

Inhalt

1	Definitionen und Fachbegriffe	7
1.1	Grundbegriffe der Mathematik	7
1.2	Natürliche bis reelle Zahlen	9
1.3	Mengenlehre	10
2	Grundrechenarten & Rechenregeln	13
2.1	Grundrechenarten	13
2.2	Rechengesetze	16
2.3	Runden	17
2.4	Überschlagsrechnung	18
3	Größen	19
3.1	Maßeinheiten	19
3.2	Maßstab	21
3.3	Dichte und Geschwindigkeit	22
3.4	Über- und Untereinheiten	23
4	Brüche	25
4.1	Einführung in die Bruchrechnung	25
4.2	Vielfache und Teiler	26
4.3	Erweitern und Kürzen	28
4.4	Echte, unechte und gemischte Brüche	29
4.5	Brüche und Dezimalzahlen	30
4.6	Rechnen mit Brüchen	31
5	Negative Zahlen	33
5.1	Einführung	33
5.2	Rechnen mit rationalen Zahlen	35
6	Terme und Gleichungen	37
6.1	Terme aufstellen und berechnen	37
6.2	Terme vereinfachen	38
6.3	Binomische Formeln	40

6.4	Lineare Gleichungen	40
6.5	Lineare Ungleichungen	42
7	Zuordnungen	43
7.1	Proportionale Zuordnungen	43
7.2	Antiproportionale Zuordnungen	46
8	Prozent- und Zinsrechnung	49
8.1	Begriffsbestimmungen in der Prozentrechnung	49
8.2	Grundrechnung in der Prozentrechnung	50
8.2.1	Prozentwert berechnen	51
8.2.2	Prozentsatz berechnen	52
8.2.3	Grundwert berechnen	52
8.3	Vermehrter und verminderter Grundwert	54
8.4	Begriffsbestimmungen in der Zinsrechnung	56
8.5	Grundrechnung in der Zinsrechnung	56
8.5.1	Zinsen berechnen	56
8.5.2	Zinssatz berechnen	56
8.5.3	Kapital berechnen	57
8.6	Zinsen für beliebige Zeitspannen	57
9	Geometrische Grundbegriffe	59
9.1	Strecken und Geraden	59
9.2	Winkel	62
9.2.1	Winkelarten	62
9.2.2	Winkelpaare: Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Stufenwinkel	62
9.3	Koordinatensystem	64
9.3.1	Vom Zahlenstrahl zum Koordinatensystem	64
9.3.2	Punkte eintragen im Koordinatensystem	65
9.3.3	Koordinatensystem mit negativen Bereich	65
9.4	Symmetrie	66
9.5	Geometrische Figuren	69
10	Lineare Funktionen	71
10.1	Funktionen	71
10.2	Beschreibung linearer Funktionen	71
10.3	Rechnen mit linearen Funktionen	73
11	Flächen	79
11.1	Dreiecke	79
11.2	Vierecke	82
11.3	Kreis	86
11.4	Zusammengesetzte Flächen	88

12	Satz des Pythagoras	89
12.1	Grundlagen	89
12.2	Rechnen mit dem Satz des Pythagoras	91
13	Körper	93
13.1	Würfel	93
13.2	Quader	96
13.3	Prisma	98
13.4	Zylinder	99
13.5	Pyramide	100
13.6	Kegel	103
13.7	Zusammengesetzte Körper	104
14	Potenz- und Wurzelrechnung	105
15	Diagramme	109
15.1	Diagramme zeichnen	109
15.2	Diagramme auswerten	112
16	Daten und Zufall	115
16.1	Minimum, Maximum, Spannweite, Zentralwert	115
16.2	Mittelwert / arithmetisches Mittel	117
16.3	Absolute und relative Häufigkeit	118
16.4	Das Gesetz der großen Zahlen und Wahrscheinlichkeit	119
16.5	Mehrstufige Zufallsexperimente	121
A	Lösungen	125
A.1	zu Definitionen und Fachbegriffe	125
A.2	zu Grundrechenarten & Rechenregeln	127
A.3	zu Größen	130
A.4	zu Brüchen	132
A.5	zu Einführung	139
A.6	zu Terme und Gleichungen	141
A.7	zu Zuordnungen	147
A.8	zu Prozent- und Zinsrechnung	150
A.9	zu Geometrische Grundbegriffe	155
A.10	zu Funktionen	160
A.11	zu Flächen	163
A.12	zu Satz des Pythagoras	169
A.13	zu Körper	172
A.14	zu Potenz- und Wurzelrechnung	177
A.15	zu Diagramme	179
A.16	zu Daten und Zufall	181

Vorwort

Hi und herzlich willkommen!

Ich freue mich, dass du dich für dieses Lernheft entschieden hast!
Es ist ein Teil einer größeren Idee:

Ich möchte das Lernen und Üben für immer verändern!

*Es ist an der Zeit, dass die digitalen Möglichkeiten
Einzug in den Lernprozess finden.*

Mit diesem Heft möchte ich dir bei deiner Vorbereitung auf den Hauptschulabschluss nach der 9. Klasse helfen und sämtliche Themen der Schulmathematik mit meinen Lernvideos und Übungen verknüpfen.

Du findest zu jedem Thema, welches für deine Abschlussprüfung relevant ist, einen kleinen Theorieblock mit passendem Video von mir und kannst im Anschluss die 260 Aufgaben lösen, um das erlernte Wissen direkt zu verfestigen.

Wenn du bei den Aufgaben Unterstützung brauchst, nutzt du den jeweiligen QR-Code. Dieser leitet dich dann zu einem passenden Lernvideo von mir und schon kennst du den (Rechen-)Weg und kommst weiter.

Abschließend hast du die Möglichkeit deine Übungen mit den Lösungen hinten im Heft zu vergleichen.

Du bist mit diesem Heft in der Lage dir das mathematische Schulwissen selbstständig anzueignen, zu vertiefen oder zu festigen. Du kannst unabhängig von deiner Lerngruppe in deinem eigenen Tempo lernen und hast immer die Sicherheit, dass dir jemand zur Seite steht, wenn du Hilfe brauchst!

Ich denke, dass dieses Heft für dich eine gute Unterstützung im Schulalltag sein kann. Und natürlich kannst du hiermit auch wunderbar „Lücken“ aufarbeiten.

Zusammen werden wir das sicherlich gut meistern.

Okay! Das war's!



aka Lehrer Schmidt

1

Definitionen und Fachbegriffe

In diesem Kapitel schauen wir uns die folgenden Themen an:

- Grundbegriffe
- Mengenlehre
- Zahlenmengen

Zu wissen, was ein Summand, Minuend oder Subtrahend ist, ist sehr wichtig! Vor allem wenn Zahlen aus verschiedenen Zahlenmengen miteinander verrechnet werden sollen.

1.1 Grundbegriffe der Mathematik

Die grundlegenden mathematischen Rechenoperationen sind „+“ für Summe, „-“ für Differenz, „·“ für Mal oder Produkt und „:“ oder „÷“ für Quotient oder Division. Wir schauen uns diese im Folgenden genauer an.



Grundbegriffe

Die Summe

Bei der Addition bzw. beim Addieren von Zahlen verwenden wir folgende Begriffe:

$$\text{Summand} + \text{Summand} = \text{Summe}$$

Beispiel: $3 + 4 = 7$

Die Differenz

Bei der Subtraktion bzw. beim Subtrahieren von Zahlen verwenden wir folgende Begriffe:

$$\text{Minuend} - \text{Subtrahend} = \text{Differenz}$$

Beispiel: $9 - 6 = 3$

Das Produkt

Bei der Multiplikation bzw. beim Multiplizieren von Zahlen verwenden wir folgende Begriffe:

$$\text{Faktor} \cdot \text{Faktor} = \text{Produkt}$$

Beispiel: $7 \cdot 8 = 56$

Der Quotient

Bei der Division bzw. beim Dividieren von Zahlen verwenden wir folgende Begriffe:

$$\text{Dividend} : \text{Divisor} = \text{Quotient}$$

Beispiel: $8 : 2 = 4$

Aufgaben

A.1.1 ✎ Löse die folgenden Aufgaben.

- a) Addiere die Zahlen 45 und 121.
- b) Bestimme die Differenz der Zahlen 1412 und 42.
- c) Multipliziere die Zahlen 8 und 16.
- d) Bestimme die Summe aus den Zahlen 8 und 23.
- e) Der Dividend ist 144, der Divisor ist 12. Bestimme den Quotienten.
- f) Der Minuend ist 181, der Subtrahend ist 92. Bestimme das Ergebnis.

A.1.2 ✎✎ Gegeben sind folgende Zahlen: 121; 56; 150; 58; 190; 320. Welche beiden Zahlen musst du verwenden, damit ...

- a) du eine möglichst große Summe erhältst?
- b) du eine möglichst große Differenz erhältst?
- c) die Summe größer als 250, aber kleiner als 300 ist?
- d) du eine möglichst kleine Differenz erhältst?

A.1.3 ✎✎✎ Untersuche, wie sich der Wert des Quotienten zweier Zahlen verändert, wenn der ...

- a) Dividend verachtfacht wird.
- b) Divisor verdoppelt wird.
- c) Dividend und der Divisor jeweils verdreifacht werden.

A.9.5 ✎ Zeichne die angegebenen Winkel.

a) $\alpha = 45^\circ$

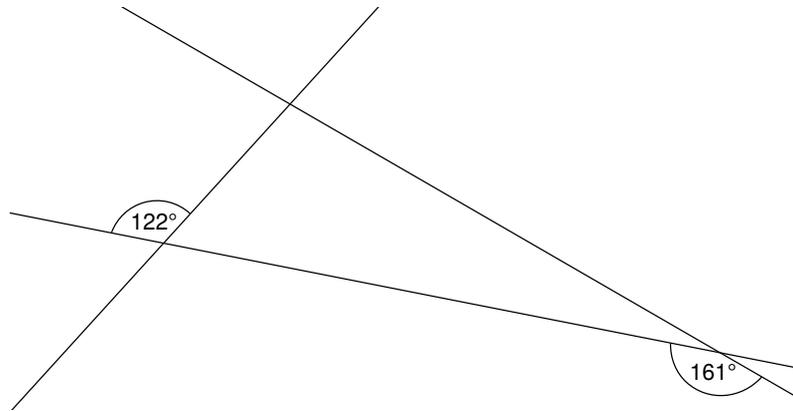
b) $\beta = 64^\circ$

c) $\gamma = 121^\circ$

d) $\delta = 220^\circ$

e) $\epsilon = 312^\circ$

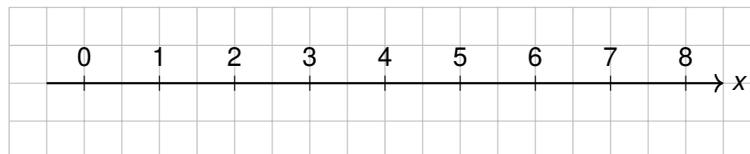
A.9.6 ✎✎ Bestimme alle fehlenden Winkel ohne zu messen.



9.3 Koordinatensystem

9.3.1 Vom Zahlenstrahl zum Koordinatensystem

Die Grundlage eines Koordinatensystems ist ein Zahlenstrahl, den wir in Kapitel 5 bereits kennengelernt haben:

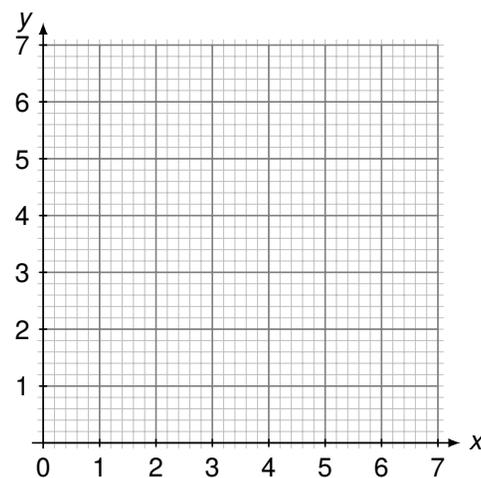


Der Zahlenstrahl beginnt bei Null. In gleichen Abständen erhöht sich dann immer die Zahl um 1. Ein Koordinatensystem ist eine Kombination von 2 Zahlenstrahlen:

Aufbau Koordinatensystem

Der waagerechte Zahlenstrahl wird **x-Achse** genannt und mit x beschriftet.

Der senkrechte Zahlenstrahl wird **y-Achse** genannt und mit y beschriftet.



9.3.2 Punkte eintragen im Koordinatensystem

Um einen Punkt im Koordinatensystem einzutragen, musst du wissen, wie ein Punkt angegeben und aufgebaut ist.



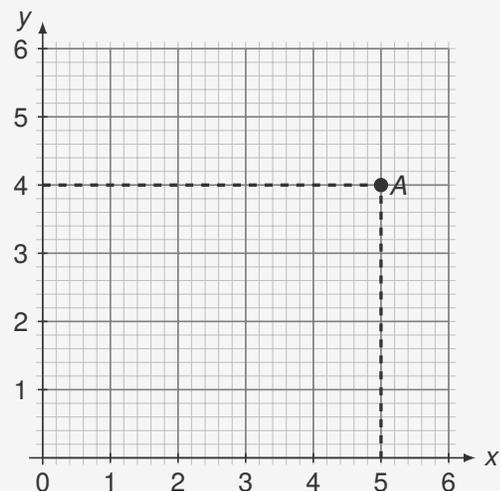
Punkt eintragen

Punkte eintragen im Koordinatensystem

Ein Punkt wird immer in der Form $P(x|y)$ angegeben. Die erste Zahl in der Klammer stellt den x -Wert dar, die zweite Zahl den y -Wert.

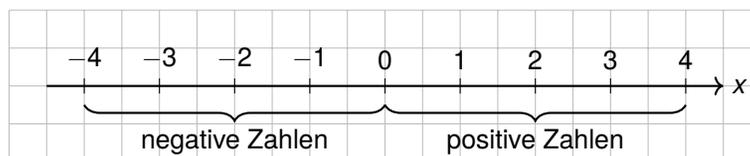
Beispiel: Der Punkt $A(5|4)$ hat den x -Wert 5 und den y -Wert 4.

Wir suchen also zunächst den Wert 5 auf der x -Achse. Alle Punkte in senkrechter Verlängerung haben den x -Wert 5. Wir suchen dann den Wert 4 auf der y -Achse. Alle Punkte in waagerechter Verlängerung haben den y -Wert 4. Der Punkt, an dem sich die beiden Verlängerungen schneiden, ist unser Punkt A .



9.3.3 Koordinatensystem mit negativem Bereich

Wir können den Zahlenstrahl in den negativen Bereich erweitern und erhalten somit die folgende Zahlengerade:

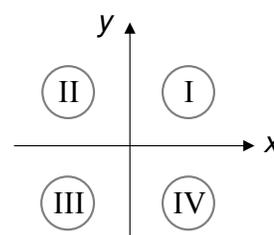


mit negativem Bereich

Genauso können wir auch die x -Achse und die y -Achse des Koordinatensystems in den negativen Bereich erweitern.

Bereiche des Koordinatensystems

- 1. Quadrant
- 2. Quadrant
- 3. Quadrant
- 4. Quadrant



A.11.3 ✂✂✂ Konstruiere aus den angegebenen Größen das Dreieck ABC - falls möglich. Beschreibe die einzelnen Konstruktionsschritte. Welcher Kongruenzsatz besagt die Eindeutigkeit der Lösung?

a) $a = 4 \text{ cm}; b = 6 \text{ cm}; \gamma = 55^\circ$

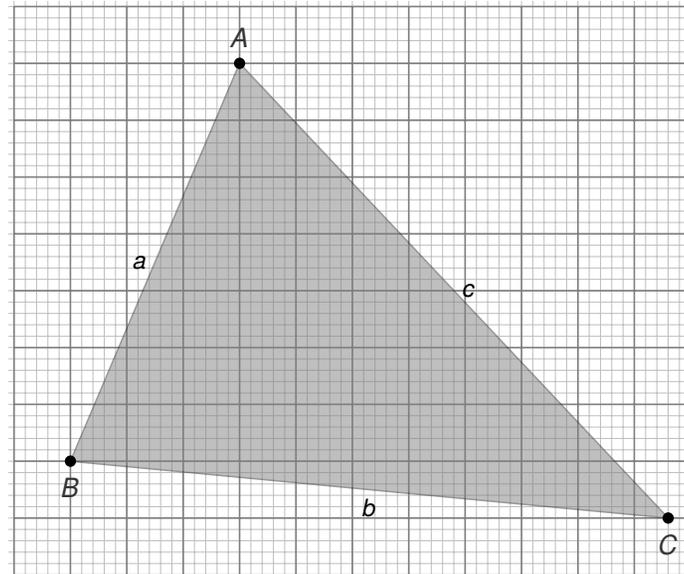
c) $a = 4 \text{ cm}; b = 7 \text{ cm}; c = 9 \text{ cm}$

b) $\beta = 48^\circ; \alpha = 40^\circ; \gamma = 92^\circ$

d) $c = 5,5 \text{ cm}; a = 2,5 \text{ cm}; \gamma = 90^\circ$

A.11.4 ✂✂✂ Ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck hat die Schenkellänge 6 dm. Bestimme den Flächeninhalt.

A.11.5 ✂✂✂ Übertrage das Dreieck in dein Heft (1 Kästchen $\hat{=}$ 1 cm). Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks auf zwei verschiedene Weisen. Miss benötigte Strecken in der Zeichnung ab und stelle deine Lösungswege dar.



11.2 Vierecke

Wir betrachten verschiedene Arten von Vierecken: Quadrate, Rechtecke, Parallelogramme und Trapeze. Für jede Art von Viereck gelten unterschiedliche Formeln zur Berechnung des Umfangs und des Flächeninhaltes. Ein Quadrat ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten und vier rechten Winkeln.



Umfang & Fläche
Quadrat



Seitenlänge
Quadrat

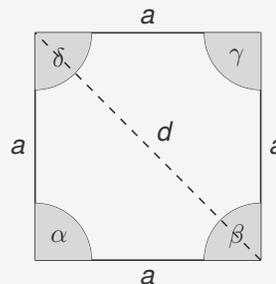
Quadrat

Eigenschaften:

- Alle Seiten sind gleich lang.
- $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 90^\circ$
- Winkelsumme: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$

Formeln:

Umfang: $U = 4 \cdot a$
 Flächeninhalt: $A = a \cdot a = a^2$
 Diagonale: $d = a \cdot \sqrt{2}$



Beispiel: Ein Quadrat mit der Seitenlänge $a = 4 \text{ cm}$ hat die Fläche:

$$A = a^2 = (4 \text{ cm})^2 = 16 \text{ cm}^2$$

15.2 Diagramme auswerten

Genauso wie wir aus Daten ein Diagramm zeichnen können, sind in einem gegebenen Diagramm auch eine Vielzahl von Daten enthalten, welche wir entnehmen und interpretieren können.

Beim Beschreiben eines Diagramms ist es wichtig, die Beschreibung so zu formulieren, dass eine Person, welche das Diagramm nicht kennt, sich eine Vorstellung davon machen kann.

Diagramme beschreiben

Beim Beschreiben von Diagrammen können wir uns an den folgenden Punkten orientieren:

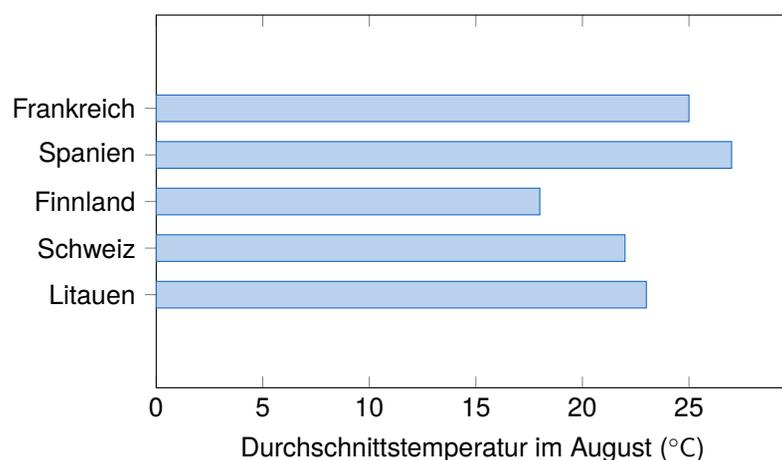
Thema:	Was wird im Diagramm dargestellt?
Diagrammart:	Um welche Art von Diagramm handelt es sich?
Säulen / Balken:	Was ist durch die Säulen / Balken / Streifen / Sektoren dargestellt?
Länge:	Was wird durch die Länge bzw. Größe der Säulen / Balken / Streifen / Sektoren angegeben?
Spannweite:	Von welchem bis zu welchem Wert reichen die Angaben?
Ausreißer:	Gibt es besonders hohe oder niedrige Werte?
Auffälligkeiten:	Gibt es noch irgendwelche Besonderheiten an dem Diagramm?

Informationen aus Diagrammen entnehmen

Diagramme geben eine Vielzahl von Informationen wieder. Wenn wir Informationen aus einem Diagramm entnehmen, müssen wir immer beachten, was an den beiden Achsen aufgetragen ist. Auch der Titel des Diagramms gibt uns häufig Auskunft über die enthaltenen Daten.

Aufgaben

A.15.5 In dem folgendem Diagramm sind die Durchschnittstemperaturen beliebter europäischer Urlaubsländer im letzten August aufgeführt.



16.5 Mehrstufige Zufallsexperimente

Wir hatten vorhin im Beispiel die Münze einmal geworfen und dies als einstufiges Zufallsexperiment bezeichnet. Natürlich können wir die Münze im Anschluss noch ein zweites Mal werfen. Damit sind wir beim zweistufigen Zufallsversuch (auch mehrstufiger Zufallsversuch genannt).

Mehrstufiges Zufallsexperiment

Bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment werden mehrere Experimente (meist hintereinander) ausgeführt.

Baumdiagramme sind ein einfaches und sehr übersichtliches Mittel, mit deren Hilfe Zufallsversuche dargestellt werden können.

Beispiel: Das wohl klassischste Beispiel ist der Urnenversuch, wo hintereinander Kugeln herausgezogen werden.



Zweistufiger
Zufallsversuch



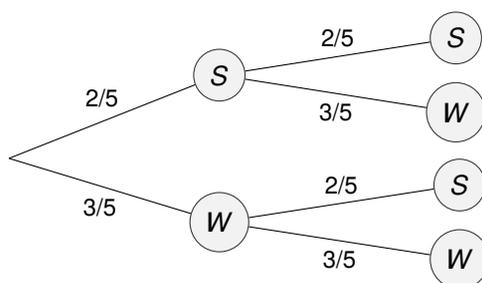
Dreistufiger
Zufallsversuch

Wenn wir uns nochmal das Beispiel mit der Urne anschauen, muss unterschieden werden, ob eine gezogene Kugel wieder in die Urne zurückgelegt wird oder nicht. Das ist relevant für die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten!

Versuch mit Zurücklegen

Dazu nehmen wir an, dass sich in unserer Urne 2 schwarze (S) und 3 weiße (W) Kugeln befinden. Wir möchten gerne hintereinander zwei Kugeln aus dieser Urne ziehen und die erste gezogene Kugel nach dem Zug wieder zurück in die Urne legen. Wir sagen dann, dass es sich um einen Zufallsversuch **mit Zurücklegen** handelt.

Dieser Zufallsversuch mit Zurücklegen lässt sich durch das folgende Baumdiagramm illustrieren:



Wir sehen auf der ersten Stufe, welche den ersten Zug darstellt, dass die Wahrscheinlichkeit eine schwarze Kugel zu ziehen $P(\text{schwarz}) = \frac{2}{5}$ beträgt. Es gibt insgesamt fünf Kugeln von denen 2 schwarz sind. Die Wahrscheinlichkeit beim ersten Zug eine weiße Kugel zu ziehen, beträgt $P(\text{weiß}) = \frac{3}{5}$, denn von unseren insgesamt fünf Kugeln sind drei Kugeln weiß. Da wir unsere erste gezogene Kugel in jedem Fall wieder zurück in die Urne legen, ändern sich die Wahrscheinlichkeiten beim zweiten Zug nicht, denn die Voraussetzungen sind wieder die gleichen wie vor dem ersten Zug.