

Inhalt

1	Zahlen und Größen	7
1.1	Bruchrechnung	7
1.2	Dezimalzahlen und Brüche umwandeln	10
1.3	Größen umrechnen	11
1.4	Aufgaben	12
2	Prozent- und Zinsrechnung	13
2.1	Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert berechnen	14
2.2	Endwert berechnen	16
2.3	Prozente in Diagrammen darstellen	16
2.4	Zinsrechnung	19
2.5	Aufgaben	21
3	Zuordnungen	23
3.1	Proportionale Zuordnung	23
3.2	Antiproportionale Zuordnung	25
3.3	Zuordnungen darstellen	26
3.4	Aufgaben	27
4	Geometrie	29
4.1	Grundlagen	29
4.2	Dreiecke	30
4.3	Vierecke	32
4.4	Körper	35
4.5	Aufgaben	39
5	Rationale Zahlen	41
5.1	Rechnen mit rationalen Zahlen	41
5.2	Aufgaben	44

6	Terme	45
6.1	Terme aufstellen und berechnen	45
6.2	Terme vereinfachen	47
6.3	Aufgaben	51
7	Funktionen	53
7.1	Was ist eine Funktion?	53
7.2	Funktionen bestimmen	54
7.3	Lineare Funktionen	56
7.4	Aufgaben	59
8	Gleichungen und Ungleichungen	61
8.1	Äquivalenzumformungen	61
8.2	Ungleichungen	64
8.3	Textaufgaben mit Gleichungen berechnen	65
8.4	Aufgaben	66
9	Daten und Zufall	67
9.1	Stichprobe	67
9.2	Wahrscheinlichkeit zusammengesetzter Ereignisse	68
9.3	Wahrscheinlichkeit zweistufiger Zufallsversuche	69
9.4	Aufgaben	70
A	Lösungen	73

2

Prozent- und Zinsrechnung

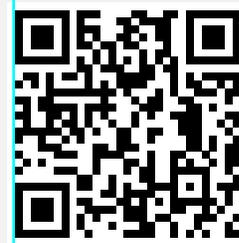
Was ist ein Anteil?

Nehmen wir mal an, dass in deiner Klasse insgesamt 25 Schüler sind, von denen die meisten 13 Jahre alt sind. Zwei deiner Mitschüler sind erst 12 Jahre alt und einer ist sogar schon 14. Wie können wir nun den Anteil an Schülern bestimmen, die nicht 13 Jahre alt sind? Dafür können wir eine Bruchzahl verwenden. Die gesamte Anzahl an Schülern steht im Nenner und die Anzahl der Schüler, die nicht 13 sind, steht im Zähler. Das sieht dann folgendermaßen aus:

$$\frac{3 \text{ (gesuchte Anzahl)}}{25 \text{ (gesamte Anzahl)}}$$

Ausformuliert können wir sagen: 3 von 25 Schülern sind nicht 13 Jahre alt. Der Anteil von 12-jährigen Schülern wäre demnach $\frac{2}{25}$ (2 von 25).

BRÜCHE IN PROZENT:



Was sind Prozente?

Du fragst dich sicherlich, was das jetzt mit den Prozenten zu tun hat? Prozent bedeutet übersetzt: *pro Hundert*, also sind beispielsweise 1% ein Teil von Hundert. Die Hundert ist dabei keine absolute Zahl sondern eine bestimmte Menge, die mit 100% gleichgesetzt wird. Wenn wir 4 Schokoriegel kaufen, dann sind das unsere 100%. Wenn wir davon zwei essen, haben wir nur noch die Hälfte an Schokoriegeln übrig, also 50%. Oder wie im Beispiel mit den 25 Schülern: Wenn alle anwesend sind, ist die Klasse vollzählig, also sind 100% da. Wenn die Hälfte fehlt, dann sind nur 50% anwesend.

Prozentzahlen können wir auch als Dezimalzahlen aufschreiben:

100% → 1	132% → 1,32
50% → 0,5	5% → 0,05
125% → 1,25	25,76% → 0,2576

DREISATZ:



3 Zuordnungen

Wir können im Supermarkt jedem Produkt einen Preis zuordnen. Betrachten wir zum Beispiel ein Brötchen. Eine Zuordnung könnte also lauten: 1 Brötchen \rightarrow 0,25 Euro. Dem Brötchen wurde ein fester Preis zugeordnet mit dem wir später rechnen können.

3.1 Proportionale Zuordnung

Bei Produkten im Supermarkt haben wir meistens eine proportionale Zuordnung. Aber was bedeutet das? Je mehr wir einkaufen, desto mehr müssen wir auch bezahlen, ist doch logisch!

Eine Zuordnung ordnet einem Wert einen anderen Wert eindeutig zu.

Wenn wir nur ein Brötchen kaufen, zahlen wir 0,25 Euro. Wenn wir zwei Brötchen kaufen, müssen wir zweimal 0,25 Euro bezahlen, also 0,5 Euro. Das könnten wir beliebig oft fortführen, bis wir alle Brötchen aufgekauft haben.

Anzahl	Preis (Euro)
1	0,25
2	0,5
3	0,75
...	...

$\cdot 2$ $\cdot 3$



Wir können die **Zuordnung** und die **Zuordnungsart** für unsere Berechnungen nutzen. **Beispiel:** Wenn wir den Preis eines Brötchens kennen und wir 10 Stück kaufen möchten, dann multiplizieren wir einfach den Betrag von einem Brötchen mit der Anzahl an Brötchen, die wir haben möchten.

$$10 \cdot 0,25 \text{ Euro} = 2,50 \text{ Euro}$$

UMKREIS DREIECK:**Interessantes für zwischendurch:**

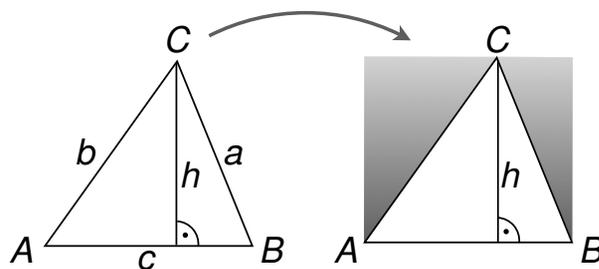
Bei gleichseitigen Dreiecken ist der Schnittpunkt M der Mittelsenkrechten auch der Schnittpunkt W der Winkelhalbierenden, also haben der Inkreis und der Umkreis denselben Mittelpunkt.

Flächeninhalt eines Dreiecks

Flächenformel Dreieck:

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

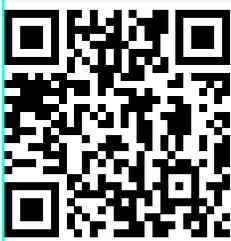
Für die Fläche eines Dreiecks müssen wir also die Grundseite g und die Höhe h kennen, die im rechten Winkel zur Grundseite c steht.

FLÄCHE DREIECK:

In der Abbildung wir erkennen wir, dass sich ein Rechteck ergibt, wenn das Dreieck genau an der eingezeichneten Linie h geschnitten wird und die kleinen Dreiecke außen angelegt werden. Das entstandene Rechteck wird durch die Grundseite g und Höhe h gebildet und ist doppelt so groß wie das eigentliche Dreieck.

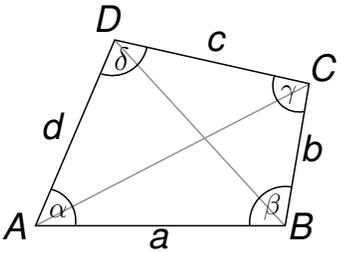
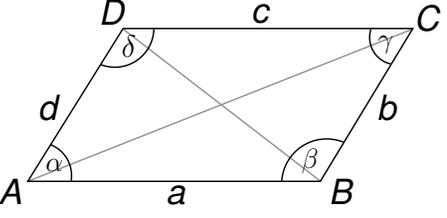
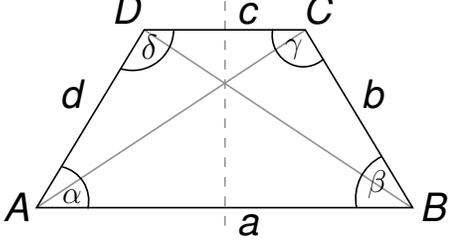
4.3 Vierecke

Formen und Eigenschaften von Vierecken

ÜBERSICHT VIERECKE:

Ein Viereck ist eine geometrische Figur, die aus vier Punkten A, B, C und D besteht, von denen keine drei auf einer Geraden liegen und den vier Seiten a, b, c und d . Die Summe aller Winkel in einem Viereck beträgt $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$.

In der folgenden Übersicht schauen wir uns drei besondere Formen von Vierecken und deren Eigenschaften an.

<p>Viereck</p> 	<p>Eigenschaften:</p> <ul style="list-style-type: none"> • das hier gezeigte Viereck wird auch konvexes Viereck genannt, denn alle Winkel sind kleiner als 180°
<p>Parallelogramm</p> 	<p>Eigenschaften:</p> <ul style="list-style-type: none"> • gegenüberliegende Seiten sind <ul style="list-style-type: none"> – parallel: $a \parallel c, b \parallel d$ – gleich lang: $a = c, b = d$ • gegenüberliegende Winkel sind gleich groß: $\alpha = \gamma, \beta = \delta$ • die Diagonalen halbieren sich
<p>Gleichschenkliges Trapez</p> 	<p>Eigenschaften:</p> <ul style="list-style-type: none"> • zwei Seiten sind parallel: $a \parallel c$ ($a, c =$ Grundseite) • die Winkel an der Grundseite sind gleich groß: $\alpha = \beta$ • die beiden Seiten, die keine Grundseiten sind, sind gleich lang: $b = d$ • die Diagonalen sind gleich lang • es gibt eine Symmetrieachse (gestrichelte Linie)

Flächeninhalte

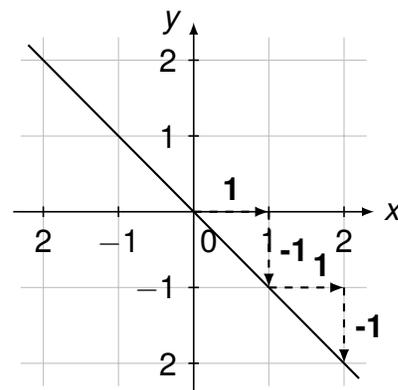
Der Flächeninhalt eines Parallelogramms lässt sich mit der Grundseite a (in deinem Schulbuch kann es z.B. auch g sein) und der Höhe h bestimmen.

Flächenformel Parallelogramm:

$$A_{\text{Parallelogramm}} = a \cdot h$$

In diesem Beispiel ist die Steigung $m = -1$.

Das bedeutet anschaulich, dass wir im Koordinatensystem eine Einheit nach rechts und eine Einheiten nach unten „wandern“.



Alle proportionalen Funktionen verlaufen durch den Ursprung und heißen deswegen auch Ursprungsgeraden.

Beim Zeichnen dieser Funktionen haben wir also immer schon einen Punkt $(0|0)$ gegeben und müssen nur noch einen zweiten bestimmen, damit wir den Graphen einzeichnen können.

Vorgehen: Graphen zeichnen

1. Markiere den Ursprung.
2. Bestimme einen zweiten Punkt. ($x = 1$ ist oft leicht zu bestimmen.)
3. Zeichne die Gerade durch den Ursprung und den errechneten Punkt.

7.3 Lineare Funktionen

Lineare Funktionen unterscheiden sich nur gering von den proportionalen Funktionen. Die proportionalen Funktionen sind spezielle lineare Funktionen, denn sie gehen immer durch den Ursprung, so dass gilt: $b = 0$. Aber was ändert sich, wenn $b \neq 0$ ist?

ACHSENABSCHNITT:



Allg. Gleichung einer linearen Funktion:

$$y = m \cdot x + b$$

Die Variable b wird auch y -Achsenabschnitt genannt. Der y -Achsenabschnitt bestimmt die Höhe, in der die Gerade die y -Achse schneidet. Bei proportionalen Funktionen liegt immer ein Schnittpunkt mit der y -Achse im Ursprung.

Für die Berechnung des y -Achsenabschnitts wird im Allgemeinen einfach der x -Wert in der Funktionsgleichung gleich 0 gesetzt. Dann erhalten wir mit $y = m \cdot 0 + b = b$ einen Punkt $P(0|b)$. Bei linearen Funktionen ist es sogar noch einfacher, denn da können wir den b direkt ablesen (das ist einfach die Zahl ohne x).