

Inhalt

1	Einmaleins automatisieren	7
2	Geteiltaufgaben (auch mit Rest)	11
2.1	Geteiltaufgaben	11
2.2	Umkehr- und Tauschaufgaben	12
2.3	Geteiltaufgaben mit Rest	13
3	Orientierung im Tausenderraum	15
3.1	Zahlen im Tausenderraum darstellen	15
3.2	Die Stellentafel	17
3.3	Das Tausender-Leporello	19
3.4	Das Tausenderfeld	22
3.5	Der Zahlenstrahl	22
3.6	Ergänzen zu Hunderterzahlen und bis 1000	25
3.7	1000 teilen	27
4	Rechnen im Tausenderraum	29
4.1	Einfache Plus- und Minusaufgaben	29
4.2	Verdoppeln und halbieren	32
4.3	Halbschriftlich addieren und subtrahieren	34
4.4	Addieren und subtrahieren mit einer Hilfsaufgabe	36
4.5	Minusaufgaben durch Ergänzen lösen	38
4.6	Schriftliche Rechenverfahren	40
4.6.1	Schriftliche Addition	40
4.6.2	Schriftliche Subtraktion (Ergänzungsverfahren)	42
4.6.3	Schriftliche Subtraktion (Abzieh-/Entbündelungsverfahren)	45
4.7	Multiplikation und Division mit Zehnerzahlen	49
4.8	Halbschriftliche Multiplikation und Division	52
4.8.1	Halbschriftliche Multiplikation	52
4.8.2	Halbschriftliche Division	54

4.9	Multiplizieren mit dem Malkreuz	55
5	Symmetrie: Spiegelbilder erzeugen	57
6	Geometrische Körper	61
6.1	Geometrische Körper kennen lernen	61
6.2	Eigenschaften geometrischer Körper	62
6.3	Würfelnetze	63
7	Rechnen mit Größen	67
7.1	Rechnen mit Geld	67
7.2	Rechnen mit Zeit	71
7.3	Rechnen mit Längen	74
8	Daten und Diagramme	77
9	Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	81
A	Lösungen	87

Vorwort

Du hast dir dieses Lernheft angeschafft. Das ist eine gute Entscheidung, weil ...

- du das Lernen selbst in die Hand nehmen und über das schulische Lernangebot hinaus üben möchtest.
- in diesem Heft die wichtigen Themen aus dem Matheunterricht des 3. Schuljahres anschaulich und verständlich vorgestellt werden.
- dir anhand von vielen Beispielen Lösungswege vorgestellt werden, die dir ein selbständiges Lösen gleichartiger und ähnlicher Aufgaben ermöglichen.
- zu den einzelnen Kapiteln und Themen dieses Heftes Erklär- und Lernvideos sowie Arbeitsblätter zum Ausdrucken verlinkt sind.
- du Lösungen zu allen Aufgaben am Ende des Heftes findest, die du mit deinen Lösungen vergleichen kannst.

In diesem Lernheft findest du neben Erklärungen, Hinweisen und Tipps auch viele Aufgaben, die du bestimmt schaffen wirst. Wenn du fleißig bist, dann gewinnst du viel Sicherheit in Mathe und fühlst dich stark.

Durchlaufe beim Üben eines Themas und beim Lösen von Aufgaben immer die folgenden 3 Lernebenen:

1. Löse Aufgaben mit Material/Zahlbildern und/oder anderen Veranschaulichungsmitteln.
2. Löse Aufgaben ohne Material/Zahlbilder oder andere Veranschaulichungsmittel, z.B. durch das Notieren von Rechenwegen.
3. Versuche immer wieder Aufgaben im Kopf zu lösen.

Dabei bestimmst du selbst, wann du zur nächsten Lernebene wechselst und wie du eine Aufgabe löst. Manche Kinder rechnen lange auf der 1. Lernebene, was gut und völlig okay ist. Probiere zwischendurch immer aus, ob du eine Aufgabe auch schon auf der nächsten Lernebene lösen kannst. Viele Kinder „springen“ auch zwischen den Ebenen und entscheiden spontan, wie sie die jeweilige Aufgabe lösen wollen. Das Lösen von Aufgaben im Kopf ist die Königsdisziplin und sehr anspruchsvoll.

Bestimmt hast du einen Lernbegleiter (Mama, Papa, Oma, ...), der sich mit dir zusammen durch dieses Lernheft arbeitet. Vielleicht schafft sich eine Schulfreundin/ein Schulfreund auch dieses Lernheft an, sodass ihr zusammen lernen könnt.

Jetzt wünsche ich dir viel Freude und Erfolg beim Mathe üben.

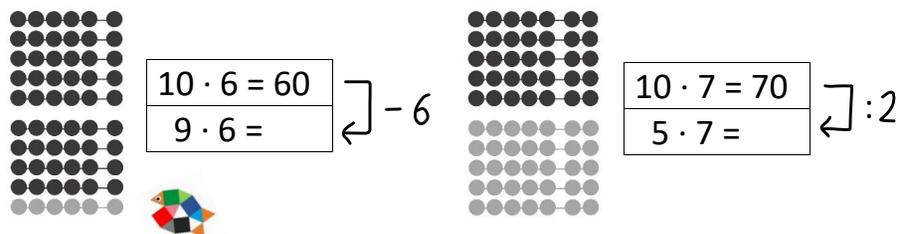
Sebastian Kottmann (Mathe-Grundschullehrer) & der „bunte“ Fisch



1

Einmaleins automatisieren

In der 2. Klasse hast du Tricks kennengelernt, wie man schwierigere Aufgaben des Einmaleins lösen kann. Dabei spielten Aufgabenzusammenhänge eine große Rolle:

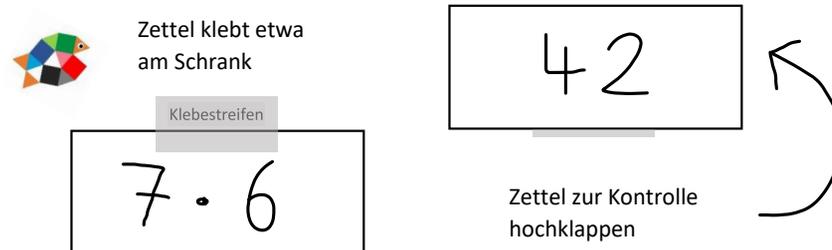


Jetzt bist du in der 3. Klasse und musst das **Einmaleins automatisieren**, bis du es blitzschnell ⚡ beherrschst.

Alle Aufgaben solltest du **in 4-5 Sekunden** lösen können. Hier sind ein paar **Tipps**, mit denen du es schaffst:

- **Aufgabe und Ergebnis sind eine Einheit** und müssen immer zusammen genannt werden. Wenn dich etwa jemand fragt: $9 \cdot 6$, dann antwortest du $9 \cdot 6 = 54$ und nicht nur 54. Oder: Sage nicht nur die Ergebnisse einer Malreihe (6, 12, 18, ...) auf, sondern immer auch die passenden Malaufgaben dazu ($1 \cdot 6 = 6$, $2 \cdot 6 = 12$, $3 \cdot 6 = 18$, ...).
- Malaufgabe und Ergebnis (als Einheit) sollten immer wieder zusammen gesehen 👁, gesprochen 👄, gehört 👂 und aufgeschrieben ✍ werden. Durch den **Einsatz verschiedener Sinne** kannst du dir die Malaufgaben viel besser merken.
- „**Hartnäckige**“ **Malaufgaben**, die du nicht gut lösen kannst, schreibst du dir am besten einzeln auf einen kleinen **Zettel**: Auf die Vorderseite die Aufgabe, auf die Rückseite (am besten auf den Kopf, siehe unten) das Ergebnis. Nimm für jeden Zettel eine andere Stiftfarbe (das hilft beim Merken!). Mit den Zetteln kannst du dann ganz alleine üben:

- a) **Lernen mit Bewegung:** Klebe jeden Zettel an einer anderen Stelle in der Wohnung an etwas dran (Kleiderschrank, Külschrank oder Schublade). Gehe dann immer wieder zu den Zetteln und versuche die Aufgabe zu lösen. Klappe zur Kontrolle den Zettel hoch.



- b) **Lernen durch Spielen:** Lege alle Zettel mit der Aufgabenseite nach oben auf den Tisch. Versuche die Aufgabe zu lösen. Kontrolliere immer mit der Rückseite. Aufgaben, die richtig waren, nimmst du vom Tisch. Aufgaben, die nicht richtig waren, bleiben auf dem Tisch und kommen später noch mal dran. Übe so lange, bis kein Zettel mehr auf dem Tisch ist.
- c) **Lernen durch fleißiges Schreiben:** Schreibe die Malaufgaben mit den Ergebnissen immer wieder in dein Matheheft. Dein/e Lehrer*in wird staunen, wie fleißig du freiwillig bist.
- Über mehrere Wochen sollten möglichst viele alltägliche Gelegenheiten genutzt werden, das Einmaleins zu üben. Lasse dich von deinen Eltern, Geschwistern oder Freunden immer wieder abfragen: Beim Einkaufen, beim Frühstück, beim Spazieren oder im Auto. Wenn du eine Aufgabe nicht in 4-5 Sekunden lösen kannst, schreibe sie auf einen Zettel (siehe oben).



Aufgabe 1: Lasse dich diese 20 schwierig(st?)en Malaufgaben abfragen. Kannst du sie jeweils in 4-5 Sekunden lösen? Wenn nicht, dann übe sie wie oben beschrieben mit den Zetteln.

$5 \cdot 8 = \underline{\quad}$	$3 \cdot 7 = \underline{\quad}$	$3 \cdot 8 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 6 = \underline{\quad}$
$9 \cdot 4 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 3 = \underline{\quad}$	$5 \cdot 7 = \underline{\quad}$	$5 \cdot 9 = \underline{\quad}$
$6 \cdot 6 = \underline{\quad}$	$7 \cdot 7 = \underline{\quad}$	$8 \cdot 8 = \underline{\quad}$	$4 \cdot 8 = \underline{\quad}$
$4 \cdot 7 = \underline{\quad}$	$4 \cdot 6 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 7 = \underline{\quad}$	$7 \cdot 8 = \underline{\quad}$
$6 \cdot 8 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 9 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 7 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 8 = \underline{\quad}$

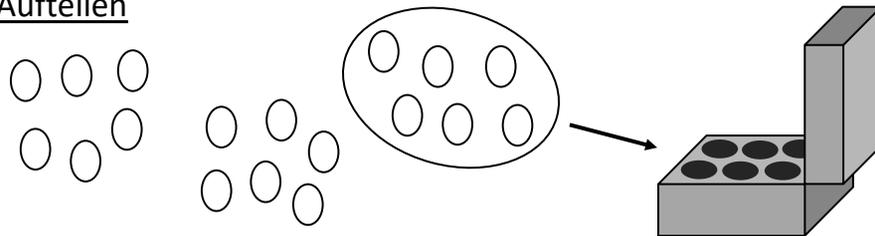
2

Geteiltaufgaben (auch mit Rest)

2.1 Geteiltaufgaben

Beim Geteiltrechnen unterscheidet man zwischen dem **Aufteilen** und dem **Verteilen**. Das hast du bestimmt im 2. Schuljahr schon gelernt. Hier noch mal zwei Aufgaben zur genauen Unterscheidung:

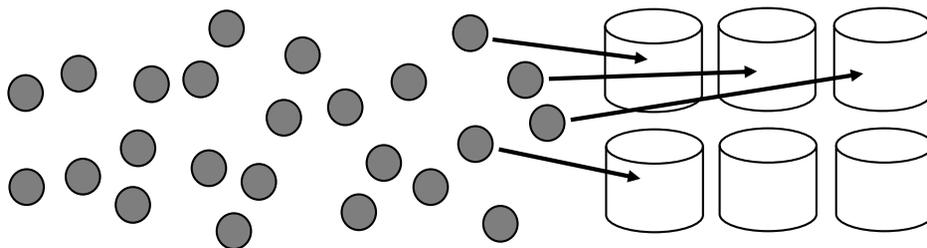
Aufteilen



18 Eier sollen in 6er-Kartons verpackt werden. Wie viele Kartons werden gefüllt?
Du rechnest $18 : 6 = \underline{\quad}$

Kreise immer 6 Eier ein, dann weißt du, wie viele Kartons gefüllt werden.

Verteilen



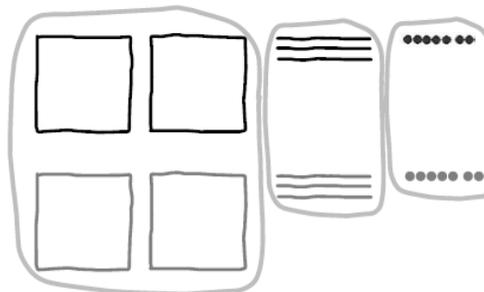
24 Flummis sollen gleichmäßig auf 6 Dosen verteilt werden. Wie viele kommen in jede Dose? Du rechnest $24 : 6 = \underline{\quad}$.

Nacheinander wird je 1 Flummi in alle 6 Dosen getan. Das macht man so lange, bis kein Flummi mehr übrig ist.

4.2 Verdoppeln und halbieren

Beim **Verdoppeln** arbeitest du mit zwei gleichen Zahlen. Verdoppeln kannst du gut „**stellenweise**“. Wir machen mal ein...

Beispiel: $237 + 237 = \underline{\quad}$



$200 + 200 = 400$	}	zusammenrechnen
$30 + 30 = 60$		
$7 + 7 = 14$		

„Stellenweise“ bedeutet, dass du zuerst die Hunderter(stellen) zusammenrechnest, dann die Zehner(stellen) und schließlich die Einer(stellen). Auch hier kann das Dienes-Material sinnvoll zum Einsatz kommen.



Aufgabe 22: Verdopple stellenweise. Zeichne Zahlbilder, notiere die Rechenschritte oder rechne im Kopf.

- | | | |
|------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $420 + 420 = \underline{\quad}$ | 350 + 350 = $\underline{\quad}$ | 250 + 250 = $\underline{\quad}$ |
| 240 + 240 = $\underline{\quad}$ | 370 + 370 = $\underline{\quad}$ | 480 + 480 = $\underline{\quad}$ |
| b) 245 + 245 = $\underline{\quad}$ | 175 + 175 = $\underline{\quad}$ | 338 + 338 = $\underline{\quad}$ |
| 471 + 471 = $\underline{\quad}$ | 289 + 289 = $\underline{\quad}$ | 467 + 467 = $\underline{\quad}$ |



Beim **Halbieren** soll eine Zahl **in zwei gleiche Zahlen zerlegt** werden. Das Halbieren ist die Umkehrung des Verdoppelns.

Verdoppeln

$$365 + 365 = 730$$

$$2 \cdot 365 = 730$$

Halbieren

$$730 = 365 + 365$$

$$730 : 2 = 365$$

← Umkehraufgabe →

Das schriftliche Verfahren kannst du auch anwenden, wenn du **2 oder mehrere Zahlen subtrahieren** möchtest.

	H	Z	E
	9	3	8
-	2	2	3
-	1	7	4
	1		
	5	4	1

Die beiden eingekreisten Ziffern in jeder Spalte werden jeweils als ein Wert (Zählerstand) betrachtet:

„7 plus wie viel gleich 8?“

„9 plus wie viel gleich 13? Schreibe 4, übertrage 1.“

„4 plus wie viel gleich 9?“

	H	Z	E
	7	2	4
-	1	6	2
-	2	9	9
-		8	5
	3	2	
	1	7	8

„16 plus wie viel gleich 24? Schreibe 8, übertrage 2.“

„25 plus wie viel gleich 32? Schreibe 7, übertrage 3.“

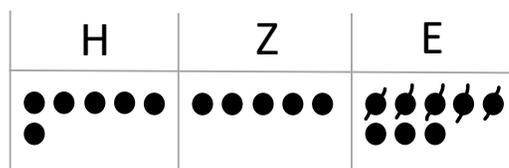
„6 plus wie viel gleich 7?“

4.6.3 Schriftliche Subtraktion (Abzieh-/Entbündelungsverfahren)

Ein anderes schriftliches Verfahren für die Subtraktion ist ein **Abziehverfahren**, das Entbündelungsverfahren oder auch Borgeverfahren genannt wird.

Zum besseren Verständnis des Verfahrens rechnen wir jetzt die Minusaufgabe $658 - 375$ Schritt für Schritt. Parallel schauen wir, was in der Stellentafel passiert.

	H	Z	E
	6	5	8
-	3	7	5
			3

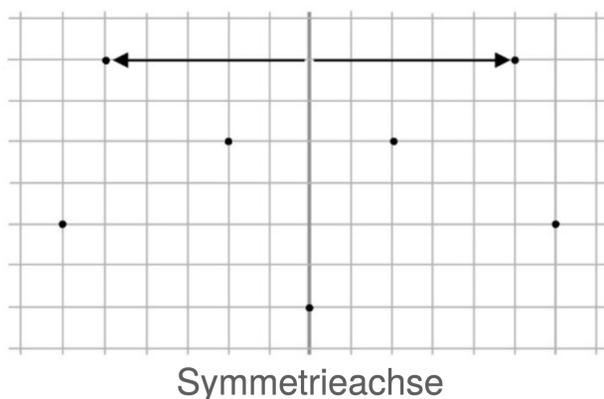


Von den 8 Einern werden 5 Einer abgezogen.

Los geht es immer rechts in der Einerspalte. Du sprichst: „8 minus 5 gleich ...“

Tipp: Es gibt einen **durchscheinenden Spiegel**, er wird oft Mira-Spiegel oder Zauberspiegel genannt. Damit kannst du ganz toll symmetrische Bilder zeichnen. Das macht sehr viel Spaß und du lernst eine Menge über Symmetrie!

Wir zeichnen jetzt symmetrische Bilder auf kariertes Papier, von denen die eine „Hälfte“ vorgegeben ist. Auf der linken Seite ist das „Bild“, auf der rechten Seite das „Spiegelbild“.



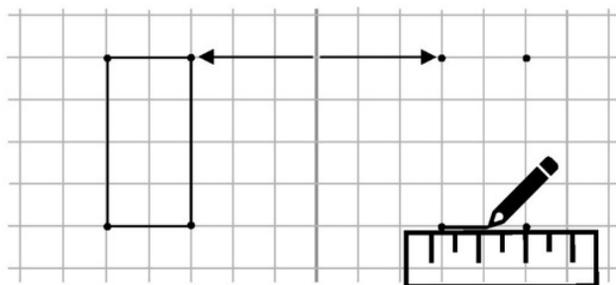
Wenn man einen Punkt spiegelt, dann hat der gespiegelte Punkt den **gleichen Abstand** zur Symmetrieachse.

Liegt ein **Punkt auf der Symmetrieachse**, dann kann er nicht gespiegelt werden. **Der Punkt ist fix.**

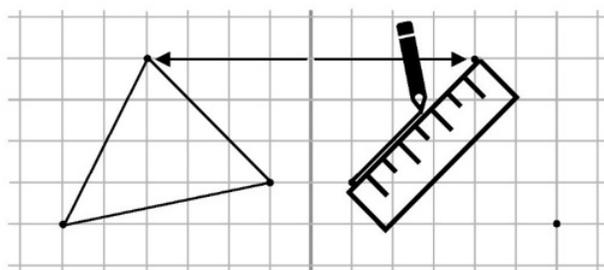
Aufgabe 39: Zeichne in dein Matheheft genau auf eine vorgegebene Linie eine Symmetrieachse. Mache auf der linken Seite (genau auf die Linienkreuze) in verschiedenen Farben Punkte und spiegle sie auf die rechte Seite.



Jetzt spiegeln wir zwei geometrische Formen: ein Rechteck und ein Dreieck.



Um das Spiegelbild eines Rechtecks zu zeichnen, spiegelst du zunächst die 4 Eckpunkte. Die gespiegelten Eckpunkte verbindest du schließlich mit einem Lineal.



Um das Spiegelbild eines Dreiecks zu zeichnen, spiegelst du auch zunächst die 3 Eckpunkte. Die gespiegelten Eckpunkte verbindest du wieder mit einem Lineal.

Pyramiden haben immer eine „Spitze“ oben, ihr „Boden“ kann aber ein Dreieck, ein Viereck, ein Fünfeck, ... sein. Prismen sehen aus wie „eckige Tunnel“. Auch hier kann der Tunnel dreieckig, viereckig, fünfeckig, ... sein.

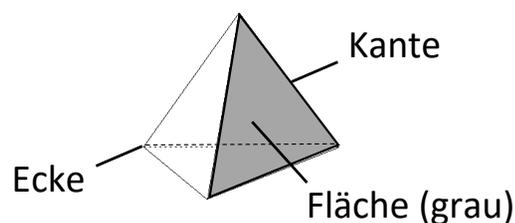


Aufgabe 40: Suche bei dir zu Hause und draußen nach Gegenständen, die die Form geometrischer Körper haben.



6.2 Eigenschaften geometrischer Körper

Geometrische Körper haben Ecken, Flächen und Kanten, deren Anzahl man bestimmen kann.



Die Pyramide rechts besteht aus 4 Dreiecken, erkennst du sie alle? Es sind die **Flächen** dieses geometrischen Körpers. Die untere Fläche, auf der der Körper steht, nennt man Grundfläche. Dann hat die Pyramide noch **Kanten**, an denen immer 2 Flächen zusammenstoßen. Wie viele Kanten hat die Pyramide? Zähle sie. Schließlich hat die Pyramide noch **Ecken**, an denen hier immer 3 Kanten zusammenstoßen. Wie viele Ecken sind es? In der folgenden Tabelle sind die gefundenen Anzahlen übersichtlich notiert:

Körper	Ecken	Flächen	Kanten
Pyramide mit 3-eckiger Grundfläche	4	4	6



Aufgabe 41: Baue mit Zahnstochern (das sind die Kanten) und Knetkügelchen (das sind die Ecken) verschiedene geometrische Körper.



Aufgabe 42: Ergänze die fehlenden Anzahlen in der Tabelle. Schau dazu auf ein Bild des jeweiligen Körpers oder besser noch auf ein Zahnstochermodell oder auf einen Gegenstand, der die Form des Körpers hat.



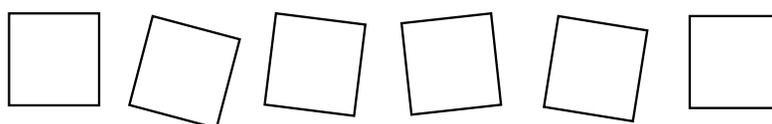
Tipp: Zähle systematisch, also zum Beispiel immer von unten nach oben. Wenn du einen geometrischen Körper vor dir hast, dann drehe ihn nicht beim Zählen, sondern lasse ihn ruhig stehen, damit du nichts vergisst oder doppelt zählst.

Körper	Ecken	Flächen	Kanten
Würfel		6	
Quader	8		
Kugel		1	
Kegel		2	1
Zylinder			2
Pyramide mit 4-eckiger Grundfläche	5		
Dreiecks-Prisma		5	
Sechsecks-prisma	12		



6.3 Würfelnetze

Aus 6 quadratischen Blättern kannst du einen Würfel basteln, indem du die Blätter mit Klebestreifen an den Kanten aneinanderklebst.





Aufgabe 48: Paul hat 834,38 € auf seinem Sparbuch. Er kauft sich davon für 498,50 € einen Computer. Wie viel Geld bleibt noch übrig?

- 3) Die Klasse 3a macht einen Ausflug in den Zoo. Die Lehrerin sammelt von allen 24 Kindern 5,30€ ein. Wie viel Geld sammelt sie insgesamt ein?

Es muss die Malaufgabe $24 \cdot 5,30$ € gelöst werden (Alle 24 Kinder haben 5,30 € mit in die Schule gebracht und legen den 5 €-Schein und die 30 ct vor sich auf den Tisch). Die Malaufgabe wird in 2 Schritten gelöst: Zuerst multipliziert man den Euro-Wert mit 24, also $24 \cdot 5$ € (Die Lehrerin geht zu jedem Kind und sammelt von allen den 5 €-Schein ein). Im zweiten Schritt multipliziert man den Cent-Wert mit 24, also $24 \cdot 30$ ct (Die Lehrerin geht zu jedem Kind und sammelt von allen die 30 ct ein).

$$\begin{array}{r}
 24 \cdot 5 \text{ €} = 120 \text{ €} \\
 20 \cdot 5 \text{ €} = 100 \text{ €} \\
 4 \cdot 5 \text{ €} = 20 \text{ €}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 24 \\ 20 \\ 4 \end{array}} \right\} +
 \qquad
 \begin{array}{r}
 24 \cdot 30 \text{ ct} = 720 \text{ ct} \\
 20 \cdot 30 \text{ ct} = 600 \text{ ct} \\
 4 \cdot 30 \text{ ct} = 120 \text{ ct}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 24 \\ 20 \\ 4 \end{array}} \right\} +$$

Die 120 € und die 720 ct (= 7,20 €) müssen schließlich noch addiert werden.

Antwort: Die Lehrerin sammelt insgesamt _____ ein.



Aufgabe 49: Die Klasse 3b macht eine Stadtführung mit anschließendem Eisdienbesuch. Der Lehrer sammelt von allen 23 Kindern 9,30 € ein. Wie viel Geld sammelt er insgesamt ein?

- 4) Die Schulleiterin kauft für alle 8 Klassen ihrer Schule ein Pausenspielzeug-Set für insgesamt 919,60 €. Was kostet ein einzelnes Pausenspielzeug-Set?

Der Gesamtbetrag von 919,60 € muss durch 8 geteilt werden, um den Einzelpreis zu erhalten, denn 8-mal der Einzelpreis ist gleich dem Gesamtpreis.

$$\begin{array}{r}
 919,60 \text{ €} : 8 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ €} \\
 800,00 \text{ €} : 8 = 100 \text{ €} \\
 80,00 \text{ €} : 8 = 10 \text{ €} \\
 32,00 \text{ €} : 8 = 4 \text{ €} \\
 720 \text{ ct} : 8 = 90 \text{ ct} \\
 40 \text{ ct} : 8 = 5 \text{ ct}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 919,60 \\ 800,00 \\ 80,00 \\ 32,00 \\ 720 \\ 40 \end{array}} \right\} +
 \begin{array}{l}
 \text{Rest } 119,60 \text{ €} \\
 \text{Rest } 39,60 \text{ €} \\
 \text{Rest } 7,60 \text{ €} = 760 \text{ ct} \\
 \text{Rest } 40 \text{ ct}
 \end{array}$$

Das kann man schrittweise machen. Dabei „sucht“ man immer nach möglichst großen Beträgen, die einfach durch 8 zu teilen sind, und macht dann jeweils mit dem Rest weiter. Die 8er-Reihe hilft bei der Suche nach den größtmöglichen Beträgen: 8 16 24 **32 40** 48 56 64 **72 80** ... **800**

Antwort: Ein einzelnes Pausenspielzeug-Set kostet _____.