

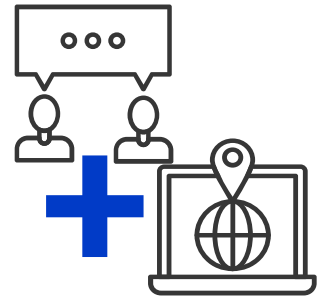
## UNSER KONZEPT



Ausführliche Skripte, mit und ohne Übungen, zu wichtigen Themen für Schule bis Studium.



Einmalige Video-Verweise per QR-Code an entsprechenden, sinnvollen Stellen im Skript.



Noch Mathefragen? Interaktive Lernplattform für den effizienten Austausch von Mensch zu Mensch.

[www.mathefragen.de](http://www.mathefragen.de)

## UNSERE AUTOREN



**Christian Strack**, Student der Mathematik und Physik, Head of Content/Community bei [mathefragen.de](http://mathefragen.de), über 10 Jahre Nachhilfe-Erfahrung.

[Christian auf LinkedIn](#)



**Daniel Jung**, Mathe-Rockstar, „Mr. New Learning“ & Bildungsarchitekt. Er ist eines der bekanntesten Gesichter der Bildungsbranche. Der Pionier der „Mathe-Kurzerklärvideos“ gehört mit ca. 60 Mio. Views/Jahr zu den meistgesehenen Onlinetutoren weltweit und ist Gründer der Daniel Jung Academy.

[www.danieljung.io](http://www.danieljung.io)

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Aufgaben</b>	<b>1</b>
1.1 Exponentialansatz	2
1.2 Potenzansatz	2
1.3 Integration	3
1.4 TDV	3
1.5 Substitution	4
1.6 DGL Systeme	4
1.7 Inhomogene DGL	5
1.7.1 Variation der Konstanten	5
1.7.2 Ansatz der Störfunktion	5
1.8 Gemischte Aufgaben	6
<b>2 Lösungen</b>	<b>7</b>
2.1 Exponentialansatz	8
2.2 Potenzansatz	16
2.3 Integration	20
2.4 TDV	25
2.5 Substitution	30
2.6 DGL Systeme	34
2.7 Inhomogene DGL	39
2.7.1 Variation der Konstanten	39
2.7.2 Ansatz der Störfunktion	42
2.8 Gemischte Aufgaben	48

# 1 Aufgaben

## Inhalt

---

<b>1.1 Exponentialansatz</b>	2
<b>1.2 Potenzansatz</b>	2
<b>1.3 Integration</b>	3
<b>1.4 TDV</b>	3
<b>1.5 Substitution</b>	4
<b>1.6 DGL Systeme</b>	4
<b>1.7 Inhomogene DGL</b>	5
<b>1.7.1 Variation der Konstanten</b>	5
<b>1.7.2 Ansatz der Störfunktion</b>	5
<b>1.8 Gemischte Aufgaben</b>	6

---

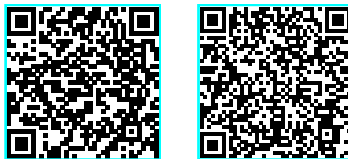
In diesem Kapitel findest du 50 Aufgaben zum Lösen von gewöhnlichen Differentialgleichungen.

Zu jeder Aufgabe findest du im nächsten Kapitel die Lösungen mit den wichtigsten Zwischenschritten. Klicke auf die entsprechende Aufgabe, um sofort zur Lösung zu gelangen.

Wir wünschen dir nun viel Spaß beim Lernen mit den Aufgaben und natürlich noch größeren Erfolg in deiner nächsten Mathe-Klausur!

## 1 Aufgaben

In den folgenden Videos wird nochmal erklärt, was eine Differentialgleichung ist und wie sich ganz allgemein die Lösung einer Differentialgleichung zusammensetzt.

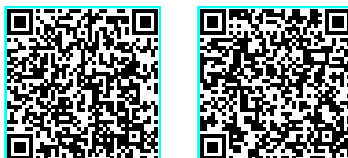


### 1.1 Exponentialansatz

Bestimme die *allgemeine Lösung*  $y(x)$ . Nutze dafür den *Exponentialansatz*.

1.  $y''' - 3y'' - 10y' + 24y = 0$
2.  $y'' + 4y = 0$
3.  $-2y'' - 4y' + 8y = 0$
4.  $y'' + 2y' + 5y = 0$
5.  $y'' - 3y' = 0$
6.  $y'' - 4y' + 4y = 0$
7.  $y^{(6)} - 5y^{(5)} + 33y^{(4)} - 29y^{(3)} = 0$
8.  $2y'' + 4y' - 16y = 0$

Dir ist die Herangehensweise des *Exponentialansatzes* noch nicht ganz klar? Dann findest du im Folgenden zwei Beispiele zum Lösungsansatz *Exponentialansatz*.



### 1.2 Potenzansatz

Bestimme die *allgemeine Lösung*  $y(x)$ . Nutze dafür den *Potenzansatz*.

1.  $x^2y'' - \frac{1}{4}y = 0$
2.  $x^3y''' + xy' - y = 0$
3.  $-y'' + \frac{2}{x}y' - \frac{2}{x^2}y = 0$
4.  $xy'' + 2y' - \frac{5}{x}y = 0$

## 1.3 Integration

Bestimme die *exakte Lösung*  $y(x)$ .

1.  $y'' - 7x = 0$ ,  
mit  $y'(0) = 0$ ,  $y(1) = 2$
2.  $y^{(4)} = -3$ ,  
mit  $y'''(0) = 0$ ,  $y''(1) = 2$ ,  $y'(1) = 0$ ,  $y(0) = 0$
3.  $y'' = \frac{1}{x}$ ,  
mit  $y'(1) = 0$ ,  $y(1) = 0$
4.  $y''' = \sin(x)$ ,  
mit  $y''(\pi) = 0$ ,  $y'(\pi) = -\pi$ ,  $y(0) = 2$
5.  $y'' = e^{2x}$ ,  
mit  $y'(0) = 1$ ,  $y(1) = \frac{1}{2}$

Dir ist noch nicht ganz klar wie du mit *Randbedingungen* umgehen sollst? Dann findest du im Folgenden zwei Beispiele zum Lösungsansatz *Integration mit Randbedingungen*.



## 1.4 TDV

Bestimme die *allgemeine Lösung*  $y(x)$ . Nutze dafür die *Trennung der Variablen*.

1.  $y' - xy = 0$ ,
2.  $y' + \frac{\cos(x)}{y} = 0$
3.  $y' - 5x^2y - 3y = 0$
4.  $y' = \frac{\sin(x^2)x}{2}y$
5.  $y' + \frac{y^3}{x} = 0$

Dir ist die Herangehensweise der *Trennung der Variablen* noch nicht ganz klar? Dann findest du im Folgenden zwei Beispiele zum Lösungsansatz *Trennung der Variablen*.



## 1.5 Substitution

Bestimme die *allgemeine Lösung*  $y(x)$ . Nutze dafür die *Substitution*.

1.  $y'' = -9(y + 8)$
2.  $x^2 y' - 3y^2 - xy = 0$
3.  $y' = (y + x)^2$
4.  $x^2 + xy + y^2 - x^2 y' = 0$

## 1.6 DGL Systeme

Bestimme die *allgemeine Lösung*  $y(x)$ . Nutze dafür den *Exponentialansatz für Differentialgleichungssysteme*.

1.  $y_1' = y_1 + 2y_2$   
 $y_2' = 2y_1 + 4y_2$
2.  $y_1' = 3y_2$   
 $y_2' = 2y_1 + y_2$
3.  $y_1' = 2y_3$   
 $y_2' = 2y_2$   
 $y_3' = 2y_1$
4.  $y_1' = 2y_1 + y_2 - y_3$   
 $y_2' = y_1 + 2y_2 + y_3$   
 $y_3' = -y_1 + y_2 + 2y_3$
5.  $y_1' = y_1 - y_3$   
 $y_2' = 2y_2$   
 $y_3' = -y_1 + y_3$

Dir ist die Herangehensweise des *Exponentialansatzes für Differentialgleichungssysteme* noch nicht ganz klar? Dann findest du im Folgenden zwei Beispiele zum *Exponentialansatz für Differentialgleichungssysteme*.



3.

**Aufgabe 3:**  $-y'' + \frac{2}{x}y' - \frac{2}{x^2}y = 0$

Gesucht ist die *allgemeine Lösung* der folgenden Differentialgleichung:

$$-y'' + \frac{2}{x}y' - \frac{2}{x^2}y = 0$$

Nutze dafür den *Potenzansatz*.

**Lösung**

$$\begin{aligned} y(x) &= Cx^\lambda \\ -y'' + \frac{2}{x}y' - \frac{2}{x^2}y &= 0 \\ \Rightarrow -\lambda(\lambda - 1) + 2\lambda - 2 &= 0 \\ \Rightarrow -\lambda^2 + 3\lambda - 2 &= 0 \\ \Rightarrow \lambda_1 = 1 & \qquad \lambda_2 = 2 \\ \Rightarrow y(x) &= C_1x + C_2x^2 \end{aligned}$$

Du hast eine Frage zu dieser Aufgabe? Dann klicke [hier](#) oder auf den QR-Code



und sage uns, was unklar geblieben ist.

4.

**Aufgabe 4:**  $xy'' + 2y' - \frac{5}{x}y = 0$

Gesucht ist die *allgemeine Lösung* der folgenden Differentialgleichung:

$$xy'' + 2y' - \frac{5}{x}y = 0$$

Nutze dafür den *Potenzansatz*.

**Lösung**

$$y(x) = Cx^\lambda$$

$$xy'' + 2y' - \frac{5}{x}y = 0$$

$$\Rightarrow \lambda(\lambda - 1) + 2\lambda - 5 = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^2 + \lambda - 5 = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$\Rightarrow y(x) = C_1 x^{\frac{-1-\sqrt{21}}{2}} + C_2 x^{\frac{-1+\sqrt{21}}{2}}$$

Du hast eine Frage zu dieser Aufgabe? Dann klicke [hier](#) oder auf den QR-Code



und sage uns, was unklar geblieben ist.