מאוד ויזואלי. תמונה רלוונטית לסיפור יכולה לעזור "להיכנס לסיפור" ולהבין טוב במה השאלה עוסקת. בהמשך, בשאלות בהן אין תמונה נלווית, אפשר לבקש מהתלמידים לדמיין או אפילו לסרטט או לצייר את הסיטואציה. לחלק מהתלמידים זה יכול מאוד לעזור!

- הרגלי עבודה קבועים: בכל תרגיל מתחילים ברישום של האיברים על "קווים":

$$\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}, \frac{\quad}{a_9}, \frac{\quad}{a_{10}}$$

$a_1 =$ _____ או "תרגום" של הסיפור לקטגוריות מתמטיות:

$a_n =$ _____

$d =$ _____

$n =$ _____

- תרגול של הבנה מדויקת של השאלות הנשאלות.
- תרגול של פרוצדורות מתמטיות לפתרון בעיות (בעזרת נוסחאות וגם בעזרת "פטנטים" אחרים שעבור חלק מהתלמידים הם אינטואיטיביים ומובנים יותר).
- התייחסות לקיצורים, תרגול מעברים בין מידות שונות.

בדפים המצורפים מופיעים הסברים ותרגולים של המיומנויות השונות ותרגולים של שאלות הדומות לדוגמאות של שאלות האוריינות שפורסמו ע"י מפמ"ר מתמטיקה.

תרגולים והסברים נוספים נמצאים בחוברת "סדרות" בפרק "סדרה חשבונית". בהצלחה רבה!

אשמח לדבר אתכם, להסביר עוד על שיטות וחומרי הלמידה. לחצו ליצירת קשר!

מיומנות מספר 1:

מציאת מספר האיברים שבסדרה (מציאת n)

לפעמים יתנו לנו נתונים לגבי האיבר הראשון, הפרש הסדרה והאיבר האחרון בסדרה ויבקשו מאתנו לגלות כמה איברים יש בסדרה (למעשה נצטרך לגלות: מהו ה-n של האיבר האחרון בסדרה)

לדוגמא:



צביקי יצא למרוץ. בשעה הראשונה של המרוץ הוא עבר 75 מטרים. בכל שעה לאחר מכן הוא עבר 6 מטרים יותר מאשר בשעה הקודמת. בשעה האחרונה של המרוץ הוא עבר 117 מטרים. במשך כמה שעות צביקי רץ במרוץ?

דרך א' לפתרון:

אפשר לבנות את הסדרה מהאיבר הראשון ועד האיבר האחרון ולספור כמה איברים יש בסדרה:

$$\frac{75}{a_1}, \frac{81}{a_2}, \frac{87}{a_3}, \frac{93}{a_4}, \frac{99}{a_5}, \frac{105}{a_6}, \frac{111}{a_7}, \frac{117}{a_8}$$

בסדרה יש 8 איברים. זאת אומרת: צביקי רץ במשך 8 שעות במרוץ.

כאשר עובדים בשיטה זאת צריך סבלנות ותשומת לב כדי להגיע בדיוק לאיבר שאנו מחפשים.

דרך ב' לפתרון:

$$a_1 = 75$$

$$a_n = 117$$

$$d = 6$$

$$n = ?$$

נרשום את כל הנתונים בצורה מסודרת ונציב אותם בתוך הנוסחה:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ 117 & = & 75 & + & (n - 1) & \cdot & 6 \end{array}$$

נפתור את המשוואה שהתקבלה:

$$117 = 75 + (n - 1) \cdot 6$$

נפתח סוגריים /

$$117 = 75 + 6n - 6$$

נקבץ איברים דומים /

$$117 = 69 + 6n \quad / -69$$

$$48 = 6n \quad / : 6$$

נחלק במקדם של n:

$$n = 8$$



תרגול:

1. מעין מעוניינת להשתתף במרוץ טבריה.

היא בנתה לעצמה תכנית אימונים מסודרת:

בשבוע הראשון לאימון היא תרוץ 4 ק"מ, ובכל שבוע תרוץ 0.5 ק"מ יותר מאשר רצה בשבוע שלפניו.

רשמו את הנתונים באופן מסודר:

_____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____
 a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , a_6 , a_7 , a_8 , a_9 , a_{10} , a_{11} , a_{12} , a_{13} , a_{14}

$a_1 =$ _____ - (אורך הריצה בשבוע הראשון)

$d =$ _____ - (אורך הריצה שנוספת בכל שבוע)

א. כמה ק"מ מעין תרוץ בשבוע השישי לאימונים?

ב. באיזה שבוע תרוץ מעין 9 ק"מ?

במרוץ יש מספר מקצים: מקצה קצר של 10 ק"מ, ומקצה ארוך של 13 ק"מ.

מעין מתלבטת באיזה מקצה להשתתף. היא יודעת שהיא תוכל להשתתף במקצה מסוים רק אם במהלך האימונים תרוץ לפחות את המרחק שרצים במקצה.

ג. אם מעין תתאמן 14 שבועות, האם היא תוכל להשתתף במקצה הקצר (שאורכו 10 ק"מ)?
 נמקו את תשובתם.

ד. כמה שבועות צריכה מעין להתאמן אם היא רוצה לרוץ את המקצה הארוך (שאורכו 13 ק"מ)?
 נמקו את תשובתכם.



2. נועם מתאמן לקראת צליחת הכנרת (שחיה מצד אחד של הכנרת ועד הצד השני).

המתאמן של נועם בנה לו תכנית אימונים מסודרת. לפי התכנית בשבוע הראשון נועם ישחה 400

מטרים, ובכל שבוע ישחה 150 מטרים יותר מאשר שחה בשבוע שלפניו.

א. כמה מטרים ישחה נועם בשבוע החמישי לאימונים?

ב. באיזה שבוע ישחה נועם 2.5 ק"מ (2500 מטרים)?

בצליחת הכנרת יש שני מסלולים בהם ניתן להשתתף.

נועם מתלבט אם לשחות במסלול הקצר שאורכו 1500 מ', או במסלול הארוך שאורכו 3000 מ'.

הוא מבין שיוכל לשחות במסלול מסוים רק אם במהלך האימונים ישחה לפחות את המרחק שישחה במסלול.

ג. אם נועם יתאמן 7 שבועות, האם יוכל להשתתף בצליחת הכנרת במסלול הקצר?

נמקו את תשובתכם.

ד. כמה שבועות נועם צריך להתאמן אם הוא רוצה להשתתף בצליחת הכנרת במסלול הארוך?

מיומנות 2: מציאת מספר האיברים (n) על פי סכום

בתרגילים אחדים יינתנו לנו נתונים לגבי האיבר הראשון בסדרה, הפרש הסדרה והסכום הכולל (S_n) של כל איברי הסדרה. מתוך נתונים אלו נצטרך למצוא כמה איברים יש בסדרה (n).

לדוגמא:



איתמר נוסע על שביל ישראל באופניים.

בכל יום הוא רוכב 5 ק"מ יותר מביום הקודם.

ביום הראשון הוא רכב 12 ק"מ.

לאחר מספר ימים בדק ומצא שבסך הכול רכב עד אותו יום 147 ק"מ.

במשך כמה ימים רכב איתמר?

פתרון:

נרשום את הנתונים באופן מסודר:

$$a_1 = 12$$

$$d = 5$$

$$n = ?$$

$$a_n = ?$$

$$s_n = 147$$

$$\frac{12}{a_1}, \frac{17}{a_2}, \frac{22}{a_3}, \frac{27}{a_4}, \frac{32}{a_5}, \frac{37}{a_6}, \dots$$

דרך א' לפתרון:

נחבר את כל האיברים עד שנגיע לסכום הנתון:

$$12 + 17 + 22 + 27 + 32 + 37 = 147$$

תשובה: איתמר רכב במשך 6 ימים.

(שימו לב: כאשר בוחרים בדרך הזו לפתרון צריך לפעמים הרבה סבלנות עד שמגיעים לסכום המבוקש...)

דרך ב' לפתרון:

נשתמש בנוסחה השנייה למציאת סכום:

$$S_n = \frac{n \cdot [2a_1 + d(n-1)]}{2} \quad \leftarrow \text{נציב את הנתונים בנוסחה}$$

$$147 = \frac{n \cdot [2 \cdot 12 + 5(n-1)]}{2} \quad \leftarrow \cdot 2 \text{ נכפיל במכנה:}$$

$$294 = n[24 + 5n - 5] \quad \leftarrow \text{נפתח סוגריים}$$

$$294 = 24n + 5n^2 - 5n \quad \leftarrow \text{נעביר אגפים}$$

$$0 = 5n^2 + 19n - 294$$

$$n_{1,2} = \frac{-19 \pm \sqrt{19^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-294)}}{2 \cdot 5} \quad \leftarrow \text{נפתור את המשוואה הריבועית שהתקבלה בעזרת נוסחת השורשים}$$

$$n_1 = 6 \quad n_2 = -9.8$$

הפתרון ההגיוני מבין שני הפתרונות שהתקבלו הוא: 6 איברים.

כאשר משתמשים בדרך הפתרון הזו צריך מיומנות טובה בטכניקה אלגברית.

כדאי ללמוד את "שיטת החנוכייה" למציאת סכום בחוברת "סדרות" (עמ' 32) לצפייה בחוברת לחצו כאן



מיומנות 3: תשומת לב

כדאי לשים לב!

בשאלות אורייניות, עם הרבה מלל, חשוב לשים לב מה שואלים אותנו:

האם שואלים אותנו לגבי איבר מסוים בסדרה (a_n)

או: לגבי סכום האיברים (או ה"סך הכל") עד אותו האיבר (S_n)

או: לגבי מספר האיברים (n) .

לדוגמא:

מיכל התאמנה לקראת המרתון. בשבוע הראשון היא רצה 4 ק"מ

ובכל שבוע לאחר מכן, רצה 2 ק"מ יותר מאשר בשבוע הקודם.

נכתוב את האיברים הראשונים של הסדרה:

$$\frac{4}{a_1}, \frac{6}{a_2}, \frac{8}{a_3}, \frac{10}{a_4}, \frac{12}{a_5}, \frac{14}{a_6}, \frac{16}{a_7}, \frac{18}{a_8}$$

א. כמה ק"מ רצה מיכל בשבוע השישי?

(כדי לענות לשאלה זאת נבדוק מהו גודל האיבר השישי בסדרה (a_6))

$$\frac{4}{a_1}, \frac{6}{a_2}, \frac{8}{a_3}, \frac{10}{a_4}, \frac{12}{a_5}, \frac{14}{a_6}, \frac{16}{a_7}, \frac{18}{a_8}$$

תשובה: מיכל רצה 14 ק"מ בשבוע השישי.

ב. כמה ק"מ בסך הכל רצה מיכל בששת השבועות הראשונים של האימון?
(כדי לענות על שאלה זאת נחבר את כל האיברים, עד האיבר השישי (כולל (S_6))).

$$\frac{4}{a_1} + \frac{6}{a_2} + \frac{8}{a_3} + \frac{10}{a_4} + \frac{12}{a_5} + \frac{14}{a_6} = 54$$

תשובה: מיכל רצה בסך הכל 54 ק"מ בששת השבועות הראשונים של האימון.

ג. עם סיום תכנית האימונים מיכל חישה ומצאה שבמהלך האימונים היא רצה בסך הכל 108 ק"מ.

כמה שבועות נמשכה תכנית האימונים?

(נמשיך לחבר את אברי הסדרה עד שנגיע לסכום המבוקש ונבדוק כמה שבועות עברו (n))

$$\frac{4}{a_1} + \frac{6}{a_2} + \frac{8}{a_3} + \frac{10}{a_4} + \frac{12}{a_5} + \frac{14}{a_6} + \frac{16}{a_7} + \frac{18}{a_8} + \frac{20}{a_9} = 108$$

תשובה: תכנית האימונים ערכה 9 שבועות.

תרגול קצר:

3. ברוזון יצא למסע בחוף היום. בשעה הראשונה צעד 600 מטרים, ובכל שעה שלאחריה צעד 30 מטרים פחות מאשר בשעה הקודמת.

כתבו את האיברים הראשונים של הסדרה:

$$\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}$$



- א. כמה מטרים עבר הברוזון בשעה החמישית?
- ב. כמה מטרים בסך הכל צעד הברוזון בחמש השעות הראשונות של המסע?
- ג. בסך הכל צעד הברוזון באותו היום 3960 מטרים. במשך כמה שעות צעד הברוזון באותו היום?

4. שוהם קנתה מחשב ושילמה בתשלומים: התשלום הראשון היה בסך 250 ₪, ובכל חודש התשלום שהיא שילמה היה גדול ב-60 שקלים מהתשלום הקודם ששילמה.

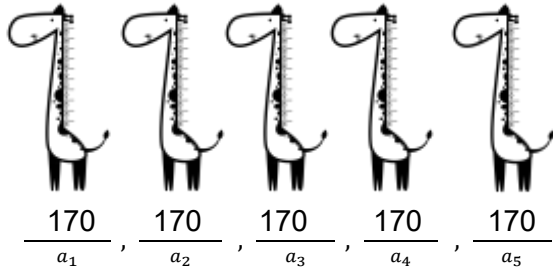
כתבו את האיברים הראשונים של הסדרה:

$$\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}$$



- א. כמה כסף בסך הכל שילמה שוהם בארבעת החודשים הראשונים?
- ב. מה גובה היה גובה התשלום בחודש החמישי?
- ג. המחשב עלה בסך הכל 4,410 ₪. כמה תשלומים שילמה שוהם?

מיומנות 4: חישובים ב"סדרה קבועה"



בואו נדבר רגע על "סדרה קבועה"

סדרה קבועה היא סדרה שגודל האיברים בה קבוע, לא עולה ולא יורד.

בסדרה כזאת קל לחשב את הסכום אם ידוע

גודל האיבר הראשון a_1 (ששווה לכל שאר האיברים) ומספר האיברים n .

לדוגמה: בחנות צעצועים יש 5 בובות ג'ירפה שאורך כל אחת מהן הוא 170 ס"מ.

אם נעמיד את הג'ירפות אחת על גבי השנייה, מה יהיה סך הכל אורכן?

$$S_n = a_1 \cdot n$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ S_n & = & a_1 \cdot n \end{array}$$

$$(סך כל האורך של כל הג'ירפות) \quad S_n = 170 \cdot 5$$

$$S_n = 850$$

סך-כל האורך של כל הג'ירפות הוא 850 ס"מ.

מציאת נתונים על פי הסכום (ה"סך הכל"):

אם היינו יודעים רק את **הסכום** ואת הגודל של **האיבר הראשון** (ששווה לכל איבר אחר בסדרה קבועה), היינו יכולים לגלות גם את **מספר הג'ירפות** (n):

$$n = S_n \div a_1$$

$$n = 850 \div 170$$

$$n = 5$$

מספר הג'ירפות הוא 5.

ואם היינו יודעים את **הסכום** ואת **מספר האיברים** (n)

היינו יכולים לגלות את הגודל של האיבר הראשון (ששווה לכל איבר אחר בסדרה קבועה):

$$a_1 = S_n \div n$$

$$a_1 = 850 \div 5$$

$$a_1 = 170$$

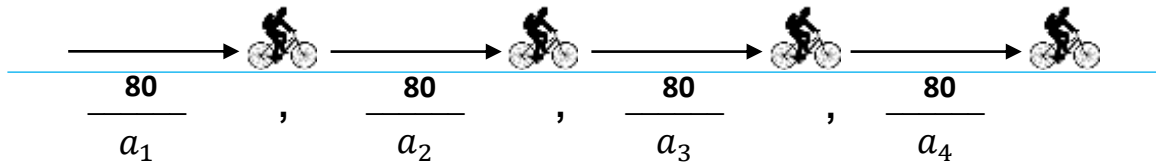
האורך של כל ג'ירפה הוא 170 ס"מ.



בצורה דומה נוכל לחשב נתונים ב"סיפור דרך" בו המרחקים קבועים.

לדוגמא:

עמנואל רוכב מרחק קבוע של 80 מטר בכל דקה.



כמה מטרים רכב עמנואל בסך הכל?

נחשב:

$$S_n = a_1 \cdot n$$

$$S_4 = 80 \cdot 4$$

$$S_4 = 320$$

עמנואל רכב בסך הכל 320 מטרים.

במשך כמה דקות רכב עמנואל?

$$n = S_n \div a_1$$

$$n = 320 \div 80$$

$$n = 4$$

עמנואל רכב במשך 4 דקות.

כמה מטרים רכב עמנואל בדקה הראשונה ובכל דקה לאחר מכן?

$$a_1 = S_n \div n$$

$$a_1 = 320 \div 4$$

$$a_1 = 80$$

עמנואל עבר בדקה הראשונה ובכל דקה לאחר מכן 80 מטרים.

תרגילים:



5. יוסי, רפאל ופלוטו עורכים תחרות ריצה למרחק של 1200 מטר.
יוסי רץ מרחק קבוע של 150 מטר בדקה.

רפאל רץ בדקה הראשונה 275 מטר, ובכל דקה שלאחריה רץ 30 מטר פחות מבדקה שקדמה לה.

פלוטו רץ בדקה הראשונה 100 מטרים, ובכל דקה שלאחריה רץ 40 מטר יותר מבדקה שקדמה לה.

א. פרטו עבור כל אחד מהמתחרים את קצב הריצה בדקות הראשונות:

יוסי: $\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}, \frac{\quad}{a_9}, \frac{\quad}{a_{10}}$

רפאל: $\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}, \frac{\quad}{a_9}, \frac{\quad}{a_{10}}$

פלוטו: $\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}, \frac{\quad}{a_9}, \frac{\quad}{a_{10}}$

ב. בכמה דקות סיים יוסי את הריצה?

ג. שני מתחרים סיימו את הריצה באותו הזמן.

מי משני המתחרים וכעבור כמה זמן סיימו את הריצה?

ד. כמה זמן לאחר שסיימו שני הראשונים את הריצה, סיים הרץ השלישי את הריצה?



6. יפית, תמר ולילך עורכות תחרות חתירה בקיאק למרחק 350 מטר.

יפית חותרת בדקה הראשונה 41 מטרים ובכל דקה לאחר מכן מתקדמת 10 מטרים יותר מאשר בדקה הקודמת.

תמר חותרת מרחק קבוע של 50 מטרים בכל דקה.

לילך חותרת מרחק של 80 מטרים בדקה הראשונה ואז מאטה ובכל דקה חותרת 5 מטרים פחות מבדקה שקדמה לה.

א. בכמה זמן סיימה יפית את התחרות?

ב. שתיים מהמתחרות סיימו את התחרות באותו הזמן. מי מבין שתי המתחרות?

כעבור כמה זמן הן סיימו את החתירה?

ג. כמה זמן לאחר שסיימו שתי הראשונות את החתירה, סיימה השלישית?

מיומנות 5: מעברים בין מידות

מעברים: קילומטרים - מטרים



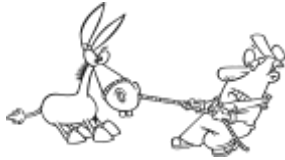
המשמעות של "קילו" היא: הכפלה ב-1000:

קילומטר = 1000 מטר

קילוגרם = 1000 גרם

קילוואט = 1000 וואט

בתרגילים בהם מופיעים גם מטרים וגם קילומטרים, אפשר "לתרגם" את הקילומטרים למידות של מטרים, כך יהיה נוח יותר לחשב.



לדוגמא:

חמור עלה במעלה ההר.

בשעה הראשונה הוא התקדם 2.5 ק"מ ובכל שעה שלאחר מכן הוא התקדם 300 מטרים פחות משעה הקודמת. כמה מטרים החמור עבור בשעה החמישית?

פתרון:

קודם כל: "נתרגם" את הקילומטרים למטרים, על ידי הכפלה של הקילומטרים ב-1000:

$$2.5 \text{ ק"מ} = 2.5 \cdot 1000 \text{ מטרים} = 2500 \text{ מטרים}$$

ועכשיו נרשום את הנתונים בצורה מסודרת:

$$\frac{2500}{a_1}, \frac{2200}{a_2}, \frac{1900}{a_3}, \frac{1600}{a_4}, \frac{1300}{a_5}$$

התשובה: החמור עבר בשעה החמישית 1300 מטרים.

אם נרצה להביע את המרחק בקילומטרים, נחלק ב-1000:

$$1300 \text{ מטרים} \div 1000 = 1.3 \text{ קילומטרים}$$

במילים אחרות: החמור עבר 1.3 קילומטרים בשעה החמישית.

7. קבוצת מטיילים יצאה לטיול.

בשעה הראשונה צעדו המטיילים 2.5 ק"מ, ובכל שעה לאחר מכן צעדו 0.5 ק"מ יותר מאשר בשעה שקדמה לה. לאחר 5 שעות צעדה נחו המטיילים חצי שעה.

$$\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}, \frac{\quad}{a_9}, \frac{\quad}{a_{10}}$$

א. כמה ק"מ צעדו המטיילים עד המנוחה?

לאחר המנוחה המשיכו המטיילים את הטיול. בחלק זה של הטיול טיפסו המטיילים בעליה תלולה ולכן בכל **חצי שעה** צעדו 200 מטרים פחות מאשר בחצי השעה שקדמה לה. בחצי השעה הראשונה צעדו המטיילים 1.6 קילומטר (1600 מטרים). בחצי השעה האחרונה צעדו המטיילים 600 מטרים.

$$\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}, \frac{\quad}{a_9}, \frac{\quad}{a_{10}}$$

ב. כמה מטרים טיפסו המטיילים בחצי השעה השנייה?

ג. כמה זמן בסך הכל נמשך הטיפוס בעליה התלולה?

ד. כמה זמן נמשך הטיול כולו (מתחילתו ועד סופו, כולל זמן מנוחה)?

ה. מה היה אורכו הכולל של המסע (מתחילתו ועד סופו)?

כדאי לפרט את מהלך השעות הראשונות של הטיול כך שנוכל "לראות" בעיניים" ולהבין טוב יותר.

כדאי לפרט גם את מהלך השלב השני של הטיול. שימו לב שכל איבר מתאר את ההתקדמות בכל **חצי שעה!**

שימו לב! צריך לצרף את חצאי השעות ולבדוק במשך כמה שעות (שלמות) הלכו המטיילים.



8. תלמידים יצאו לטיול שנתי. בשעה הראשונה של הטיול הלכו התלמידים 5 ק"מ, ובכל שעה

לאחר מכן הלכו 400 מטרים פחות מבשעה שקדמה לה.

לאחר 4 שעות הליכה עשו התלמידים הפסקה של שעה וחצי לצורך מנוחה ואכילה.

א. כמה ק"מ התקדמו התלמידים עד ההפסקה?

לאחר ההפסקה, המשיכו התלמידים את הטיול באופניים. בכל רבע שעה הם נסעו 0.5 ק"מ יותר מברבע השעה שקדמה לה.

ברבע השעה הראשונה נסעו התלמידים 3 ק"מ.

ברבע השעה האחרונה נסעו התלמידים 5.5 ק"מ.

ב. כמה מטרים נסעו התלמידים ברבע השעה הרביעית?

ג. כמה זמן נמשכה הנסיעה באופניים?

ד. כמה זמן נמשך הטיול כולו באותו היום (כולל ההליכה, הרכיבה על האופניים וההפסקה)?

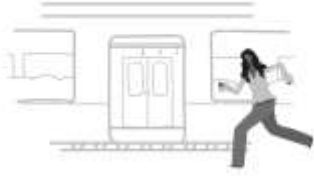
ה. מה היה אורכו הכולל של הטיול באותו היום (כולל ההליכה והרכיבה על האופניים)?

כדאי לפרט את מהלך הטיול בשלב הראשון

ולאחר מכן: את מהלך הטיול בשלב השני (הרכיבה על האופניים).

שימו לב! בשלב השני כל איבר מתאר את הדרך שהתלמידים עברו ברבע שעה!

כדאי להמיר את הקילומטרים למטרים. כך יהיה נוח יותר לחשב!



9. כדי להגיע מביתה למקום העבודה שלה מעיין צריכה:

- ללכת ברגל

- לנסוע באוטובוס

- ואז לנסוע ברכבת.

מעיין קמה בבוקר וצריכה ללכת 1.1 ק"מ.

בדקה הראשונה של ההליכה היא עוברת מרחק של 150 מ' ובכל דקה שלאחריה היא עוברת 10 מ' פחות מבדקה שלפניה.

נדאי להמיר את
הקילומטרים
למטרים.
כך יהיה נוח יותר
לחשב!

$$\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}, \frac{\quad}{a_9}, \frac{\quad}{a_{10}}$$

לאחר מכן מעיין נוסעת באוטובוס מהיר. בדקה הראשונה לנסיעה האוטובוס עובר מרחק של 2 ק"מ, ובכל דקה לאחר מכן, הוא עובר 0.5 ק"מ פחות מבדקה הקודמת. מעיין נסעה באוטובוס במשך 4 דקות.

$$\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}, \frac{\quad}{a_9}, \frac{\quad}{a_{10}}$$

מרחק הנסיעה ברכבת הוא 18 ק"מ. הרכבת נוסעת בקצב קבוע, בכל דקת נסיעה היא עוברת 1.5 ק"מ.

$$\frac{\quad}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}, \frac{\quad}{a_7}, \frac{\quad}{a_8}, \frac{\quad}{a_9}, \frac{\quad}{a_{10}}$$

- במשך כמה דקות מעיין הלכה בבוקר?
- מה אורך המסלול שבו האוטובוס נסע?
- במשך כמה דקות מעיין נסעה באוטובוס?
- כמה זמן בסך הכל לוקח למעיין להגיע מביתה עד לבית הספר?

10. טליה יוצאת למסלול אתגרי במהלכו היא:

חוצה אגם בשחייה

מטפסת על הר

גולשת בסקי במורד ההר.

- רוחב האגם אותו צריכה טליה לחצות בשחייה הוא 480 מ'.
טליה שוחה בקצב קבוע ובכל דקה היא עוברת 60 מ'.
לאחר מכן היא מתחילה לטפס על ההר. בדקה הראשונה היא מתקדמת 150 מטרים ובכל דקה שלאחריה היא עוברת 4 מטרים פחות מבדקה שלפניה. אורך מסלול הטיפוס הוא 1.548 ק"מ.
עם סיום הטיפוס על ההר היא מתחילה לגלוש בסקי:
בדקה הראשונה היא גולשת 60 מטרים ובכל דקה לאחריה היא גולשת 20 מטרים יותר מבדקה הקודמת. היא מסיימת את מסלול הגלישה לאחר 10 דקות.
- כעבור כמה דקות סיימה טליה את חציית האגם?
 - במשך כמה דקות טיפסה טליה על ההר?
 - מה אורכו של מסלול הגלישה?
 - כעבור כמה זמן סיימה טליה את המסלול כולו?



11. טריאתלון הוא ענף ספורט המשלב שלושה סוגי ספורט:

- שחיה
- רכיבה על אופניים
- ריצה.

שירן השתתפה בתחרות לנוער.

אורך מיקצה השחייה הוא 1.1 קילומטר.

בדקה הראשונה של מיקצה השחייה שירן עברה מרחק של 80 מ' ובכל דקה שלאחריה עברה 4 מטרים יותר מבדקה שלפניה.

ענף הריצה הוא ענף הספורט המאתגר ביותר עבור שירן.

בדקה הראשונה של הריצה רצה שירן 200 מ' ובכל דקה לאחר מכן עברה 2 מטרים פחות מבדקה הקודמת. שירן סיימה את המיקצה כעבור 25 דקות.

אורך מקצה הרכיבה הוא 15 ק"מ. שירן רכבה מיקצה זה בקצב קבוע, בכל דקת רכיבה היא עברה 0.5 ק"מ.

א. כעבור כמה דקות סיימה שירן את מקצה השחייה?

ב. במשך כמה זמן רכבה שירן?

ג. מה אורכו של מסלול הריצה?

ד. כעבור כמה זמן סיימה שירן את המסלול כולו?



12. רותם רוצה לקנות טלפון סלולרי מדגם חדש שיושק בעוד 12 חודשים. רותם חישבה ומצאה שאם תפקיד בחודש הראשון סכום ראשוני של 880 ₪ ובכל חודש לאחר מכן תוסיף 220 ₪ לסכום שחסכה בחודש הקודם, היא תצליח לחסוך את כל הכסף הדרוש לה לקניית הטלפון, עד לתאריך ההשקה.

- א. כתבו כמה כסף יהיה לרותם בכל אחד מהחודשים הבאים:
 בחודש הראשון:
 בחודש השני:
 בחודש השלישי:
 בחודש הרביעי:

שימו לב!
אברי הסדרה מתארים את הסכום המצטבר!

ב. מה מחיר הטלפון שרותם רוצה לקנות?
 לאחר שרותם חסכה במשך 6 חודשים הודיעה החברה המייצרת את הטלפון, שהשקת הטלפון הוקדמה בחודשיים.



- ג. כמה כסף צריכה רותם עוד לחסוך על מנת שיהיה לה מספיק לרכישת הטלפון?
 ד. כמה חודשים נותרו עד להשקת הטלפון החדש?
 ה. כמה כסף רותם צריכה להוסיף לחסכון החודשי, כדי שבתאריך השקת הטלפון יהיה בידה כל הסכום הגרוש לרכישתו?

13. אשר רוצה לחסוך לקראת הוצאת רישיון. הוא מעוניין להתחיל בלימודי הנהיגה עם סיום החופש הגדול בעוד 10 שבועות, ועד אז לחסוך את כל הכסף הדרוש לו. הוא חישב ומצא שאם יפקיד בשבוע הראשון את הכסף שיש ברשותו כעת (1050 ₪) ובכל שבוע לאחר מכן יוסיף עוד 550 ₪, הוא יצליח לחסוך את כל הכסף הדרוש לו.



א. כתבו כמה כסף יהיה לאשר בכל אחד מהשבועות הבאים:

בשבוע הראשון:

בשבוע השני:

בשבוע השלישי:

בשבוע הרביעי:

ב. כמה כסף מתכנן אשר לחסוך לקראת הוצאת הרישיון?
לאחר שאשר חסך כפי שתכנן במשך 7 שבועות, הוא החליט שיצטרף למשפחתו לשבוע חופשה בסוף החופש הגדול. מכיוון שלא רצה לשנות את מועד התחלת לימודי הנהיגה, הוא החליט לקצר את תקופת החיסכון בשבוע אחד.

ג. כמה כסף אשר צריך להוסיף לחסכון השבועי שלו, על מנת שיהיה לו את כל הכסף הדרוש לו שבוע אחד לפני סיום החופש הגדול?

14. אורי מתכננת לנסוע עם חברותיה לטיול ביוון בעוד 16 שבועות. היא חישה ומצאה שאם תפקיד בשבוע הראשון סכום ראשוני של 2200 ₪ ובכל שבוע לאחר מכן תוסיף 150 ₪ היא תצליח לחסוך עד לתאריך הטיסה את כל הכסף הדרוש לה לחופשה.

א. כתבו כמה כסף יהיה לאורי:

בשבוע הראשון:

בשבוע השני:

בשבוע השלישי:

בשבוע הרביעי:



ב. כמה כסף מתכננת אורי לחסוך לקראת החופשה?
ג. לאחר שאורי חסכה במשך 9 שבועות, הודיעה חברת התעופה שבשל חשש להתפרצות קורונה בחודשי החורף, היא מקדימה את הטיסה ב-4 שבועות.
כמה כסף אור צריכה להוסיף לחסכון השבועי שלה, כדי שעד בתאריך הטיסה יהיה בידה כל הכסף שהיא תכננה לקחת לטיול?

15. ניצן פנה לסוכנות רכב על מנת לרכוש טוסטוס. בסוכנות הציעו שני הסדרי תשלום. הצעה ראשונה: 25 תשלומים של 800 ₪ כל תשלום. הצעה שנייה: תשלום ראשון: 1100 ₪ ובכל חודש 200 ₪ יותר מבחודש שקדם לו. ניצן החליט לבחור בהצעה השנייה.

א. מה מחיר הטוסטוס?

ב. מה מספר התשלומים שניצן צריך לשלם לפי המסלול שבחר? (ההצעה השנייה)

אחרי שניצן שילם 4 תשלומים, הוא החליט שאינו יכול לעמוד בגובה ההוצאה החודשית ההולכת וגדלה מידי חודש ולכן ביקש לחזור להצעה הראשונה:

תשלום קבוע של 800 ₪ בכל חודש. כמה שילם ניצן ב-4 התשלומים הראשונים?

ג. כמה כסף נותר ליואב לשלם?

ד. לאחר השינוי בהסדרי התשלום, לאחר כמה תשלומים נוספים יסיים לשלם עבור

הטוסטוס?

16. צופיה בדקה אפשרויות לרכישת מחשב נייד באמצעות אתר באינטרנט.

באתר הציעו שתי אפשרויות רכישה:

אפשרות א': תשלום ראשון בסכום 110 ₪ ובכל חודש לשלם 100 ₪ יותר מבחודש קדם לו.

אפשרות ב': 14 תשלומים שווים של 400 ₪ בכל חודש.

צופיה החליטה לבחור בהצעה א'.

א. מה מספר התשלומים שצופיה צריכה לשלם לפי מסלול התשלום שבחרה?

לאחר שצופיה שילמה 5 תשלומים, היא הבינה שאינה יכולה לעמוד בתשלום החודשי ההולך

וגדל מידי חודש, ולכן ביקשה לשנות מסלול התשלומים לאפשרות ב'.

ב. כמה כסף נותר לצופיה לשלם?

ג. לאחר השינוי בהסדר התשלום, כמה תשלומים חודשיים נותרו לצופיה לשלם?

ד. כמה היא תשלם בתשלום האחרון?

שימו לב! כדי לענות על סעיף א' או צריכים לדעת מה מחיר המחשב!

יתכן שבתשלום האחרון ישאר לצופיה פחות מ-400 ₪!



17. יונתן לקח הלוואה בסך 55,000 ₪ מהבנק.

בבנק הציעו לו 2 מסלולים להחזר:

מסלול ראשון: החזר של סכום קבוע מידי חודש, למשך 20 חודשים.

מסלול שני: תשלום ראשון בסך 5500 ₪, ובכל חודש לשלם 100 ₪ פחות מאשר בחודש

הקודם.

א. כמה ההחזר החודשי הקבוע לפי המסלול הראשון?

ב. יונתן בחר להחזיר את ההלוואה לפי המסלול השני.

כעבור כמה חודשים הוא יסיים להחזיר את כל ההלוואה שלקח?

אחרי ששילם יונתן 7 תשלומים הוא החליט שהוא מסוגל לשלם תשלומים גבוהים יותר, ולכן

ביקש מהבנק לשלם את כל הסכום הנותר ב-3 תשלומים שווים.

ג. כמה כסף נותר ליונתן לשלם?

ד. מה הסכום שיונתן יצטרך לשלם בכל אחד משלושת התשלומים שנותרו לו?

את התרגיל הבא אפשר לפתור באמצעות נוסחת הסכום או באמצעות "שיטת החנוכייה" כפי שמופיע בהסבר. הסברים ותרגולים נוספים ל"שיטת החנוכייה" ניתן לראות בחוברת "סדרות, ע"מ 37-41

מיומנות 6

מציאת נתונים באמצעות "שיטת החנוכייה"

מסלול אימונים בנוי מכמה מקטעים באורכים שונים, כך שכל מקטע ארוך מקודמו בגודל קבוע.

אורך המקטע הראשון, הקצר ביותר הוא 15 מטרים.

האורך הכולל של 5 המקטעים הראשונים הוא 145 מטרים.

מצאו את גודל האיבר השלישי.



$$a_1 = 15$$

$$S_5 = 145$$

• נציג את הנתונים:

• ונשתמש ב"שיטת החנוכייה":

$$\frac{15}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}$$

• נתון כי סכום 5 האיברים הראשונים הוא 145. "נבנה חנוכייה" על 5 האיברים הראשונים.

• התקבלו 2 זוגות" ועוד "חצי זוג" (האיבר הבודד שבאמצע (a_3)).

• נחלק את סכום שלושת האיברים ב- $2\frac{1}{2}$ זוגות:

$$145 \div 2\frac{1}{2} = 58$$

• התקבל שסכום כל זוג בחנוכייה הוא 58. הסכום של האיבר האמצעי, (שהוא "חצי זוג")

הוא חצי מ-58 והוא שווה ל-29.

$$\frac{15}{a_1}, \frac{\quad}{a_2}, \frac{\quad}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}$$

• כעת אפשר לדעת שגודל האיבר השלישי הוא 29!

בצורה דומה ניתן לפתור את התרגיל הבא:

מסלול אומגה בנוי מכמה מקטעים באורכים שונים, כך שכל מקטע ארוך מקודמו בגודל קבוע.

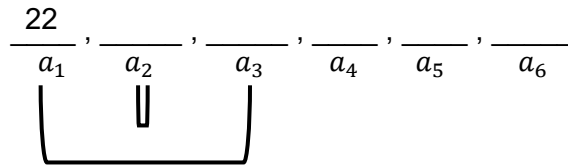
אורך המקטע הראשון, הקצר ביותר הוא 22 מטרים.

$$a_1 = 22$$

האורך הכולל של 3 המקטעים הראשונים הוא 102 מטרים.

$$S_3 = 102$$

מצאו ההפרש בין אורך כל מקטע לאורך המקטע הקודם לו.



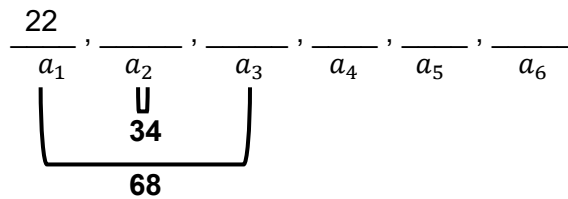
- נתון כי סכום 3 האיברים הראשונים הוא 102. "נבנה חנוכייה" על 3 האיברים הראשונים.

- התקבלו זוג אחד ועוד "חצי זוג" (האיבר הבודד שבאמצע "השמש" (a_3)).

- נחלק את סכום שלושת האיברים ב- $1\frac{1}{2}$ זוגות:

$$102 \div 1\frac{1}{2} = 68$$

- התקבל שסכום כל זוג בחנוכייה הוא 68. הסכום של האיבר האמצעי, (שהוא "חצי זוג") הוא חצי מ-68 והוא שווה ל-34.



- עכשיו אפשר להשלים נתונים:

$$\frac{22}{a_1}, \frac{34}{a_2}, \frac{34}{a_3}, \frac{34}{a_4}, \frac{34}{a_5}, \frac{34}{a_6}$$

$$a_1 = 22, \quad a_2 = 34$$

$$d = 34 - 22 = 12$$

תשובה: ההפרש בין כל מקטע למקטע שלפניו הוא 12 מטרים.



18. מגלשת מים מורכבת מ-7 קטעים תלולים שבניהם ישנם הפסקה מישורית.

כל קטע ארוך מקודמו בגודל קבוע.

אורך הקטע הראשון, הקצר ביותר, הוא 5 מטרים.

עדן גלש שלושה קטעים מהמגלשה. אורך המסלול הכולל שגלש

הוא 24 מטרים.

- א. בכמה גדול אורך כל קטע במגלשה מהקטע הקודם לו?
- ב. מה אורכו של הקטע השביעי?
- ג. נורית גלשה את הקטעים השלישי והרביעי ובאותו הזמן גלש מתן את הקטע השביעי. מי משניהם גלש דרך ארוכה יותר? הסבירו את תשובתכם.
- ד. אלון החל לגלוש במגלשה כאשר ניצן סיים את הקטע החמישי. מה היה המרחק בין אלון לניצן כאשר אלון יצא לדרך?
- ה. שירי רוצה להתחיל לגלוש רק כאשר ניצן יהיה לפחות במרחק 70 מטרים ממנה בהמשך המגלשה. איזה קטע במגלשה ניצן צריך לסיים לפני ששירי תצא לדרך?

פתרונות – שאלות אוריינות , סדרה חשבונית

1. א. 6.5 ק"מ $(a_6 = 6.5)$ ב. בשבוע ה-11 $(a_{11} = 9)$ ג. כן, כי בשבוע ה-14 מעין תרוץ 13 ק"מ.
2. א. 1000 מ' $(a_5 = 1000)$ ב. בשבוע ה-15 $(a_{15} = 2,500)$ ג. לא, כי בשבוע ה-7 של האימונים הוא ישחה רק 1300 מ'. ד. לפחות 19 שבועות, כי בשבוע ה-19 של האימונים הוא ישחה 3,100 מ'.
3. א. 480 מ' $(a_5 = 480)$ ב. 2,700 מ' $(S_5 = 2,700)$ ג. במשך 8 שעות $(S_8 = 3,960)$.
4. א. 1360 ש' $(S_4 = 1,360)$ ב. 490 ש' $(a_5 = 490)$ ג. 9 תשלומים $(S_9 = 4,410)$.
5. א. 8 דקות ב. רפאל ופלוטו סיימו יחד לאחר 6 דקות ג. יוסי הגיע 2 דקות לאחר שפלוטו ורפאל סיימו.
6. א. ב-7 דקות ב. יפית ותמר, כעבור 7 דקות. ג. לילך סיימה 2 דקות לפני תמר ויפית.
7. א. 17.5 ק"מ ב. 1400 מ' ג. 3 שעות ד. 8.5 שעות ה. 20.5 ק"מ.
8. א. 17.6 ק"מ $(17,600 \text{ מ'})$ ב. 4.5 ק"מ ג. שעה וחצי ד. 7 שעות ה. 43.1 ק"מ.
9. א. במשך 10 דקות ב. 5000 מטרים (5 ק"מ) ג. 12 דקות ד. 26 דקות.
10. א. 8 דקות ב. 12 דקות ג. 1500 מטרים ד. 30 דקות.
11. א. 11 דקות ב. 30 דקות ג. 5,600 מטרים (5.6 ק"מ) ד. כעבור 66 דקות.
12. א. חודש ראשון: 880 ש' חודש שני: 1,100 ש' חודש שלישי: 1,320 ש' חודש רביעי: 1,540 ש'.
ב. 3300 ש' ג. 1320 ש' ד. 4 חודשים ה. 110 ש'
13. א. שבוע ראשון: 1,050 ש' שבוע שני: 1,600 ש' שבוע שלישי: 2,150 ש' שבוע רביעי: 2,700 ש'.
ב. 6,000 ש' ג. אר צריך להוסיף 275 ש' לחסכון השבועי.
14. א. שבוע ראשון: 2,200 ש' שבוע שני: 2,350 ש' שבוע שלישי: 2,500 ש' שבוע רביעי: 2,650 ש'.
ב. 4,450 ש' ג. אור צריכה להוסיף לחסכון השבועי 200 ש'.
15. א. מחיר הטוסטוס: 20,000 ש'. ב. 5,600 ש' ג. 14,400 ש' ד. עוד 18 תשלומים.
16. א. 10 תשלומים, במסלול א'. ב. 4,980 ש' ג. 13 תשלומים (תשלום אחרון לא מלא) ד. בתשלום האחרון צופיה תשלם רק 180 ש'.
17. א. 2,750 ש' ב. 11 חודשים ג. 18,600 ש' ד. 6,200 ש'.
18. א. ב-3 מ' ב. 23 מ' ג. נורית גלשה בסך הכל 25 מטרים ומתן גלש 23 מטרים. נורית גלשה יותר ממתן. ד. ניצן צריך לסיים את הקטע השישי, כי אז הוא יהיה במרחק של 75 מ' משרי.