

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Rationale Zahlen &amp; Proportionalität</b> .....	<b>7</b>
1.1	Multiplizieren und Dividieren .....	7
1.2	Kürzen und Erweitern .....	7
1.3	Addieren und Subtrahieren .....	8
1.4	Proportionale und Antiproportionale Zuordnungen .....	8
1.5	Textaufgaben .....	8
<b>2</b>	<b>Prozent- und Zinsrechnung</b> .....	<b>9</b>
2.1	Grundlagen .....	9
2.2	Zinsrechnung .....	10
<b>3</b>	<b>Reelle Zahlen</b> .....	<b>11</b>
3.1	Quadrieren .....	11
3.2	Rechnen mit Wurzeln .....	11
<b>4</b>	<b>Potenzen</b> .....	<b>13</b>
4.1	Rechnen mit Potenzen .....	13
4.2	Potenzen potenzieren .....	14
4.3	Ganzzahlige Exponenten .....	14
4.4	Zahlen mit Zehnerpotenzen schreiben .....	14
<b>5</b>	<b>Funktionen darstellen</b> .....	<b>15</b>
5.1	Lineare Funktionen darstellen .....	15
5.2	Quadratische Funktionen darstellen .....	16
<b>6</b>	<b>Flächensätze</b> .....	<b>17</b>
6.1	Satz des Thales .....	17
6.2	Satz des Pythagoras .....	17
6.3	Kathetensatz .....	18

---

6.4	Höhensatz .....	18
<b>7</b>	<b>Geometrische Abbildungen .....</b>	<b>19</b>
7.1	Kongruenzabbildungen .....	19
7.2	Maßstäbe – Vergrößern und Verkleinern .....	20
7.3	Zentrische Streckungen .....	21
7.4	Strahlensätze .....	23
<b>8</b>	<b>Quadratische Gleichungen .....</b>	<b>25</b>
8.1	Äquivalenzumformungen .....	25
8.2	Quadratische Gleichungen lösen .....	25
<b>9</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme .....</b>	<b>27</b>
9.1	LGS zeichnerisch lösen .....	27
9.2	Einsetzungsverfahren .....	27
9.3	Gleichsetzungsverfahren .....	27
9.4	Additionsverfahren .....	28
9.5	Textaufgaben .....	28
<b>10</b>	<b>Flächenberechnungen .....</b>	<b>29</b>
10.1	Umfang von Vielecken .....	29
10.2	Flächeninhalt von Dreiecken .....	29
10.3	Flächeninhalt von Vierecken .....	30
10.4	Kreisfläche und Kreisumfang .....	32
<b>11</b>	<b>Körperberechnungen .....</b>	<b>33</b>
11.1	Prismen .....	33
11.2	Pyramiden .....	34
11.3	Zylinder .....	34
11.4	Kegel .....	34
11.5	Textaufgaben .....	35
<b>12</b>	<b>Daten und Zufall .....</b>	<b>37</b>
12.1	Daten analysieren .....	37
12.2	Wahrscheinlichkeiten .....	37
12.3	Erwartungswert und Gewinnwahrscheinlichkeiten .....	38

---

<b>A</b>	<b>Lösungen</b> .....	<b>41</b>
A.1	zu Rationale Zahlen & Proportionalität .....	41
A.2	zu Prozent- und Zinsrechnung .....	44
A.3	zu Reelle Zahlen .....	48
A.4	zu Potenzen .....	50
A.5	zu Funktionen darstellen .....	54
A.6	zu Flächensätze .....	59
A.7	zu Geometrische Abbildungen .....	66
A.8	zu Quadratische Gleichungen .....	70
A.9	zu Lineare Gleichungssysteme .....	75
A.10	zu Flächenberechnungen .....	82
A.11	zu Körperberechnungen .....	87
A.12	zu Daten und Zufall .....	93

## 1.3 Addieren und Subtrahieren

**Aufgabe 3:** Addiere bzw. subtrahiere die Brüche und kürze im Anschluss, so weit wie möglich.

a)  $\frac{1}{5} + \frac{2}{7}$

d)  $\frac{3}{7} - \frac{7}{12}$

b)  $\frac{4}{9} + \frac{3}{14}$

e)  $\frac{4}{7} - \left(-\frac{5}{19}\right)$

c)  $\frac{7}{8} + \left(-\frac{5}{6}\right)$

f)  $\frac{5}{9} - \frac{2}{3}$

## 1.4 Proportionale und Antiproportionale Zuordnungen

**Aufgabe 4:** Entscheide, ob eine proportionale oder antiproportionale Zuordnung vorliegt und berechne den fehlenden Wert.

- Ein Bäcker schafft in der Stunde 100 Brötchen.  
Wie lange benötigen 4 Bäcker für die Menge?
- Eine Packung Bonbons kostet 2 €. Wie viel Euro kosten 4 Packungen?
- Drei Wasserpumpen befüllen ein Becken mit Wasser in 12 Stunden. Wie lange benötigen 6 Pumpen?
- Ein Auto benötigt auf 50 Kilometern 5,4 Liter Sprit. Wie viel Liter benötigt es auf 125 Kilometern?



Proportionale  
Zuordnung



Anti-  
proportionale  
Zuordnung

## 1.5 Textaufgaben

**Aufgabe 5:** Nina isst von einer Schokolade 12 Stücke, welche  $\frac{1}{5}$  der Gesamtmenge entsprechen. Tim isst  $\frac{7}{30}$  von der Schokolade.  
Wie viel Schokolade bleibt übrig?

**Aufgabe 6:** Du hast von deiner Mutter 120 € zum Einkaufen bekommen und folgende Bedingung erhalten: Neue Schuhe dürfen maximal  $\frac{3}{5}$  von deinem Budget kosten und vom Restbetrag darf das T-Shirt maximal  $\frac{5}{8}$  kosten. Der übrig gebliebene Betrag darf von dir für etwas ausgegeben werden, was du gerne haben möchtest. Wie viel Geld hast du zur freien Verfügung?

## 5.2 Quadratische Funktionen darstellen

**Aufgabe 29:** Bestimme jeweils die neuen Funktionsgleichungen.

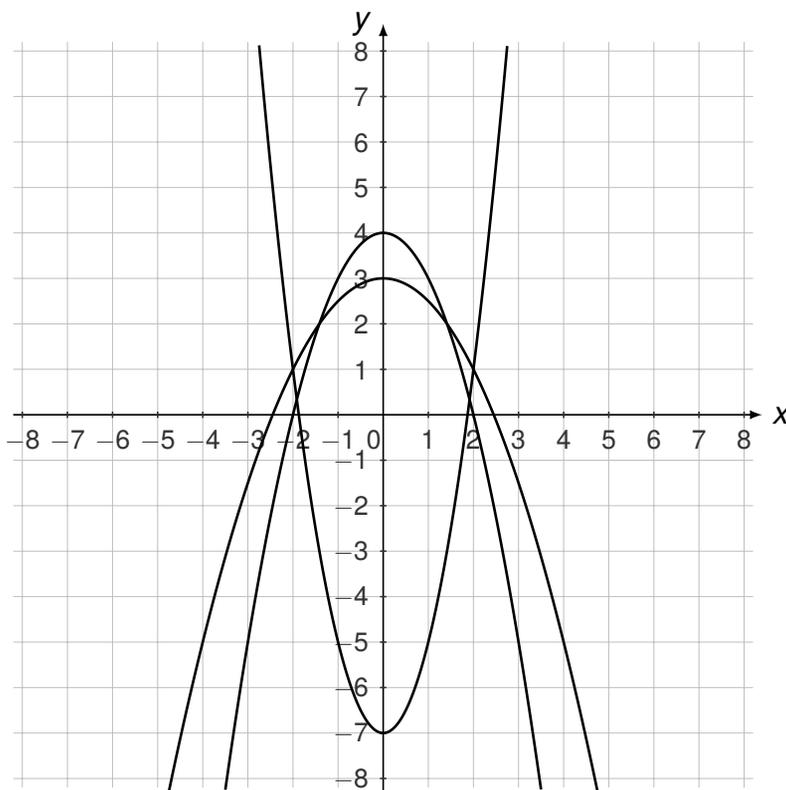
- Die Funktion  $f(x) = 2x^2 + 3$  soll um den Faktor 2 gestreckt werden.
- Die Funktion  $g(x) = -4x^2 - 7$  soll um den Faktor 0,4 gestaucht und an der  $x$ -Achse gespiegelt werden.
- Die Funktion  $h(x) = 0,5x^2 - 2,5x + 3$  soll um den Faktor 0,5 gestaucht werden.
- Die Funktion  $i(x) = -7,5x^2 - 4x + 3$  soll um den Faktor 1,5 gestreckt und anschließend gespiegelt werden.

**Aufgabe 30:** Zeichne die Funktionen im Bereich von  $-3$  bis  $+3$ . Nutze 1er Schritte, d.h.  $-3$ ;  $-2$  usw. Lege dir zunächst eine Wertetabelle an!

- $a(x) = 0,5x^2 + 2x + 1$
- $b(x) = 2x^2 - 0,5x - 4$
- $c(x) = -0,8x^2 + 3x + 2$

**Aufgabe 31:** Ordne den drei Funktionen ihre passende Parabel in der unten stehenden Abbildung zu und erkläre, warum du welche Parabel welcher Funktion zuordnest.

- $f(x) = -x^2 + 4$
- $g(x) = 2x^2 - 7$
- $h(x) = -0,5x^2 + 3$



Verschieben



Strecken & Stauchen

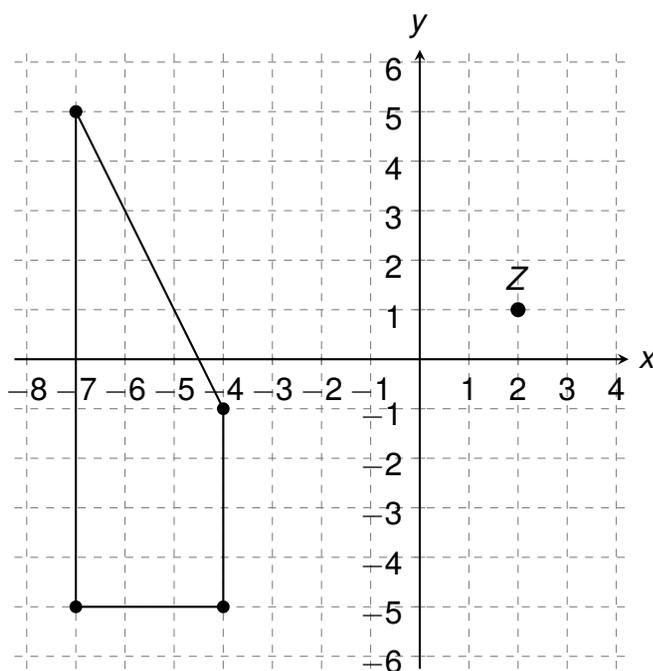


Parabeln zeichnen

## 7.3 Zentrische Streckungen

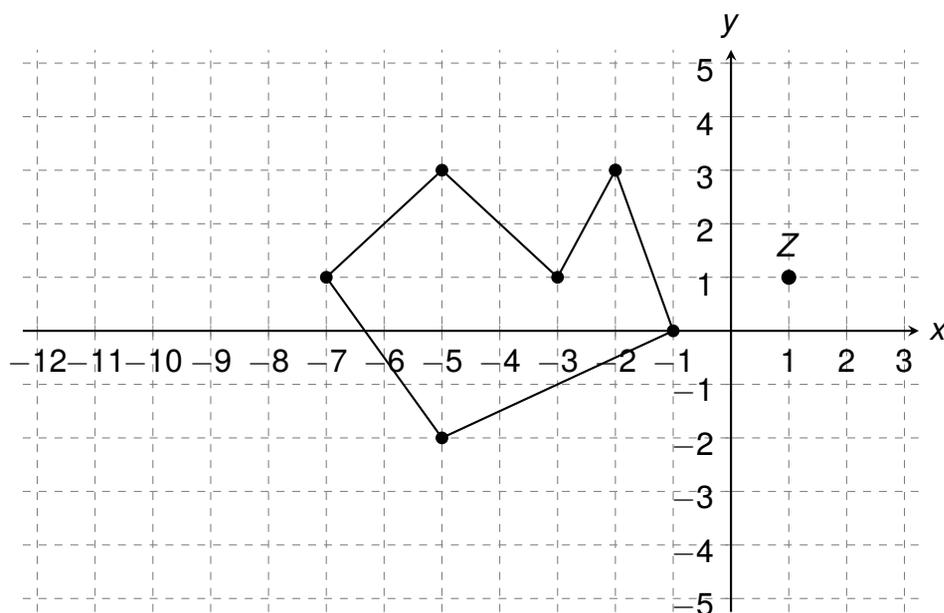
**Aufgabe 41:** Verkleinere bzw. vergrößere die nachfolgenden Figuren mit dem jeweils angegebenen Faktor  $k$ .

a) Verkleinere die Figur, ausgehend von  $Z$ , mit dem Faktor  $k = 0,25$ :



Zentrische  
Streckung

b) Vergrößere die Figur, ausgehend von  $Z$ , mit dem Faktor  $k = 1,5$ :



## 10.4 Kreisfläche und Kreisumfang

**Aufgabe 59:** Berechne die fehlenden Größen bei den Kreisen.  
Die Maßeinheit ist bei Längen in cm bzw. bei Flächen in  $\text{cm}^2$  angegeben.

#	Radius $r$	Durchmesser $d$	Umfang $U$	Fläche $A$
a)	7			
b)				36
c)		4		
d)			18	



Fläche &  
Umfang

**Aufgabe 60:** Löse die Textaufgaben.

- Ein kreisförmiges Blumenbeet soll einen Flächeninhalt von  $25 \text{ m}^2$  haben. Wir wissen, dass der Radius laut Vorgaben nicht größer als  $7,5 \text{ m}$  sein darf.  
Können wir das Blumenbeet dann anlegen?
- Ein Reifen dreht sich in der Stunde 30 Mal bei einem Durchmesser von  $8 \text{ cm}$ .  
Wie viel Meter dreht sich der Reifen an einem Tag insgesamt?
- Für einen Schwimmbad steht eine quadratische Fläche von  $16 \text{ m}^2$  zur Verfügung. Der Pool soll jedoch rund werden.  
Wie groß kann die Fläche maximal sein und welchen Umfang hat der Pool dann?

**Aufgabe 61:** Berechne die Kreisausschnitte.  
Die Maßeinheit ist bei Längen in cm bzw. bei Flächen in  $\text{cm}^2$  angegeben.

#	Radius $r$	Grad $^\circ$	Fläche $A$
a)	2	$122^\circ$	
b)		$37^\circ$	55
c)	17		109



Kreisaus-  
schnitte

- d) Die Funktion soll um den Faktor 1,5 gestreckt werden. Da der Faktor größer als 1 ist, wird die Funktion gestreckt. Zudem soll die Funktion an der  $x$ -Achse gespiegelt werden, weshalb wir den Faktor noch mit  $(-1)$  multiplizieren.

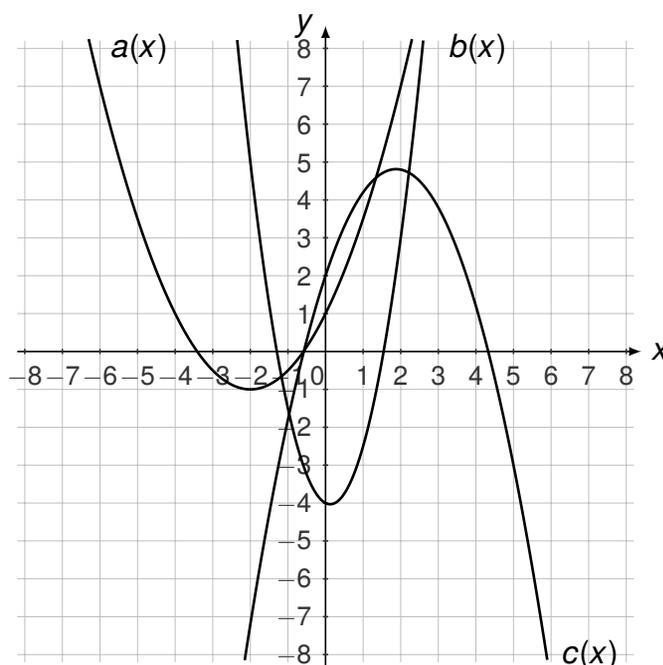
$$(-1) \cdot 1,5 \cdot i(x) = -1,5 \cdot i(x) = -1,5 \cdot (-7,5x^2 - 4x + 3) = 11,25x^2 + 6x - 4,5$$

**zu Aufgabe 30:** Wir legen uns zunächst eine Wertetabelle an und setzen die Werte  $-3$  bis  $3$  in 1er Schritten in die jeweilige Funktion ein.

$x$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$
$a(x)$	$-0,5$	$-1$	$-0,5$	$1$	$3,5$	$7$	$11,5$
$b(x)$	$15,5$	$5$	$-1,5$	$-4$	$-2,5$	$3$	$12,5$
$c(x)$	$-14,2$	$-7,2$	$-1,8$	$2$	$4,2$	$4,8$	$3,8$

Anschließend tragen wir alle Punkte in ein geeignetes Koordinatensystem ein und verbinden die Punkte.

Zur besseren Darstellung wurden die Parabeln weiter gezeichnet als im Bereich von  $-3$  bis  $3$ .

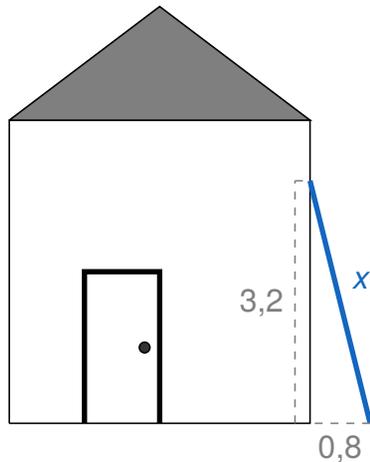


**zu Aufgabe 31:** Wir überlegen zunächst, wie die Funktion grob verläuft.

- Der negative Vorfaktor  $(-1)$  vor dem  $x^2$  zeigt, dass die Parabel nach unten geöffnet sein muss und durch die  $+4$  am Ende wissen wir, dass der  $y$ -Achsenabschnitt bei  $(0|4)$  liegt.
- Der positive Vorfaktor  $(2)$  vor dem  $x^2$  zeigt, dass die Funktion nach oben geöffnet sein muss und durch die  $-7$  am Ende wissen wir, dass der  $y$ -Achsenabschnitt bei  $(0|-7)$  liegt.
- Der negative Vorfaktor  $(-0,5)$  vor dem  $x^2$  zeigt, dass die Parabel nach unten geöffnet sein muss und durch die  $+3$  am Ende wissen wir, dass der  $y$ -Achsenabschnitt bei  $(0|3)$  liegt.

zu Aufgabe 34: Wir bearbeiten die Textaufgaben.

a) Wir machen uns zunächst eine Skizze:

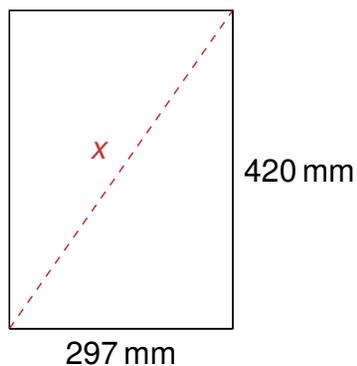


Wir suchen die Hypotenuse  $x$ , da wir die beiden Katheten bereits haben und ein rechtwinkliges Dreieck vorliegt. Wir verwenden den Satz des Pythagoras:

$$\begin{aligned} 0,8^2 + 3,2^2 &= x^2 \\ \Leftrightarrow 10,88 &= x^2 \quad |\sqrt{\phantom{x}} \\ \Rightarrow 3,30 &= x \end{aligned}$$

A.: Die Leiter ist 3,30 Meter lang.

b) Wir machen uns zunächst eine Skizze:

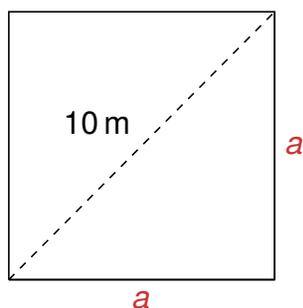


Wir suchen wieder die Hypotenuse  $x$  und verwenden den Satz des Pythagoras:

$$\begin{aligned} 297^2 + 420^2 &= x^2 \\ \Leftrightarrow 264\,609 &= x^2 \quad |\sqrt{\phantom{x}} \\ \Rightarrow 514,40 &= x \end{aligned}$$

A.: Die Diagonale ist 514,40 mm oder umgerechnet in 51,44 cm lang.

c) Wir machen uns zunächst eine Skizze:



Zwar ist nur die Hypotenuse gegeben, aber da die Katheten gleich lang sein sollen, können wir die Aufgabe mit dem Satz des Pythagoras lösen:

$$\begin{aligned} a^2 + a^2 &= 10^2 \\ \Leftrightarrow 2a^2 &= 100 \quad | : 2 \\ \Leftrightarrow a^2 &= 50 \quad |\sqrt{\phantom{x}} \\ \Rightarrow a &= 7,07 \end{aligned}$$

A.: Die Katheten sind jeweils 7,07 Meter lang.

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & 3x^2 - 18x = 216 && | -216 \\
 \Leftrightarrow & 3x^2 - 18x - 216 = 0 && | :3 \\
 \Leftrightarrow & x^2 - 6x - 72 = 0 && | pq\text{-Formel} \\
 \Rightarrow & x_{1,2} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - (-72)} \\
 & = 3 \pm \sqrt{9 + 72} \\
 & = 3 \pm \sqrt{81} \\
 & = 3 \pm 9
 \end{aligned}$$

Lösung:  $x = 3 + 9 = 12$  oder  $x = 3 - 9 = -6$ .

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & -2x^2 - 18x + 90 = 0 && | :(-2) \\
 \Leftrightarrow & x^2 + 9x - 45 = 0 && | pq\text{-Formel} \\
 \Rightarrow & x_{1,2} = -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 - (-45)} \\
 & = -4,5 \pm \sqrt{20,25 + 45} \\
 & = -4,5 \pm \sqrt{65,25}
 \end{aligned}$$

Lösung:  $x = -4,5 + \sqrt{65,25} \approx 3,58$  oder  $x = -4,5 - \sqrt{65,25} \approx -12,58$ .

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad & 4x^2 = 4x + 24 && | -4x - 24 \\
 \Leftrightarrow & 4x^2 - 4x - 24 = 0 && | :4 \\
 \Leftrightarrow & x^2 - x - 6 = 0 && | pq\text{-Formel} \\
 \Rightarrow & x_{1,2} = -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - (-6)} \\
 & = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 6} \\
 & = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}} \\
 & = \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

Lösung:  $x = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3$  oder  $x = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -2$ .

**zu Aufgabe 47:** Wenn aus Nullstellen eine quadratische Funktionsgleichung aufgestellt werden soll, nutzen wir die

**Linearfaktordarstellung:**  $N_1(x_1|0)$  und  $N_2(x_2|0) \Rightarrow f(x) = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & f(x) = (x - 5) \cdot (x + 2) && \text{b)} \quad f(x) = x \cdot (x - 4) \\
 \Leftrightarrow & f(x) = x^2 + 2x - 5x - 10 && \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x \\
 \Rightarrow & f(x) = x^2 - 3x - 10
 \end{aligned}$$