

## נקודות מקסימום ומינימום ותחומי עלייה וירידה

עד כה עסקנו בנקודות ה-0 ובתחומי חיוביות ושליליות.

נקודות חשובות נוספות הן נקודות **מקסימום** ונקודות **מינימום**.

**נקודת מקסימום מקומית** היא נקודה שהערך שלה (ערך ה-y) הוא הגבוה ביותר מכל הנקודות שמסביבה.

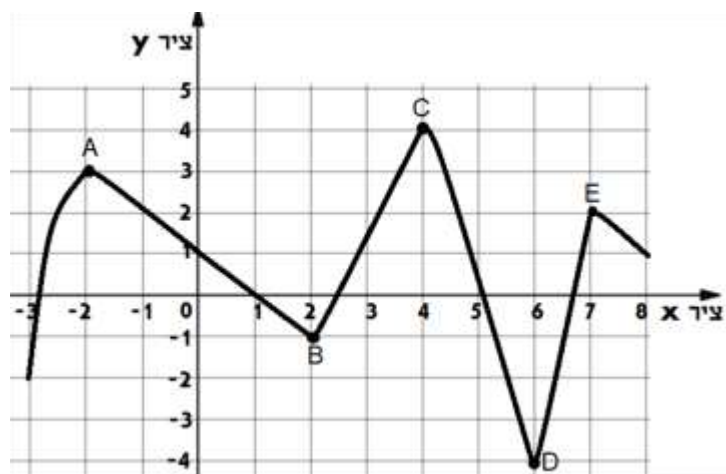
נקודת **מינימום מקומית** היא הנקודה שהערך שלה (ערך ה-y) הוא הנמוך ביותר מכל הנקודות שמסביבה.

לעומתן,

נקודת **מקסימום מוחלטת** היא הנקודה שבה ערך ה-y הוא הגבוה ביותר בכל הגרף.

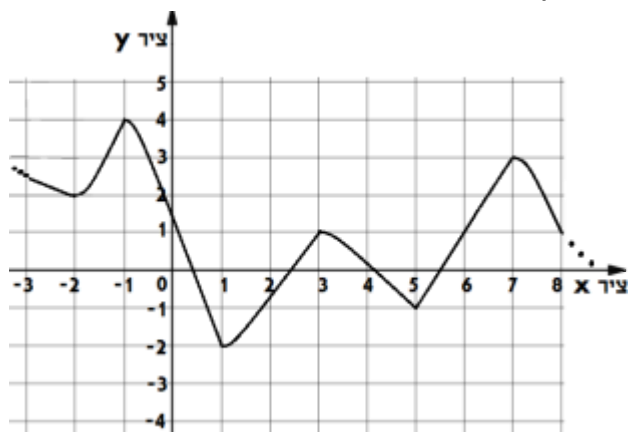
נקודת **מינימום מוחלטת** היא הנקודה שבה ערך ה-y הכי נמוך בכל הגרף.

לדוגמה:



- נקודה A(-2,3) ונקודה E(7,2) הן נקודות מקסימום מקומי.
- נקודה C(4,4) היא נקודת מקסימום מוחלט.
- נקודה B(2,-1) היא נקודת מינימום מקומי.
- נקודה D(6,-4) היא נקודת מינימום מוחלט.

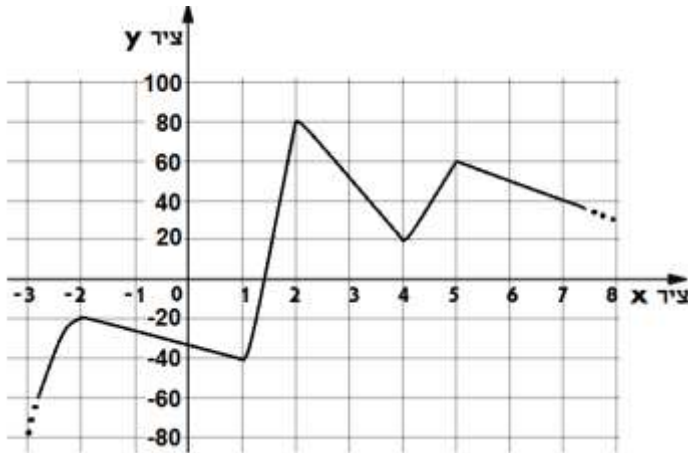
1. סמנו את נקודות המקסימום ואת נקודות המינימום בגרף.



- א. נקודת המקסימום המוחלט היא (\_\_, \_\_).
- ב. נקודות מקסימום מקומי: (\_\_, \_\_), (\_\_, \_\_)
- ג. נקודת מינימום מוחלט: (\_\_, \_\_)
- ד. נקודות מינימום מקומי: (\_\_, \_\_), (\_\_, \_\_)

הפתרונות לשיעור זה בעמוד 35

2. סמנו את נקודות המקסימום ואת נקודות המינימום בגרף.



רשמו את שיעורי הנקודות הבאות:

א. נקודת המקסימום המוחלט:

ב. נקודות מקסימום מקומי:

ג. נקודת מינימום מוחלט:

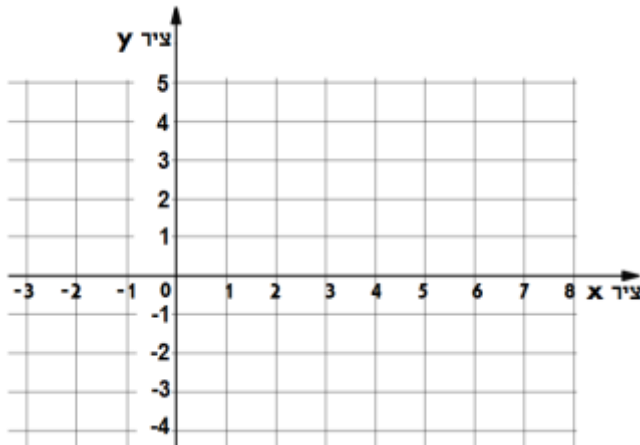
ד. נקודת מינימום מקומי:

3. לפניכם נקודות המינימום והמקסימום של גרף:

נקודות מינימום:  $A(1, -4)$ ,  $C(6, 1)$

נקודות מקסימום:  $B(4, 5)$ ,  $D(7, 3)$

א. סמנו את הנקודות על מערכת הצירים וסרטטו גרף העובר בין הנקודות.



ב. הקיפו בעיגול את התיאור הנכון:

(1) בין נקודה A לנקודה B קו הגרף עולה/יורד/קבוע.

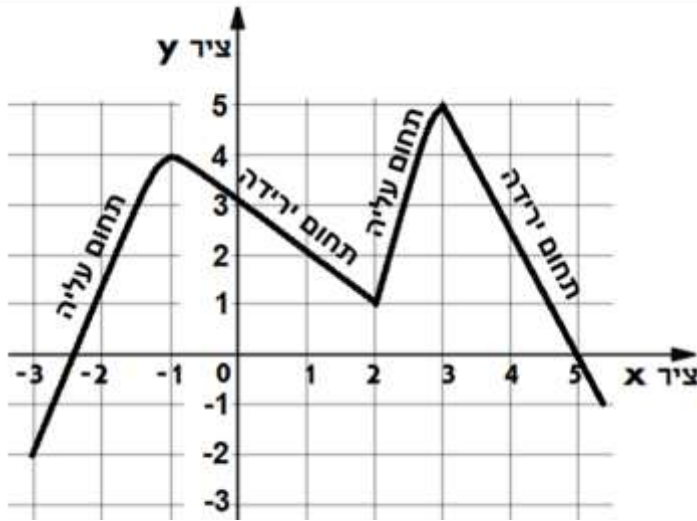
(2) בין נקודה B לנקודה C הגרף עולה/יורד/קבוע.

(3) בין נקודה C לנקודה D הגרף עולה/יורד/קבוע.

(4) **באופן כללי**, בין נקודת מינימום לנקודת מקסימום הגרף עולה/יורד/קבוע,

ובין נקודת מקסימום לנקודת מינימום הגרף עולה/יורד/קבוע.

## תחומי עלייה ותחומי ירידה



כאשר מסתכלים על הגרף משמאל לימין:

מימין לנקודת מקסימום קו הגרף **יורד**.

התחום שבו הגרף יורד נקרא

**תחום ירידה**

מימין לנקודת מינימום הגרף **עולה**.

התחום שבו הגרף עולה נקרא

**תחום עלייה**

4. רועי הלך לטיול באזור בקעת ים המלח ומדבר יהודה.

הוא יצא בשעה 6:00 בבוקר וטייל עד השעה 16:00 אחר הצהריים.

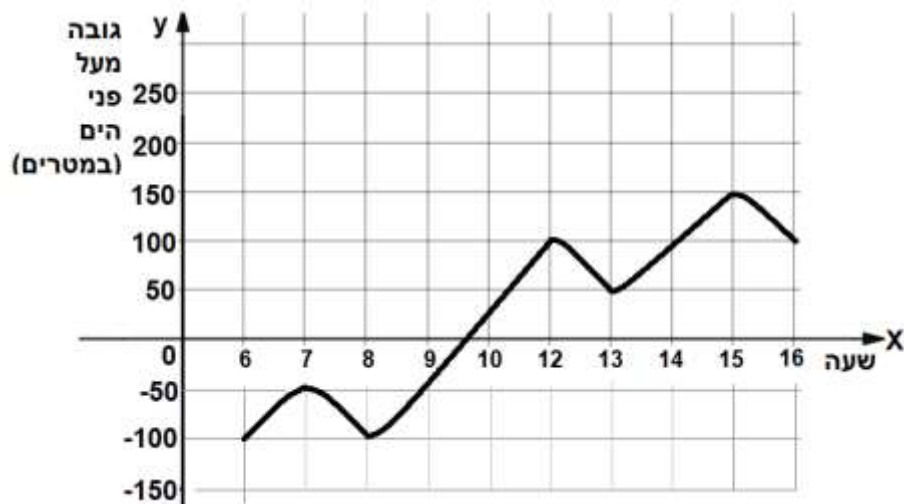
הגרף לפניכם מתאר את הגובה שבו נמצא רועי לאורך שעות הטיול.

א. סמנו בגרף את נקודות המקסימום (המקומי והמוחלט).

ב. סמנו בגרף את נקודות המינימום (המקומי והמוחלט).

ג. בין אילו שעות היה רועי בתחום עלייה?

ד. בין אילו שעות היה רועי בתחום ירידה?



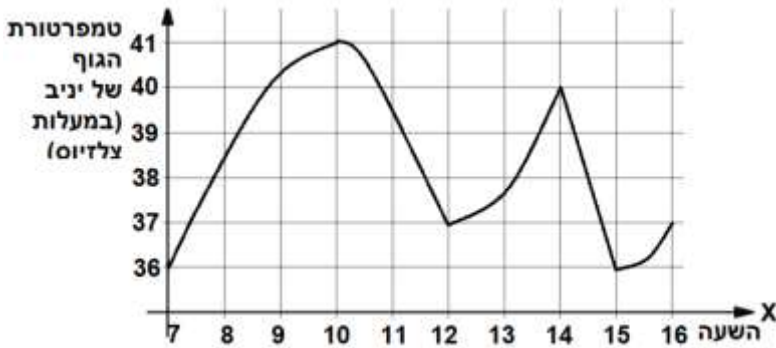
כאשר מגדירים תחומים, חשוב לשים לב שמביטים על הגרף משמאל לימין (בכיוון החץ של ציר ה-x).

5. יניב חלה בשפעת.

הגרף שלמטה מתאר את טמפרטורת הגוף שלו בין השעות 7:00 בבוקר ל-16:00 אחר הצהריים.



- א. סמנו בגרף את הנקודות שבהן טמפרטורת הגוף של יניב הגיעה לנקודת מינימום (מקומי ומוחלט) ונקודות שבהן טמפרטורת הגוף הגיעה לנקודת מקסימום (מקומי ומוחלט).
- ב. בין אילו שעות הייתה עלייה בחום הגוף של יניב?



- בין השעה \_\_\_\_\_ לשעה \_\_\_\_\_
- בין השעה \_\_\_\_\_ לשעה \_\_\_\_\_
- בין השעה \_\_\_\_\_ לשעה \_\_\_\_\_

ג. בין אילו שעות הייתה ירידה בחום הגוף של יניב?

- בין השעה \_\_\_\_\_ לשעה \_\_\_\_\_
- בין השעה \_\_\_\_\_ לשעה \_\_\_\_\_

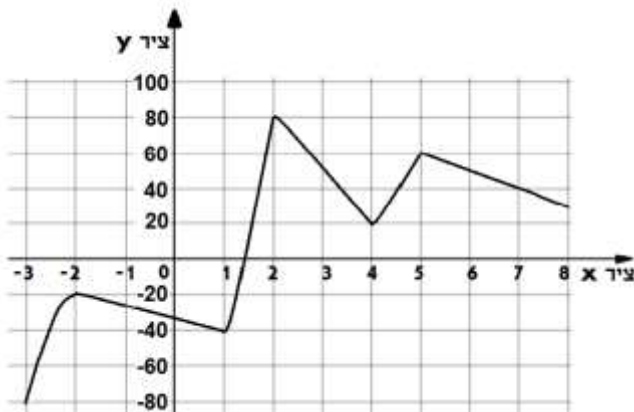
6. סמנו את נקודות המינימום והמקסימום בגרף.

כתבו על קטעי הגרף "תחום עלייה" או "תחום ירידה".

א. תחומי העלייה של הגרף הם

- כאשר  $X$  בין \_\_\_\_\_ ל- \_\_\_\_\_ ( $___ < X < ___$ )
- כאשר  $X$  בין \_\_\_\_\_ ל- \_\_\_\_\_ ( $___ < X < ___$ )
- כאשר  $X$  בין \_\_\_\_\_ ל- \_\_\_\_\_ ( $___ < X < ___$ )

את התחומים נגדיר תמיד לפי ערך ה-X.



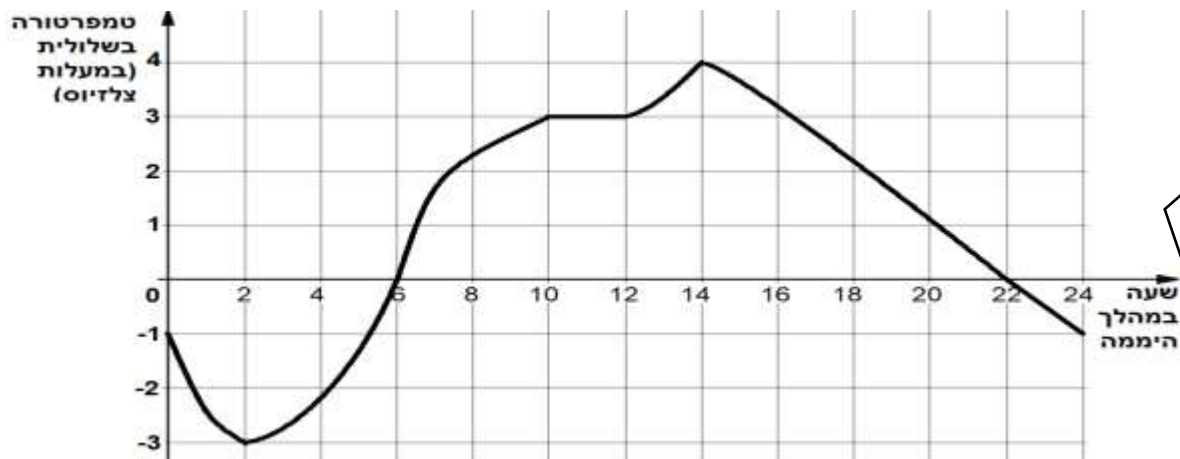
ב. תחומי הירידה של הגרף הם

- כאשר  $X$  בין \_\_\_\_\_ ל- \_\_\_\_\_ ( $___ < X < ___$ )
- כאשר  $X$  בין \_\_\_\_\_ ל- \_\_\_\_\_ ( $___ < X < ___$ )
- כאשר  $X$  בין \_\_\_\_\_ ל- \_\_\_\_\_ ( $___ < X < ___$ )

בתרגילים הבאים נשתמש במושגים  
נקודת ה-0 ותחום חיוביות ושליליות,  
נקודות מינימום ומקסימום ותחומי עלייה וירידה.  
שימו לב לאיזה מושג מתייחסים בכל סעיף!



7. באחד מימי החורף בדקו את הטמפרטורה בשלולית מים הנמצאת בצפון רמת הגולן.  
הגרף שלפניכם מתאר באופן רציף את הטמפרטורה בשלולית לאורך 24 שעות,  
החל מ-12 בלילה (0:00), ועד 12 בלילה ביום לאחר מכן.



שימו לב! מכיוון שהגרף מתאר את הטמפרטורה באופן רציף (ולא בקפיצות של שעה) העקומה נראית מעוגלת ולא מורכבת מקטעים ישרים.

- א. מה הייתה הטמפרטורה המינימלית בשלולית במהלך היממה? \_\_\_\_\_  
רשמו את נקודת המינימום: (\_\_\_\_, \_\_\_\_)
- ב. מה הייתה הטמפרטורה המקסימלית בשלולית במהלך היום? \_\_\_\_\_  
רשמו את נקודת המקסימום: (\_\_\_\_, \_\_\_\_)
- ג. באילו שעות הטמפרטורה בשלולית הייתה בנקודת ה-0?  
רשמו את נקודות ה-0: (\_\_\_\_, \_\_\_\_), (\_\_\_\_, \_\_\_\_)
- ד. ידוע כי מים קופאים כאשר הטמפרטורה יורדת מתחת ל-0.  
בין אילו שעות, לדעתכם, הייתה השלולית קפואה במהלך היממה?  
בין שעה \_\_\_\_\_ לשעה \_\_\_\_\_ ובין שעה \_\_\_\_\_ לשעה \_\_\_\_\_.
- ה. בין אילו שעות ביממה טמפרטורת המים הייתה בתחום החיובי?  
\_\_\_\_\_
- ו. בין אילו שעות ביממה הטמפרטורה הייתה במגמת עלייה?  
\_\_\_\_\_
- ז. בין אילו שעות הטמפרטורה הייתה במגמת ירידה?  
\_\_\_\_\_

כאשר גרף מציג סיפור מהחיים (כמו עלייה או ירידה של טמפרטורה מעל ומתחת ל-0 לאורך כמה שעות) אפשר להגדיר תחומים או נקודות באופן מילולי, או בשפה מתמטית יותר.

בשפה מילולית:

הטמפרטורה המקסימלית הייתה

4 מעלות, בשעה 14:00.

בשפה מילולית:

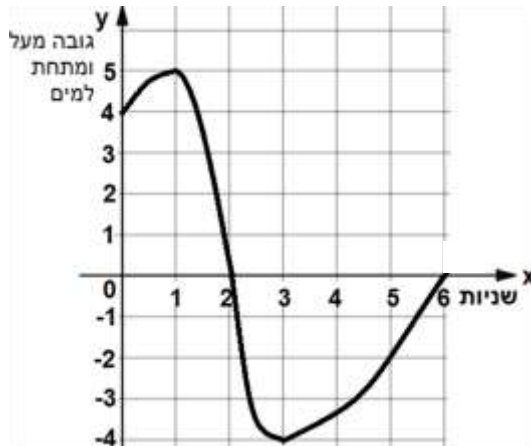
בין השעות 6:00 ל-22:00 הייתה הטמפרטורה מעל ה-0.

בשפה מתמטית:

הערך המקסימלי של גרף הוא 4 והוא התקבל בנקודה (14,4).

בשפה מתמטית:

תחום החיוביות בגרף הוא כאשר  $X$  בין 6 ל-22 ( $6 < X < 22$ )



8. אבשלום קופץ ממקפצה שגובהה 4 מטרים לתוך בריכת מים. הגרף שלפניכם מתאר את הגובה שבו נמצא אבשלום מעל ומתחת למים במשך 6 שניות מרגע הקפיצה.



- א. (1) מהו הגובה המקסימלי שאליו הגיע אבשלום?  
 (2) מהו הערך של נקודת המקסימום? \_\_\_\_\_  
 (3) מהי נקודת המקסימום בגרף? (\_\_\_\_, \_\_\_\_)

כאשר מדברים על ערך של נקודה מתכוונים לשיעור ה-y שלה. במקרה הזה - לגובה.

- ב. (1) בין אילו שניות היה אבשלום בירידה?  
 (2) תחום הירידה של הגרף: כאשר  $X$  בין \_\_\_\_\_ ל-\_\_\_\_\_ ( $____ < X < ____$ )

- ג. (1) בין אילו שניות היה אבשלום בעלייה?  
 (2) תחום העלייה של הגרף:  
 כאשר  $X$  בין \_\_\_\_\_ ל-\_\_\_\_\_ ( $____ < X < ____$ )  
 וגם כאשר  $X$  בין \_\_\_\_\_ ל-\_\_\_\_\_ ( $____ < X < ____$ )

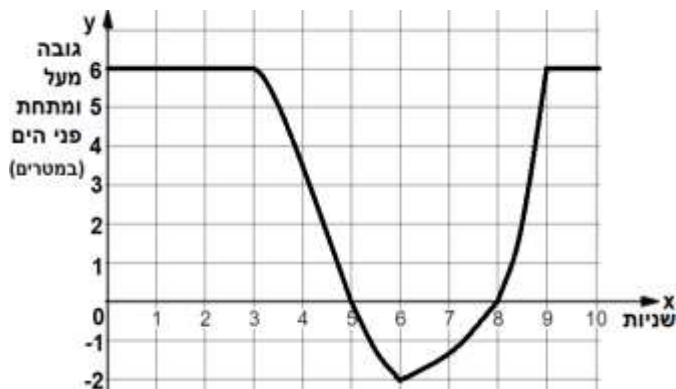
- ד. (1) באילו שניות היה אבשלום בדיוק בגובה פני המים?  
 (2) רשמו את נקודות ה-0: (\_\_\_\_, \_\_\_\_) (\_\_\_\_, \_\_\_\_)

- ה. (1) בין אילו שניות היה אבשלום מתחת לפני המים?  
 (2) תחום השליליות של הגרף: \_\_\_\_\_



9. קורמורן היא ציפור שחיה בחופים וצדה דגים באמצעות צלילה לתוך הים.

לפניכם גרף המתאר את הגובה של הציפור במהלך כמה שניות שבהן



היא מנסה לצוד דג הנמצא בתוך הים.

א. באילו שניות הייתה הציפור בדיוק

בקו פני הים? \_\_\_\_\_

כתבו את נקודות ה-0:  $(\_, \_)$ ,  $(\_, \_)$ .

ב. כתבו את שיעורי נקודת המינימום שאליה

הגיעה הציפור: \_\_\_\_\_

ג. כתבו את התחום שבו עפה הציפור

בגובה קבוע: \_\_\_\_\_

ד. כתבו את תחום הזמן שבו הייתה הציפור בירידה: \_\_\_\_\_

ה. כתבו את תחום הזמן שבו הייתה הציפור בעלייה: \_\_\_\_\_

ו. כתבו את תחום הזמן שבו הייתה הציפור מתחת לפני הים (תחום שליליות): \_\_\_\_\_

ז. כתבו את תחומי הזמן שבהם הייתה הציפור מעל פני המים (תחומי חיוביות): \_\_\_\_\_

10. הגרף שלפניכם מתאר פונקציה מתמטית.

א. כתבו את נקודות ה-0 של הפונקציה:

$(\_, \_)$ ,  $(\_, \_)$ ,  $(\_, \_)$

ב. כתבו את תחומי החיוביות של הפונקציה:

\_\_\_\_\_

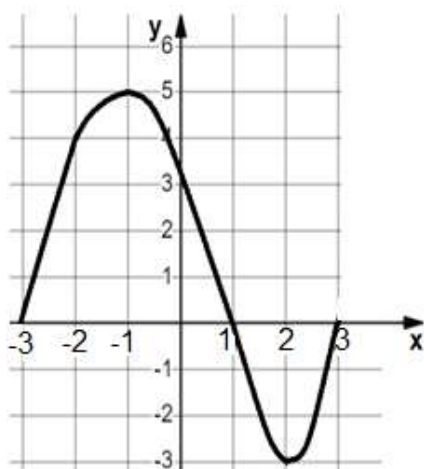
ג. כתבו את תחומי השליליות של הפונקציה:

\_\_\_\_\_

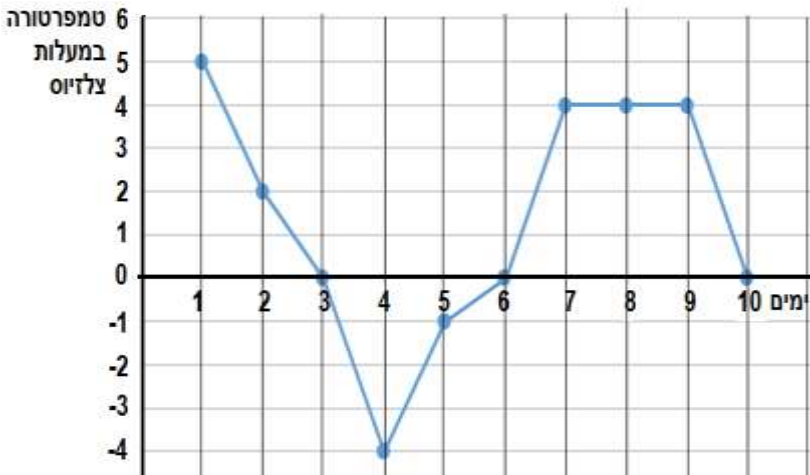
ד. כתבו את נקודת המקסימום של הפונקציה:  $(\_, \_)$

ה. כתבו את נקודת המינימום של הפונקציה:  $(\_, \_)$

ו. כתבו את תחום הירידה של הפונקציה: \_\_\_\_\_



פונקציה היא ביטוי מתמטי שניתן להציג אותו גם בגרף. בהמשך נלמד עוד על פונקציות.



11. בני משפחת דסה מתכננים

טיול בבולגריה.

הם בדקו את תחזית מזג

האוויר באזור.

הגרף שלפניכם מתאר את

הטמפרטורות הצפויות

באזור בימי הטיול.

בני המשפחה קיבלו המלצות

לכמה פעילויות שכדאי לעשות:

- **בניית פסלים מקרח** – מומלץ בימים שבהם הטמפרטורה בנקודת ה-0.
- **ביקור במעיינות חמים** – אפשרי גם כאשר קר מאוד.
- **טיולים רגליים** – כדאי כאשר הטמפרטורה כמה שיותר גבוהה.
- **קורס סקי בן כמה ימים** – עדיף כמה ימים שבהם הטמפרטורה יציבה, כדי שיהיה אפשר להתרגל לתנאים ולהשתפר מיום ליום.
- **ימי קניות במרכזי קניות סגורים** – אפשר בכל מזג אוויר.

תכננו את לוח הזמנים של הפעילויות השונות בהתחשב בתחזית מזג האוויר המוצגת בגרף.

יום 1: \_\_\_\_\_ יום 2: \_\_\_\_\_ יום 3: \_\_\_\_\_ יום 4: \_\_\_\_\_ יום 5: \_\_\_\_\_

יום 6: \_\_\_\_\_ יום 7: \_\_\_\_\_ יום 8: \_\_\_\_\_ יום 9: \_\_\_\_\_ יום 10: \_\_\_\_\_



#### פתרונות לשיעור 4

1. א.  $(-1,4)$  ב.  $(7,3)$ ,  $(3,1)$  ג.  $(1,-2)$  ד.  $(-2,2)$ ,  $(5,-1)$  2. א.  $(2,80)$  ב.  $(5,60)$ ,  $(-2,-20)$  ג.  $(1,-40)$  ד.  $(4,20)$
3. ב. (1) עולה (2) יורד (3) עולה (4) עולה, יורד ג. 4. 6:00 עד 7:00, 8:00 עד 12:00, 13:00 עד 15:00
- ד. 7:00 עד 8:00, 12:00 עד 13:00, 15:00 עד 16:00 5. ב. בין 7:00 ל-10:00, בין 12:00 ל-14:00, בין 15:00 ל-16:00 ג. בין 10:00 ל-12:00, בין 14:00 ל-15:00
6. כאשר  $X$  בין  $(-3)$  ל- $(-2)$   $(-2 < X < -3)$ , כאשר  $X$  בין 1 ל-2  $(1 < X < 2)$ , כאשר  $X$  בין 4 ל-5  $(4 < X < 5)$
7. א.  $^{\circ}\text{C}(-3)$ ,  $(2,-3)$  ב. כאשר  $X$  בין  $(-2)$  ל-1  $(-2 < X < 1)$ , כאשר  $X$  בין 2 ל-4  $(2 < X < 4)$ , כאשר  $X$  בין 5 ל-8  $(5 < X < 8)$
8. א. (1) 5 מטרים (2) ערך מקסימלי: 5 (3) נקודת מקסימום:  $(1,5)$  ב. (1) בין השנייה ה-1 לשנייה ה-3 (2) תחום ירידה: כאשר  $X$  בין 1 ל-3  $(1 < X < 3)$  ג. (1) מתחילת הקפיצה ועד תום השנייה הראשונה ומהשנייה ה-3 עד השנייה ה-6 (2) כאשר  $X$  בין 0 ל-1  $(0 < X < 1)$  וכאשר  $X$  בין 3 ל-6  $(3 < X < 6)$
9. א. בשנייה 5 (1) בשנייה ה-2 ובשנייה ה-6 (2)  $(2,0)$ ,  $(6,0)$  ה. (1) בין השניות 2-6 (2) כאשר  $X$  בין 2 ל-6  $(2 < X < 6)$  ג. משנייה 0 עד שנייה 3 (כאשר  $X$  בין 0 ל-3:  $0 < X < 3$ ) ומשנייה 9 ל-10  $(9 < X < 10)$  ד. משנייה 8 (5,0) (8,0) ב. (6,-2) ג. משנייה 0 עד שנייה 3 (כאשר  $X$  בין 3 ל-6:  $3 < X < 6$ ) ובין השניות 5 עד 8 (תחום שלילי: כאשר  $X$  בין 3 ל-6  $(3 < X < 6)$ ) ובין השניות 6 עד 9 (תחום עלייה: כאשר  $X$  בין 6 ל-9  $(6 < X < 9)$ ) ז. בין השניות 0 עד 5 ובין השניות 8 עד 10 (תחום חיובי: כאשר  $X$  בין 0 ל-5 כאשר  $X$  בין 8 ל-10  $(8 < X < 10, 0 < X < 5)$  א.  $(3,0)$ ,  $(1,0)$ ,  $(-3,0)$  ב. בין  $(-3)$  ל-1  $(-3 < X < 1)$  ג. בין 1 ל-3  $(1 < X < 3)$  ד.  $(-1,5)$  ה.  $(2,-3)$  ו. בין  $(-1)$  ל-2  $(-1 < X < 2)$