

# Inhalt

<b>I</b>	<b>Analysis</b>	<b>13</b>
1	<b>Funktionen</b>	15
1.1	<b>Grundfunktionen</b>	15
1.2	<b>Die drei häufigsten trigonometrischen Funktionen</b>	17
1.3	<b>Graphentransformation</b>	17
1.4	<b>Umkehrfunktion</b>	18
1.5	<b>Was ist in der Funktion gegeben?</b>	20
1.6	<b>Aufgaben</b>	20
2	<b>Gleichungen lösen</b>	21
2.1	<b>Aufgaben</b>	24
3	<b>Ableitung</b>	25
3.1	<b>Allgemein</b>	25
3.2	<b>Ableitungsregeln</b>	26
3.3	<b>Aufgaben</b>	28
4	<b>Sekante, Tangente und Normale</b>	29
4.1	<b>Sekantengleichung aufstellen</b>	29
4.2	<b>Tangentengleichung aufstellen</b>	29
4.3	<b>Normale, Senkrechte bzw. Orthogonale aufstellen</b>	30
4.4	<b>Aufgaben</b>	31
5	<b>Kurvendiskussion</b>	33
5.1	<b>Grenzverhalten</b>	33
5.2	<b>Symmetrie</b>	34
5.3	<b>Achsenabschnitte</b>	34
5.4	<b>Definitions- und Wertebereich</b>	35
5.5	<b>Extrempunkte</b>	36
5.6	<b>Wendepunkte</b>	37
5.7	<b>Monotonie</b>	38
5.8	<b>Krümmung</b>	38

5.9	<b>Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitung</b>	39
5.10	<b>Aufgaben</b>	39
<b>6</b>	<b>LGS lösen</b>	41
6.1	<b>Lösungsstrategien</b>	41
6.2	<b>Gauß-Algorithmus</b>	43
6.3	<b>Aufgaben</b>	44
<b>7</b>	<b>Modellierungsaufgaben</b>	45
7.1	<b>Steckbriefaufgaben</b>	45
7.2	<b>Trassierungsaufgaben</b>	46
7.3	<b>Aufgaben</b>	48
<b>8</b>	<b>Optimierungsaufgaben</b>	49
8.1	<b>Lösungsstrategien</b>	49
8.2	<b>Aufgaben</b>	50
<b>9</b>	<b>Wachstumsprozesse</b>	51
9.1	<b>Lineares und exponentielles Wachstum</b>	51
9.2	<b>Aufgaben</b>	53
<b>10</b>	<b>Integralrechnung</b>	55
10.1	<b>Grundlagen</b>	55
10.2	<b>Typische Stammfunktionen</b>	56
10.3	<b>Unbestimmtes Integral</b>	56
10.4	<b>Bestimmtes Integral</b>	57
10.5	<b>Flächeninhalte bestimmen</b>	57
10.6	<b>Partielle Integration</b>	58
10.7	<b>Integration durch Substitution</b>	59
10.8	<b>Mittelwertsatz</b>	60
10.9	<b>Rotationskörper</b>	61
10.10	<b>Zusatz</b>	61
10.11	<b>Aufgaben</b>	63
<b>11</b>	<b>Scharfunktionen</b>	65
11.1	<b>Zusammenhänge</b>	65
11.2	<b>Aufgaben</b>	66
<b>12</b>	<b>Specials</b>	67
<b>13</b>	<b>Aufgaben auf Abiturniveau</b>	71

<b>II</b>	<b>Analytische Geometrie</b>	<b>73</b>
14	<b>Vektoren</b> .....	75
14.1	<b>Punkte und Vektoren im Koordinatensystem</b> .....	75
14.2	<b>Rechnen mit Vektoren</b> .....	76
14.3	<b>Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit</b> .....	78
14.4	<b>Aufgaben</b> .....	83
15	<b>Geraden</b> .....	85
15.1	<b>Aufgaben</b> .....	86
16	<b>Ebenen</b> .....	87
16.1	<b>Darstellungsformen der Ebenengleichung</b> .....	87
16.2	<b>Aufstellen der Ebenengleichung in Parameterform</b> .....	90
16.3	<b>Umwandeln von Ebenengleichungen</b> .....	93
16.4	<b>Aufgaben</b> .....	96
17	<b>Lagebeziehungen</b> .....	97
17.1	<b>Lage: Punkt - Gerade</b> .....	97
17.2	<b>Lage: Punkt - Ebene</b> .....	98
17.3	<b>Lage: Gerade - Gerade</b> .....	99
17.4	<b>Lage: Gerade - Ebene</b> .....	100
17.5	<b>Lage: Ebene - Ebene</b> .....	101
17.6	<b>Schnittwinkel</b> .....	103
17.7	<b>Spurpunkte und Spurgeraden</b> .....	105
17.8	<b>Aufgaben</b> .....	107
18	<b>Abstandsrechnung</b> .....	109
18.1	<b>Abstand: Punkt - Punkt</b> .....	109
18.2	<b>Abstand: Punkt - Gerade</b> .....	109
18.3	<b>Abstand: Gerade - Gerade</b> .....	111
18.4	<b>Abstand: Punkt - Ebene</b> .....	113
18.5	<b>Abstand: Gerade - Ebene</b> .....	114
18.6	<b>Abstand: Ebene - Ebene</b> .....	114
18.7	<b>Aufgaben</b> .....	115
19	<b>Projektion und Spiegelung</b> .....	117
19.1	<b>Spiegelung</b> .....	117
19.2	<b>Projektion</b> .....	121
19.3	<b>Aufgaben</b> .....	122
20	<b>Kreise und Kugeln</b> .....	123
20.1	<b>Kreis- und Kugelgleichung</b> .....	123

20.2	Lagebeziehung und Abstand	124
20.3	Aufgaben	128
21	Aufgaben auf Abiturniveau	129
<b>III Lineare Algebra</b>		<b>131</b>
22	Grundlagen	133
22.1	Matrizen	133
22.2	Rechnen mit Matrizen	134
22.3	vom LGS zur Matrix	136
22.4	Aufgaben	136
23	Austauschprozesse	137
23.1	Vorhersagen	138
23.2	Zeitlich Rückwärtsrechnen	139
23.3	Aufgaben	141
24	Populationsprozesse	143
24.1	Zyklus bei Populationen	143
24.2	Aufgaben	144
25	Produktionsprozesse	145
25.1	1-Schritt-Verflechtungsmodell	145
25.2	Einfache Mehrschritt-Modelle	145
25.3	Aufgaben	146
26	Affine Abbildungen	147
26.1	Spiegelungen	147
26.2	Projektionen	148
26.3	Fixpunkt	149
26.4	Fixpunktgerade	150
26.5	Fixgerade	150
26.6	Verkettung von Abbildungen	151
26.7	Abbildungsgleichung	151
26.8	Aufgaben	152
27	Aufgaben auf Abiturniveau	153

<b>IV</b>	<b>Stochastik</b>	<b>155</b>
28	<b>Grundlagen</b>	157
28.1	<b>Begriffe</b>	157
28.2	<b>Wahrscheinlichkeit nach Laplace</b>	158
29	<b>Baumdiagramme</b>	159
29.1	<b>Mit oder ohne zurücklegen?</b>	159
29.2	<b>Pfadregeln</b>	160
29.3	<b>Aufgaben</b>	160
30	<b>Kombinatorik</b>	161
30.1	<b>Grundlagen</b>	161
30.2	<b>Aufgaben</b>	163
31	<b>Bedingte Wahrscheinlichkeiten</b>	165
31.1	<b>Grundlagen</b>	165
31.2	<b>4-Felder-Tafel</b>	166
31.3	<b>Aufgaben</b>	168
32	<b>Diskrete Verteilungen</b>	169
32.1	<b>Grundlagen</b>	169
32.2	<b>Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion</b>	170
32.3	<b>Parameter</b>	171
32.4	<b>Bernoulli-Verteilung</b>	173
32.5	<b>Binomialverteilung</b>	174
32.6	<b>Hypergeometrische Verteilung</b>	176
32.7	<b>Aufgaben</b>	178
33	<b>Stetige Verteilungen</b>	179
33.1	<b>Grundlagen</b>	179
33.2	<b>Normalverteilung</b>	181
33.3	<b>Approximation durch Normalverteilung</b>	183
33.4	<b>Aufgaben</b>	184
34	<b>Hypothesentests</b>	187
34.1	<b>Grundlagen</b>	187
34.2	<b>Testen mit Hilfe der Normalverteilung</b>	190
34.3	<b>Aufgaben</b>	192
35	<b>Aufgaben auf Abiturniveau</b>	195

## Motivational #1

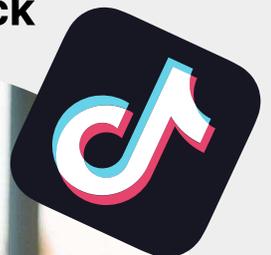
# Es geht nicht darum, der Beste zu sein. Es geht darum, besser als gestern zu sein.

Bevor du mit diesem Matheskript loslegst, empfehle ich dir, dich mit deinem Notenziel zu beschäftigen. Nimm dir dafür bewusst einen Moment Zeit. Dein Notenziel sollte ambitioniert, aber realistisch sein. Welche Note soll am Ende auf deinem Abiturzeugnis stehen? Genau darauf arbeitest du ab jetzt hin! Viele Studien belegen, dass Menschen mit Zielen effektiver, ausdauernder und erfolgreicher sind.

Zu den  
Motivationsvideos



@mathe.nick



# 2 Gleichungen lösen

Zur Bestimmung von  $x$  solltet ihr folgende Standardtechniken beherrschen.

1. Umformen:  
(wenn  $x^1$  die höchste Potenz ist)

$$\begin{aligned} 2x - 8 &= 0 & | + 8 \\ \Leftrightarrow 2x &= 8 & | : 2 \\ \Leftrightarrow x &= 4 \end{aligned}$$

2. Umformen/Wurzel:  
(wenn es kein  $x$ , sondern nur  $x^2$  gibt)

$$\begin{aligned} 2x^2 - 8 &= 0 & | + 8 \\ \Leftrightarrow 2x^2 &= 8 & | : 2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 4 & | \sqrt{\phantom{x}} \\ \Leftrightarrow x &= 2 \vee x = -2 \end{aligned}$$



Punktprobe

Merke: Die Gleichung  $x^2 = a$  hat für

- $a > 0$  die **beiden** Lösungen  $x = \pm\sqrt{a}$ ,
- $a = 0$  die **einzige** Lösung  $x = 0$ ,
- $a < 0$  **keine** Lösung, denn es darf keine Wurzel aus einer negativen Zahl gezogen werden! Lösungsmenge ist leer:  $\mathbb{L} = \{\}$ .

3. Ausklammern: (wenn eine Seite Null und sonst nur Terme mit  $x$ )

$$\begin{aligned} x^3 - \frac{1}{4}x^5 &= 0 & | x \text{ ausklammern!} \\ \Leftrightarrow \underbrace{x^3}_{\text{Faktor}} \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{1}{4}x^2\right)}_{\text{Faktor}} &= 0 \\ & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Produkt}} \end{aligned}$$

Ein Produkt (Faktor · Faktor) ist Null, wenn einer der beiden Faktoren Null ist.

$$x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{oder} \quad 1 - \frac{1}{4}x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$$



Produktform



Gleichung mit  $x^3$  lösen

4. pq-Formel: (Gleichungen der Form  $x^2 + px + q = 0$ )

Direkte Lösung:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

**Beispiel**

$$2x^2 - 4x - 16 = 0 \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \quad | pq\text{-Formel anwenden}$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (-8)} = 1 \pm \sqrt{9}$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -2$$



abc-Formel

5. abc-Formel: (Gleichungen der Form  $ax^2 + bx + c = 0$ )

Direkte Lösung:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

**Beispiel**

$$2x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-16)}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 128}}{4} = \frac{4 \pm 12}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -2$$

6. Substitution: (Gleichung mit 2 Exponenten, die das doppelte voneinander sind)

**Beispiel**  $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$  (biquadratische Gleichung)

Substitution:  $x^2 = z$ :

$$x^4 - 2x^2 - 8 = 0 \quad \xrightarrow{x^2=z} \quad \underbrace{z^2 - 2z - 8 = 0}_{\text{quad. Gleichung}}$$

Gleichung mit  $pq$ -Formel lösen:  $z = 4 \vee z = -2$ .

Rücksubstitution/Resubstitution :

$$z = 4 \quad \xrightarrow{z=x^2} \quad x^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x = 2 \vee x = -2$$

$$z = -2 \quad \xrightarrow{z=x^2} \quad x^2 = -2 : \text{Quadratwurzel nicht möglich}$$

7. Polynomdivision: (wenn nichts anderes geht)

Die erste Nullstelle durch Probieren herausfinden (raten) und dann Polynomdivision durchführen. **Beispiel**

$$f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 10x - 5$$

- Erste Nullstelle raten: mit Taschenrechner Werte einsetzen. Beachte: konstanter Term „5“ ist ein Vielfaches von allen Nullstellen. Man kann daher mit den ganzzahligen Teilern ( $\pm 1, \pm 5$ ) von 5 beginnen:

$$\text{Probe: } f(1) = 2 \cdot 1^3 - 7 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1 - 5 = 0 \checkmark$$

- Charakteristisches Polynom  $(x - x_1) = (x - 1)$  aufstellen.
- Prüfen, ob in der Funktionsgleichung eine Potenz von  $x$  „fehlt“. Wenn ja, diese mit dem Faktor Null ergänzen (hier „fehlt“ nichts).
- Polynomdivision durchführen:



NEW-Regel

## 5.9 Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitung

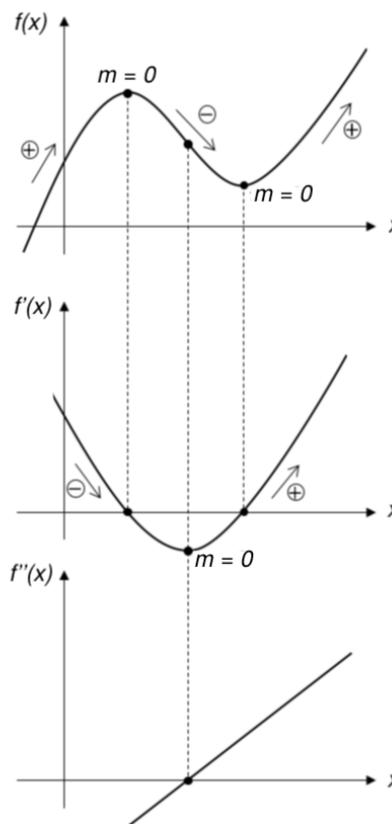
Anhand der folgenden Grafik können wir schön sehen, wie  $f(x)$ ,  $f'(x)$  und  $f''(x)$  miteinander verbunden sind.

$N$  steht hierbei für die Nullstelle,  $E$  für Extrempunkt und  $W$  für den Wendepunkt.

$f(x)$	$N$	$E$	$W$		
$f'(x)$		$N$	$E$	$W$	
$f''(x)$			$N$	$E$	$W$

Was soll uns diese Tabelle sagen? Die Tabelle zeigt zusammenfassend, welche Funktion uns welchen Wert für die jeweilige Ableitung oder Aufleitung liefert.

Gucken wir uns dazu die Abbildung etwas genauer an: Die Nullstelle der 2. Ableitung  $f''(x)$  zeigt uns den  $x$ -Wert für den Extrempunkt der 1. Ableitung  $f'(x)$ . Dieser wiederum zeigt uns, wo die Ausgangsfunktion  $f(x)$  seinen Wendepunkt hat.



## 5.10 Aufgaben

**A-5.1.** Wie verhalten sich folgende Funktionen, wenn  $x \rightarrow +\infty$  beziehungsweise wenn  $x \rightarrow -\infty$  strebt?

a)  $f(x) = x^5 - x^3$

c)  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{1 - x^3}$

b)  $f(x) = x^2 - x^3 + 100$

d)  $f(x) = \frac{5-x}{3+x}$



Lösungen

**A-5.2.** Sind folgende Funktionen symmetrisch? Wenn ja, welcher Art von Symmetrie folgen sie?

a)  $f(x) = |x|$

c)  $f(x) = -3x^3 + 2x$

e)  $f(x) = 2x + \sin(x)$

b)  $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$

d)  $f(x) = x^4 - \sqrt{5}x^2$

f)  $f(x) = x^2 - 6x + 8$

**A-5.3.** An welchen Stellen sind die folgenden Funktionen nicht definiert? Gebe Definitions- und Wertebereich an.

a)  $f(x) = \frac{4}{x^2}$

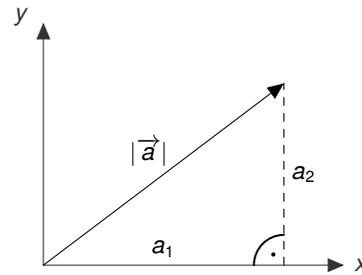
b)  $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x}$

c)  $f(x) = \frac{3-x}{2x^2 - 6x}$

d)  $f(x) = \frac{2x}{x(x+4)}$

Nach dem Satz des Pythagoras erhält man für einen Vektor  $\vec{a} = (a_1 \ a_2)^T$  in der Ebene:

$$\begin{aligned} |\vec{a}|^2 &= a_1^2 + a_2^2 \quad |\sqrt{\phantom{x}} \\ \Rightarrow |\vec{a}| &= \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \quad |\text{immer positiv} \end{aligned}$$



Länge Vektor

**Betrag eines Vektors** (im  $\mathbb{R}^3$ )

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

### 14.3 Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit

Zwei Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}$  sind genau dann linear abhängig, wenn sich der Nullvektor durch eine Linearkombination der Vektoren erzeugen lässt,  $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} = \vec{0}$ , in der mindestens einer der Koeffizienten  $r, s$  ungleich 0 ist. Sonst sind sie linear unabhängig. Im Fall linearer Abhängigkeit ist einer der beiden Vektoren ein Vielfaches des anderen. Lineare Unabhängigkeit zweier Vektoren bedeutet anschaulich, dass beide nicht parallel sind.

Drei Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  sind linear abhängig, wenn es keine reellen Zahlen  $r, s, t$  gibt, die alle drei  $\neq 0$  sind, sodass gilt:  $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{0}$ . Sonst sind sie linear unabhängig. Im Fall linearer Abhängigkeit lässt sich ein Vektor als Summe vom Vielfachen der beiden anderen darstellen, anschaulich: die drei Vektoren liegen in einer Ebene. Drei linear unabhängige Vektoren liegen nicht in einer Ebene.

**Beispiel** Die Vektoren  $\vec{a} = (1 \ 1 \ 2)^T$ ,  $\vec{b} = (3 \ -1 \ 1)^T$  und  $\vec{c} = (-1 \ 3 \ 3)^T$  sollen auf lineare Unabhängigkeit überprüft werden.

$$\text{Ansatz:} \quad r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{0} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{lin. unabh., für } r = s = t = 0 \\ \text{lin. abh., sonst} \end{array} \right.$$

$$\text{Hier also:} \quad r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dies ergibt drei Gleichungen (für jede Zeile eine Gleichung):

$$(I) \quad r + 3s - t = 0$$

$$(II) \quad r - s + 3t = 0$$

$$(III) \quad 2r + s + 3t = 0$$

Wir lösen das Gleichungssystem z.B. mit dem Additionsverfahren, in dem wir  $(I) + (-1 \cdot (II))$  rechnen. Es folgt:

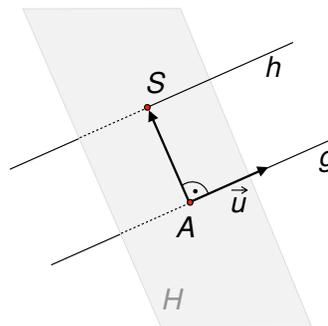
$$(I) + (-1 \cdot (II)) \quad 4s - 4t = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad t = s$$

## 18.3 Abstand: Gerade - Gerade

### Geraden sind parallel

Zwei parallele Geraden besitzen überall denselben Abstand. Damit lässt sich der Abstand zweier paralleler Geraden  $g: \vec{x} = \vec{0A} + r \cdot \vec{u}, r \in \mathbb{R}$  und  $h: \vec{x} = \vec{0B} + s \cdot \vec{v}, s \in \mathbb{R}$  genauso bestimmen, wie der Abstand eines beliebigen Punktes zu einer Geraden.



#### Vorgehen: Lotebenen-Verfahren

1. Notiere die Gleichung einer Hilfsebene  $H$ , welche senkrecht auf  $g$  steht und durch den Aufpunkt  $A$  von  $g$  verläuft. Verwende dazu den Richtungsvektor  $\vec{u}$  von  $g$  als Normalenvektor und  $A$  als Aufpunkt der Ebene  $H$ :

$$H: \vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{0A}) = 0$$

2. Bestimme den Schnittpunkt  $S$  der Geraden  $h$  mit der Hilfsebene  $H$ .
3. Die Länge des Vektors  $\vec{AS}$  (also den Betrag davon) gibt den gesuchten Abstand der beiden Geraden an.

### Geraden sind windschief

Im Folgenden werden zwei verschiedene Verfahren aufgezeigt, um den Abstand zweier windschiefer Geraden  $g: \vec{x} = \vec{0A} + r \cdot \vec{u}, r \in \mathbb{R}$  und  $h: \vec{x} = \vec{0B} + s \cdot \vec{v}, s \in \mathbb{R}$  zu berechnen:

1. **Parallelebenen-Verfahren:** liefert lediglich den Abstand der Geraden
2. **Lotvektor-Verfahren:** liefert Abstand und Koordinaten der nächstgelegenen Punkte

#### Vorgehen: Parallelebenen-Verfahren

1. Notiere die Gleichung einer Hilfsebene  $H: \vec{x} = \vec{0A} + t \cdot \vec{u} + u \cdot \vec{v}, t, u \in \mathbb{R}$ , die die Gerade  $g$  enthält und zu  $h$  parallel ist. Verwende dazu den Aufpunkt  $A$  und den Richtungsvektor  $\vec{u}$  von  $g$  sowie den Richtungsvektor  $\vec{v}$  von  $h$ .
2. Wandle  $H$  in die HNF um mit  $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$ .
3. Berechne den Abstand eines beliebigen Punktes von  $h$  (z.B. des Aufpunktes  $B$ ) zu  $H$ .

**Beispiel** Gesucht ist der Abstand der beiden windschiefer Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$$

# 21 Aufgaben auf Abiturniveau

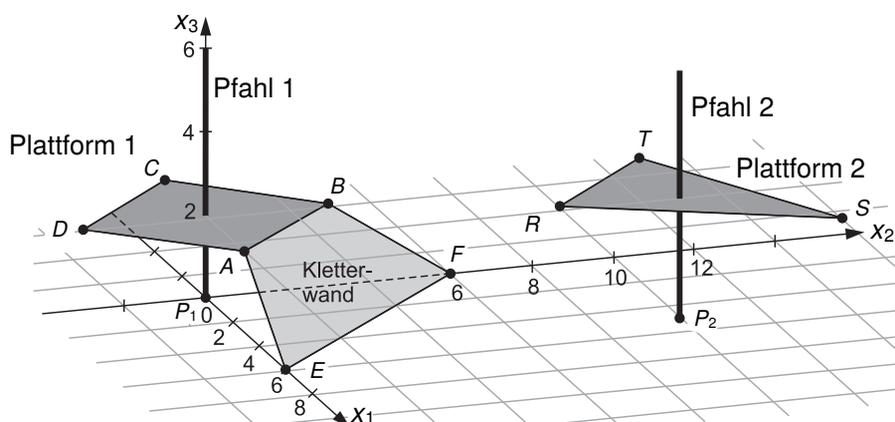
## Aufgabe: „Kletteranlage“<sup>1</sup>

Die folgende Abbildung zeigt modellhaft wesentliche Teile einer Kletteranlage:

- zwei horizontale Plattformen, die jeweils um einen vertikal stehenden Pfahl gebaut sind
- eine Kletterwand, die an einer der beiden Plattformen angebracht ist



Lösungen



Im verwendeten Koordinatensystem beschreibt die  $x_1x_2$  - Ebene den horizontalen Untergrund. Die Plattformen und die Kletterwand werden als ebene Vielecke betrachtet. Eine Längeneinheit entspricht 1 m in der Wirklichkeit. Die Punkte, in denen die Pfähle aus dem Untergrund austreten, werden durch  $P_1(0|0|0)$  und  $P_2(5|10|0)$  dargestellt. Außerdem sind die Eckpunkte  $A(3|0|2)$ ,  $B(0|3|2)$ ,  $E(6|0|0)$ ,  $F(0|6|0)$ ,  $R(5|7|3)$  und  $T(2|10|3)$  gegeben. Die Materialstärke aller Bauteile der Anlage soll vernachlässigt werden.

- In den Mittelpunkten der oberen und unteren Kante der Kletterwand sind die Enden eines Seils befestigt, das 20% länger ist als der Abstand der genannten Mittelpunkte. Berechnen Sie die Länge des Seils.
- Die Punkte  $A, B, E$  und  $F$  liegen in der Ebene  $L$ . Ermitteln Sie eine Gleichung von  $L$  in Normalenform.  
[zur Kontrolle:  $L : 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 12 = 0$ ]
- Zeigen Sie, dass die Kletterwand die Form eines Trapezes hat.

<sup>1</sup>Abitur Mathematik (Bayern): Abiturprüfung 2018 - Prüfungsteil B - Geometrie - Aufgabengruppe 2