Inhalt

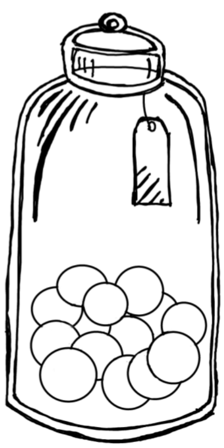
1 Zahlen darstellen

In der Grundschule haben wir die **natürlichen Zahlen** bereits kennen gelernt, auch wenn wir sie vielleicht nicht so genannt haben. Einfach gesagt versteht man darunter alle ganzen Zahlen, die man ordnen oder zählen kann. Am Anfang, in der 1. Klasse, kannten wir nur die Zahlen zwischen null und zehn und später dann sogar bis zur Million. Mittlerweile haben wir gelernt, dass es unendlich viele natürliche Zahlen gibt! Wie man mit dieser unglaublichen Menge an Zahlen umgeht ohne den Kopf zu verlieren, besprechen wir in diesem Kapitel.

1.1 Schätzen

Alle Menschen haben ein natürliches Gefühl für Zahlen. So kann jeder der ein großes Glas mit Bonbons sieht, ungefähr sagen wie viele enthalten sind. Diese Methode ist zwar viel ungenauer als würde man nachzählen, aber manchmal ist es auch nützlich, wenn man die Anzahl einfach nur eingrenzen kann.

Beispiel 1.1 *Betrachten wir einmal dieses Glas:*

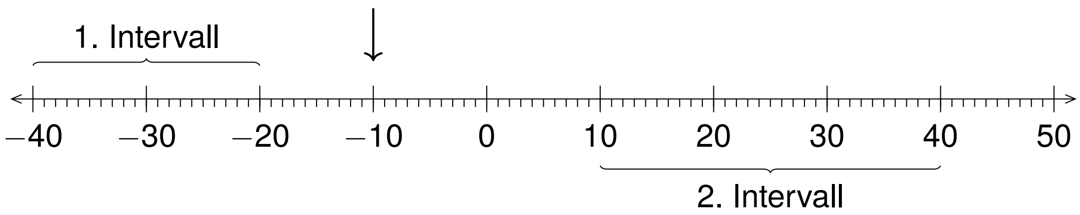


Auch wenn wir die genaue Anzahl nicht kennen, können wir mit Sicherheit sagen, dass in dem Glas mehr als fünf und weniger als 100 Bonbons enthalten sind. Ich denke es sind insgesamt 42.

1.2 Zahlenstrahl

Einen Zahlenstrahl haben wir alle schon oft gesehen. Zum Beispiel ist ein Thermometer nichts anderes. Die Abstände zwischen den Zahlen sind immer gleich und er beschreibt in diesem Beispiel den Bereich zwischen $-40°$C und $50°$C. Die Zahlen sind so sortiert, dass links die kleinsten Zahlen stehen, zum Beispiel kleine Negative, und rechts die Größten, zum Beispiel große Positive.

Beispiel 1.2 *Ein Thermometer als Zahlenstrahl:*



WIEDERHOLUNG NEGATIVER ZAHLEN:

Der Pfeil zeigt die Temperatur von $-10°$C. Einen Bereich „von ... bis“ nennt man ***Intervall****. So beschreibt das 1. Intervall alle Temperaturen von $-40°$C bis $-20°$C und das 2. Intervall alle Temperaturen von $10°$C bis $40°$C.*
Auffällig ist, dass rechts und links des Zahlenstrahls noch jeweils Pfeile aufgezeigt sind. Diese verdeutlichen, dass nur ein Ausschnitt gezeigt ist und jeweils noch höhere und niedrigere Zahlen existieren, wie zum Beispiel $-50°$C.

1.3 Zerlegen und notieren

Besonders bei großen Zahlen, ist es einfach den Überblick zu verlieren. So sind etwa:

$$1000 \text{ Tausender} = 1 \text{ Million} = 1000000$$
$$1000 \text{ Millionen} = 1 \text{ Milliarde} = 1000000000$$

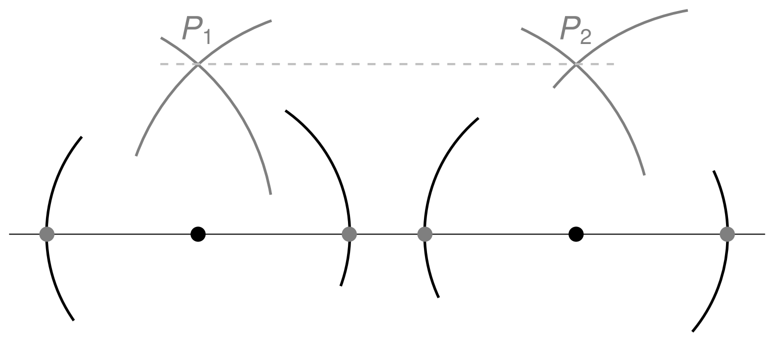
Aber wie kann schnell erkannt werden, welche Zahl größer ist? Betrachten wir zum Beispiel die Zahlen 2100500030 und 42000000077. Es gibt eine einfache Methode diese beiden zu vergleichen um sicher sagen zu können, welche größer ist. Dazu nutzen wir die Stellenwerttabelle.

Stellenwerttabellen

Bei einer Stellenwerttabelle werden die Zahlen nach ihren Einerstellen, Zehnerstellen, Hunderterstellen (und so weiter) aufgeschlüsselt.

eine parallele Linie ganz einfach. Wir machen nämlich genau das Gleiche wie für eine senkrechte Linie, nur zweimal! Die beiden Schnittpunkte P_1 und P_2 verbinden wir und erhalten eine Linie parallel zur Grundlinie:

Parallele Linie:



Abstand zwischen zwei parallelen Linien messen

Wenn wir den Abstand zwischen den beiden Parallelen wissen wollen, dann müssen wir darauf achten, dass zwischen dem Lineal und den Linien ein rechter Winkel ist, also das Lineal eine senkrechte Linie darstellt. Dies ist wichtig, denn wenn wir uns erinnern: Der Abstand zwischen zwei Parallelen ist immer gleich. Das Einfachste wäre somit, eine senkrechte Linie zu einer der beiden Parallelen zu zeichnen und dann den Abstand der beiden Schnittpunkte zu messen.

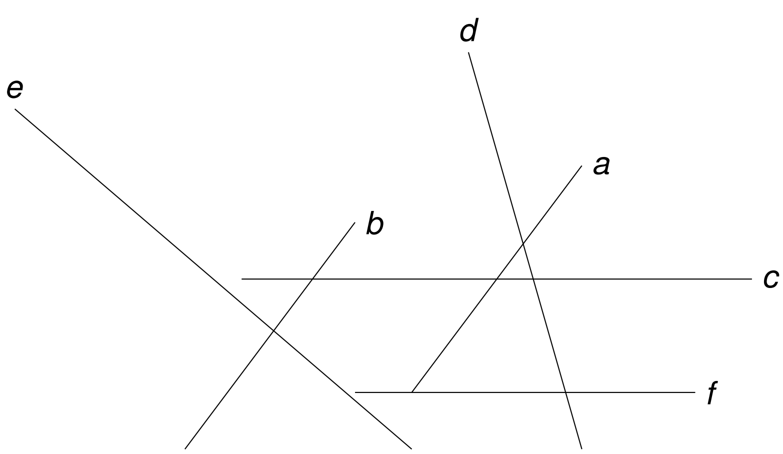
3.2 Aufgaben

Aufgabe 3.2.1 *Zeichne eine* 11 cm *lange Grundlinie mithilfe deines Lineals.*

a) *Zeichne eine Linie, die senkrecht zu der Grundlinie ist.*
b) *Zeichne eine Linie, die parallel zu der Grundlinie und drei cm entfernt ist.*

Aufgabe 3.2.2 *Beantworte die folgenden Fragen.*

a) *Welche Strecken sind parallel zueinander?*
b) *Welche Strecken sind senkrecht zueinander?*



SCHRIFTLICHES DIVIDIEREN:

	4	0	2	4	2	:	6	=	6 7 0 7
–	3	6							
		4	2						
	–	4	2						
			0	4					
		–		0					
				4	2				
			–	4	2				
					0				

Rechnen mit Rest

Beispiel 5.2

Nun steht in unserem Beispiel am Ende eine 46 und keine 42 mehr, was dazu führt dass am Ende 2 übrig bleiben. Dies bezeichnen wir als ***Rest****. Wir schreiben also:*

40.246 : 6 = 6.707 ***Rest*** 4.

Somit gilt: $6 \cdot 6.707 + 4 = 40.246$.

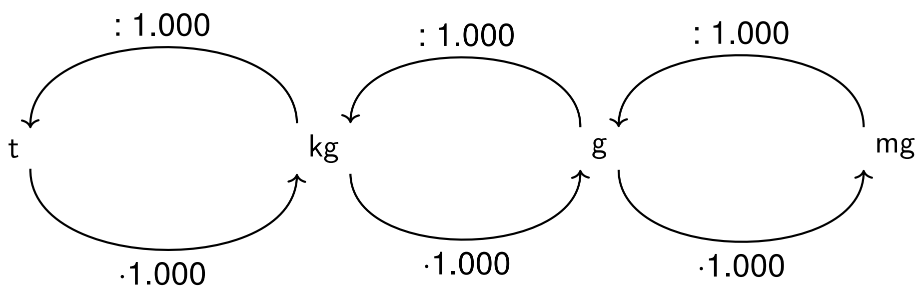
	4	0	2	4	6	:	6	=	6.707
-	3	6							
		4	2						
	-	4	2						
			0	4					
		-		0					
				4	6				
			-	4	2				
					4				

DIVIDIEREN MIT REST:

Ebenso wie bei der Multiplikation, muss auch bei der Division auf das Vorzeichen geachtet werden. Teilt man eine negative Zahl durch eine negative, wird der Quotient positiv. Teilt man hingegen eine positive Zahl durch eine negative, oder eine negative durch eine positive, wird das Ergebnis negativ.

7.2.1 Umrechnung

Die Angaben Zentner und Pfund sind in der folgenden Abbildung nicht dargestellt, da beides ältere Einheiten sind, die zwar in der heutigen Zeit noch genutzt werden, aber meist nicht exakt. Zum Beispiel variierte historisch gesehen die Masse eines Pfundes, je nachdem in welcher Stadt man gerade war. Heute sprechen wir in Deutschland von 500 g *für ein Pfund und* 50 kg *für einen Zentner.*



MASSEN UMRECHNEN:

*Eine Umrechentabelle lässt sich somit sehr einfach darstellen, indem drei Felder Abstand zwischen allen Einheiten gewählt werden. Für alle Einheiten kleiner als Milligramm (*µg, ng*) bleibt der Umrechenfaktor gleich (*·1.000*).*

7.3 Zeit

Ebenso wie für Längen und Gewichte gibt es verschiedene Einheiten, welche die Zeit beschreiben. Hier wollen wir uns ein paar der wichtigsten Zeiteinheiten anschauen:

Einheitenname	*Einheitszeichen*	*Einheitenname*	*Einheitszeichen*
Jahr	*a*	*Stunde*	h
Monat	–	*Minute*	min
Woche	–	*Sekunde*	s
Tag	*d*	*Millisekunde*	ms

Das Einheitszeichen für Tag und für Stunde kommen aus dem Englischen und stehen für day und hour. Das a, welches für Jahr steht, stammt vom dem Lateinischen Wort anno. Mit Zeiten zu rechnen ist, auch wenn wir sie eigentlich gut aus dem Alltag kennen, nicht immer ganz einfach. Sekunden, Minuten und Stunden sind dabei nicht unbedingt das Problem, sondern eher Monat und Jahr. Schauen wir uns einmal an, wie wir Zeitangaben ineinander umrechnen können.

8 Zweidimensionale Figuren

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit geometrischen Figuren in der Ebene, also im zweidimensionalen Raum. Die wichtigsten Figuren in der Ebene sind:

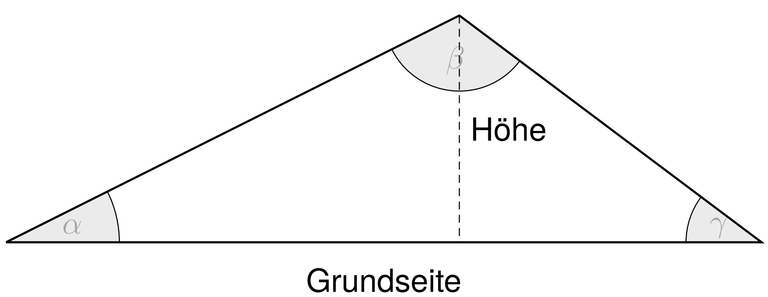
- Punkte
- Geraden
- Polygone

Unter einem Polygon versteht man eine Figur die aus mindestens drei (oder mehr) Punkten besteht, welche durch Strecken miteinander verbunden wurden. Eines der einfachsten Polygone sind Dreiecke. Indem wir mehr Punkte miteinander verbinden, erhalten wir Vierecke, Fünfecke und so weiter. Indem wir zusätzliche Bedingungen stellen, wie zum Beispiel bestimme Winkelgrößen zwischen den Strecken, lassen sich Spezialfälle wie Rechtecke oder Quadrate definieren.

8.1 Wichtige Figuren

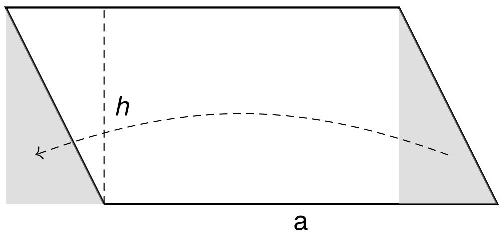
8.1.1 Dreieck

Ein Dreieck ist das einfachste Polygon und besteht, wie der Name schon vermuten lässt, aus drei Punkten die durch Strecken miteinander verbunden sind.



DREIECK BESCHRIFTEN:

Die inneren Winkel eines Dreiecks (farbig markiert in der Abbildung) bilden immer eine Summe von 180°, sprich $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.



Links sind zwei blaue Flächen aufgezeigt. Wenn wir uns vorstellen, dass wir die rechte Fläche, welche innerhalb des Parallelogramms ist, „abschneiden“und and der linken Seite, außerhalb des Parallelogramms, anfügen, dann haben wir aus einem Parallelogramm ein Rechteck gemacht!

PARALLELOGRAMM:

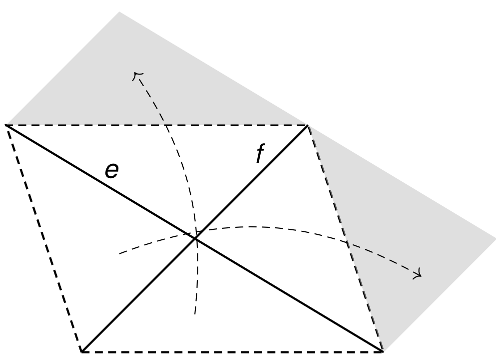
Für den Flächeninhalt einer Parallelogramms ergibt sich somit:

$$F = a \cdot h$$

wobei h die Höhe bezeichnet und a eine dazu senkrechte Seite.

9.2.3 Raute

Die Fläche einer Raute lässt sich ebenso berechnen wie die Fläche eines Parallelogramms, indem $F = a \cdot h$ gerechnet wird. Es gibt aber noch einen anderen Weg, da bei einer Raute die Diagonalen senkrecht aufeinander stehen:



Ähnlich wie beim Parallelogramm lassen sich bestimmte Flächen von innen nach außen klappen und somit ein Rechteck bilden. Dies ist nur möglich, da zwischen den Diagonalen ein rechter Winkel ist! Für das so entstandene Rechteck sehen wir sofort, dass die Länge e ist. Für die Breite können wir, da die Diagonalen sich genau halbieren, $f : 2$ rechnen.

Für den Flächeninhalt einer Raute ergibt sich:

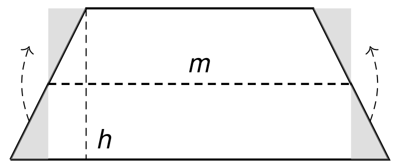
$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

wobei e und f die Diagonalen sind.

RAUTE:

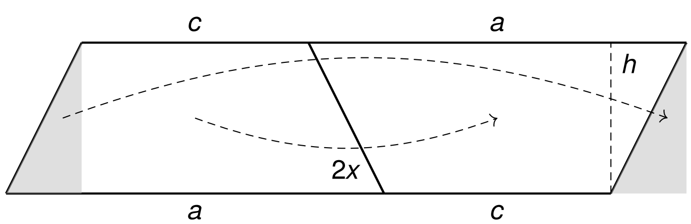
> **Anmerkung:** Die Fläche eines Drachenvierecks lässt sich ebenso berechnen wie die einer Raute, da auch hier die Diagonalen sich rechtwinklig halbieren. $F = e \cdot f : 2$, für die Diagonalen e und f.

9.2.4 Trapez



Ebenso wie zuvor konstruieren wir gedanklich ein Rechteck. Genau wie für das Parallelogramm und die Raute lässt sich die Fläche berechnen durch:
$F = m \cdot h$.

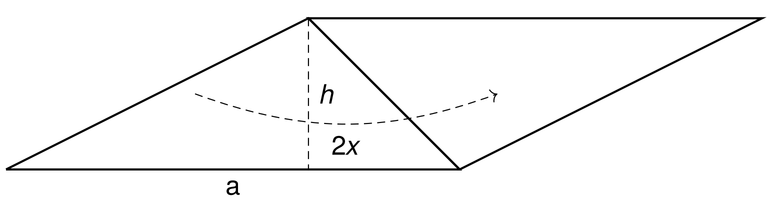
Eine weitere Möglichkeit sehen wir in der unteren Abbildung. Dafür stellen wir uns vor, dass wir das Trapez verdoppeln, um 180° drehen und umgekehrt an das 1. Trapez anfügen. Wir haben somit eine Grundseite der Länge $a + c$. Die Fläche des so entstandenen Rechtecks können wir wie bekannt berechnen, indem wir $F = (a + c) \cdot h$ rechnen. Da wir allerdings das Trapez, und somit die Grundseite verdoppelt haben um unser Rechteck zu konstruieren, müssen wir die Grundseite halbieren. Insgesamt ergibt sich somit: $F = (a+c) : 2 \cdot h$ für die Gegenseiten a und c sowie die Höhe h (Hier sehen wir auch noch einmal, dass $m = (a + c) : 2$ ist).



Trapez:

9.2.5 Dreieck

Um den Flächeninhalt eines Dreiecks zu berechnen, wenden wir den gleichen Trick wie eben beim Trapez an. Wir verdoppeln es, drehen um 180° und fügen es an der Seite wieder an. Auf diese Art und Weise entsteht ein Parallelogramm.

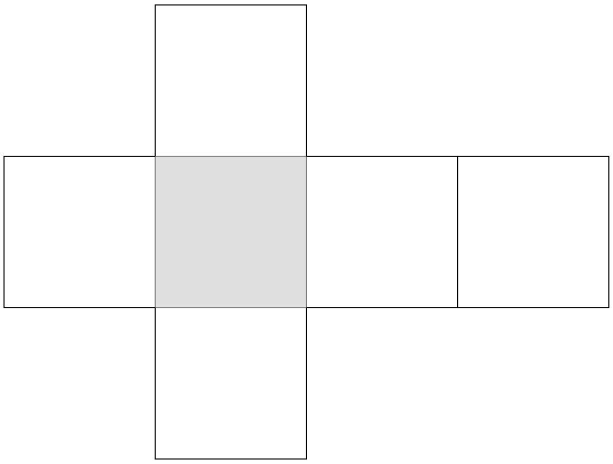


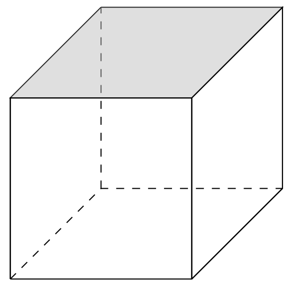
Dreieck:

Die Fläche eines Dreiecks lässt sich also wie die eines Parallelogramms berechnen, nur dass diese noch durch zwei geteilt werden muss, da wir das Dreieck am Anfang verdoppelt haben. Somit ergibt sich: $F = (a \cdot h) : 2$ für die Grundfläche a und die Höhe h.

10.2.2 Würfelnetze

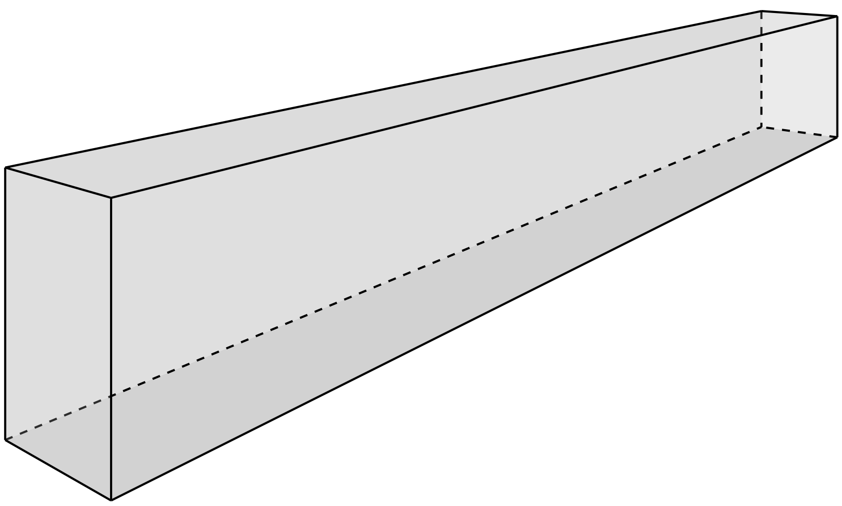
Im Gegensatz zu einer Quader, hat ein Würfel sechs quadratische Flächen. Dies sehen wir auch, wenn wir ihn „auffalten“:





10.3 Schrägbilder zeichnen

Wir haben nun schon mehrere Schrägbilder gesehen. Aber warum stellen wir unsere Körper als Schrägbild dar und nutzen nicht zum Beispiel die Fluchtpunkt-Perspektive?

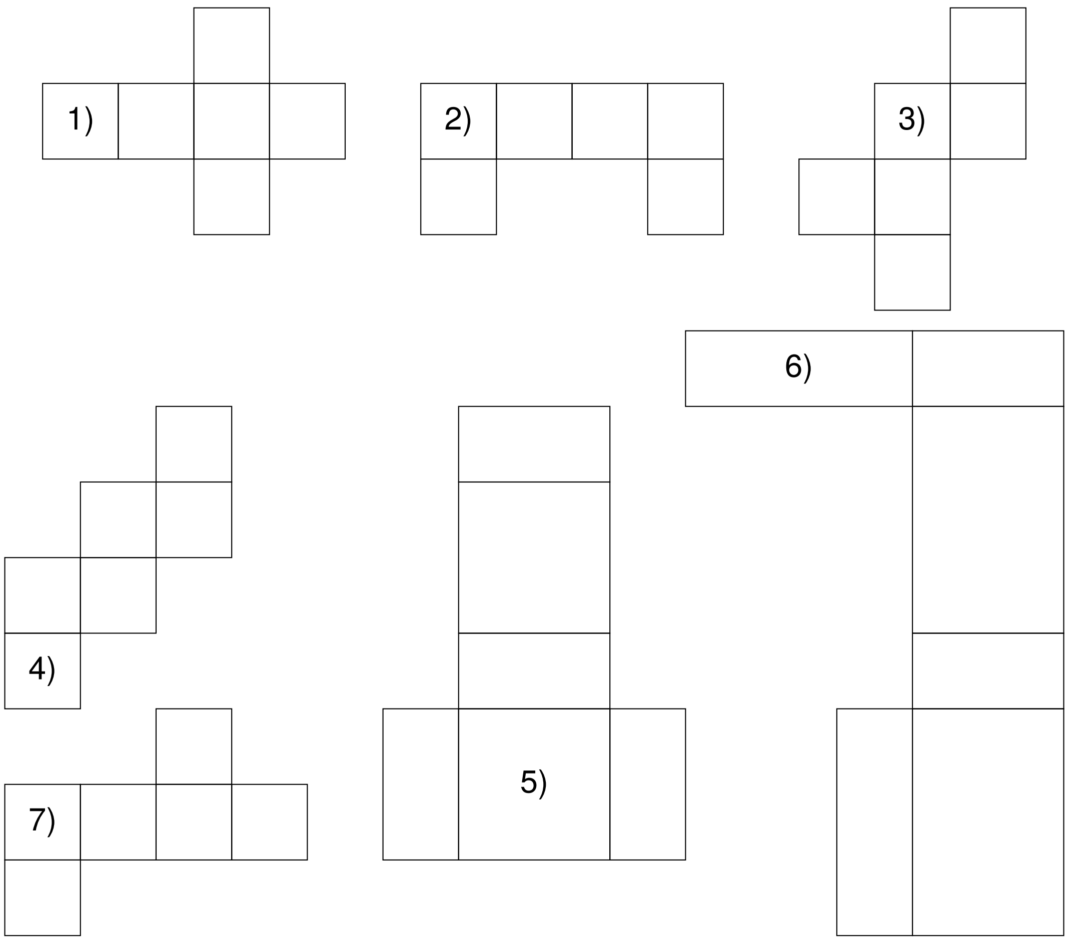


Schrägbild zeichnen:

Wie wir oben sehen, sind parallele Kanten bei der Fluchtpunktperspektive nicht notwendigerweise auch parallel dargestellt. Auch Flächen die eigentlich gleich groß sein sollten, sind es nicht. Für ein Schrägbild aber gilt:

10.5 Aufgaben

Aufgabe 10.5.1 *Betrachte die Folgenden Quader und Würfelnetze. Entscheide, ob die Netze sich tatsächlich zu einem korrekten Körper falten lassen. Kannst du die falschen Netze korrigieren?*



Aufgabe 10.5.2 *Zeichne das Schrägbild*

a) *eines Würfels mit einer Kantenlänge von* 3 cm.

b) *eines Quaders mit den Seitenlängen* $a = 6$ cm, $b = 3$ cm *und* $c = 4$ cm.

Aufgabe 10.5.3 *Zeichne die Netze zu Ende:*