Inhalt

1 Lineare Algebra ... 9
1.1 Matrizen ... 9
1.1.1 Bezeichnungen und Notationen ... 9
1.1.2 Rechenregeln ... 11
1.1.3 Spezielle Matrizen ... 13
1.1.4 Spezielle Matrixstrukturen ... 14
1.2 Lineare Gleichungssysteme ... 17
1.2.1 Definition ... 17
1.2.2 Rechenregeln ... 17
1.2.3 Lösbarkeit eines LGS ... 19
1.2.4 Gauß-Algorithmus ... 21
1.2.5 Alternative Lösungsverfahren ... 23
1.3 Inverse einer Matrix ... 24
1.3.1 Rechenregeln ... 24
1.3.2 Berechnung durch Gauß-Jordan-Algorithmus ... 25
1.3.3 Inverse einer 2×2- und 3×3-Matrix ... 25
1.4 Vektorräume ... 27
1.4.1 Definition ... 27
1.4.2 Familie von Vektoren ... 30
1.4.3 Linearkombination ... 30
1.4.4 Untervektorraum ... 31
1.5 Lineare (Un)Abhängigkeit ... 35
1.5.1 Lineare (Un)Abhängigkeit – Definition und Prüfform ... 36
1.5.2 Erzeugendensystem ... 38
1.5.3 Basis ... 38
1.5.4 Dimension ... 38
1.5.5 Koordinaten ... 38
1.5.6 Lineare Hülle ... 39
1.5.7 Beispiele zum Schaubild ... 42
1.6 Basistransformationen ... 46
1.6.1 Spezielle Basen ... 46
1.6.2 Gram-Schmidt-Verfahren ... 47
1.6.3 Basiswechsel ... 51
1.7 Lineare Abbildungen ... 54
1.7.1 Kern einer (Abbildungs)Matrix ... 55
1.7.2 Bild einer (Abbildungs)Matrix ... 56
1.7.3 Defekt einer (Abbildungs)Matrix ... 58
1.7.4 Rang einer (Abbildungs)Matrix ... 58
1.7.5 Rang-/Dimensionssatz ... 59
1.7.6 Klassifizierung von linearen Abbildungen (Morphismen) ... 60

1.7.7 Basiswechsel bei linearen Abbildungen . . . 61
1.7.8 Abbildungen durch Drehmatrizen / Rotationsmatrizen . . . 64
1.7.9 Beispiel von Kern bis Morphismen . . . 65
1.8 Determinante . . . 67
1.8.1 Bedeutung der Determinante . . . 67
1.8.2 Rechenregeln . . . 67
1.8.3 Berechnung von Determinanten . . . 68
1.8.4 Anwendung Determinanten . . . 70
1.9 Eigenwerte/-vektoren/-räume . . . 72
1.9.1 Definition, Bedeutung . . . 72
1.9.2 Eigenwerte . . . 73
1.9.3 Vielfachheiten von Eigenwerten . . . 74
1.9.4 Eigenvektoren . . . 75
1.9.5 Eigenräume . . . 75
1.9.6 Diagonalisierbarkeit . . . 76
1.10 Definitheit . . . 78
1.10.1 Definition . . . 78
1.10.2 Nachweis per Eigenwerte . . . 79
1.10.3 Nachweis per Hurwitz-Kriterium/Sylvester-Kriterium/Hauptminoren . . . 79
1.11 Zusammenhängende Eigenschaften – Übersicht . . . 80
1.12 Übungsaufgaben – Lineare Algebra . . . 81

2 Analysis mehrerer Veränderlicher . . . 87

2.1 Folgen . . . 88
2.2 Stetigkeit . . . 88
2.3 Differentiation, Ableitungen . . . 93
2.3.1 Differenzierbarkeit . . . 93
2.3.2 Partielle Ableitung . . . 93
2.3.3 Divergenz . . . 96
2.3.4 Rotation . . . 96
2.3.5 Jacobi-Matrix . . . 97
2.3.6 Gradient . . . 98
2.3.7 Hesse-Matrix . . . 99
2.3.8 Richtungsableitung . . . 100
2.3.9 Zusammenhänge: Schaubild der Begriffe . . . 101
2.4 Anwendungen der Differentiation . . . 101
2.4.1 Taylorfunktion . . . 101
2.4.2 Tangentialebenen . . . 103
2.4.3 Totales Differential . . . 103
2.4.4 Extremstellenberechnung ohne Nebenbedingung . . . 105
2.4.5 Extremstellenberechnung mit Nebenbedingung . . . 108
2.5 Potentiale . . . 113
2.5.1 Existenz eines Potentials – Integrabilitätsbedingungen . . . 113
2.5.2 Potential bestimmen . . . 114
2.6 Übungsaufgaben – Analysis mehrerer Veränderlicher . . . 116

3 Differentialgleichungen (DGL) . . . 119

3.1 Notationen . . . 120
3.2 Typisierungen . . . 121
3.2.1 Typisierung der DGL . . . 121

3.2.2 Typisierung der Lösungsvarianten 124
3.3 Übergeordnete Lösungsansätze 125
3.3.1 Einordnung von Lösungsansätzen 125
3.3.2 TdV – Trennung der Variablen / Trennung der Veränderlichen 126
3.3.3 y_h: Euler-Ansatz 127
3.3.4 y_h: Lösungsformel (hom) 129
3.3.5 Superposition von partikulären Lösungen 129
3.3.6 y_p: Störgliedansatz 130
3.3.7 y_p: VdK – Variation der Konstanten 132
3.3.8 y_p: VdK (LGS Variante) 132
3.3.9 y_p: Lösungsformel (part) 133
3.4 Beispiele: Lineare DGL erster Ordnung 134
3.5 Beispiele: Lineare DGL höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . 136
3.6 Beispiele: Nicht-lineare DGL erster Ordnung 140
3.6.1 Bernoulli-DGL 142
3.6.2 Eulerhomogene-DGL 143
3.7 Übungsaufgaben – Differentialgleichungen 146

1 Lineare Algebra

Einer der treffendsten Einleitungssätze bezüglich der linearen Algebra ist unserer Meinung nach der folgende:

> *„Die lineare Algebra (auch Vektoralgebra) ist ein Teilgebiet der Mathematik, das sich mit Vektorräumen und linearen Abbildungen zwischen diesen beschäftigt. Dies schließt insbesondere auch die Betrachtung von linearen Gleichungssystemen und Matrizen mit ein.“*[1]

Du wirst ganz besonders bei der linearen Algebra – z. B. in der Literatur oder deinem Uni-Skript zur Vorlesung – recht unterschiedliche Lehrreihenfolgen der Themen vorfinden. Wie es auch gedreht und gewendet wird, dieses Teilgebiet der Mathematik ist in sich so eng verknüpft, dass es unserer Meinung nach keine 100%ig perfekte Reihenfolge zum Erarbeiten der Inhalte gibt.

Du sollst nämlich nicht durch zu abstrakte Darstellungen abgeschreckt werden und gleichzeitig wollen wir dir effektive Lösungsmethoden für die unterschiedlichsten Fragestellungen nicht vorenthalten, indem wir die Reihenfolge der Inhalte wie in vielen Lehrbüchern oder Vorlesungsskripten einführen.

Es wird unumgänglich sein, dass wir hin und wieder auf eine später eingeführte Thematik verweisen (meistens als Anmerkungen in den kleinen, grau umrandeten Kästen mit kleinerer Schrift) oder Methoden verwenden, die in einem späteren (Unter)Kapitel eingeführt werden. Das stellt jedoch kein großes Hindernis für dich dar. Wir denken, dass du mit der Reihenfolge in diesem Buch die Zusammenhänge der (erweiterten) Grundlagen der linearen Algebra am besten verstehen lernst.

1.1 Matrizen

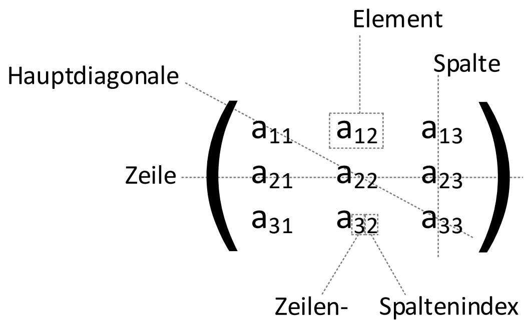
Sämtliche Lösungsverfahren und Aufgaben setzen voraus, dass wir das Konstrukt einer „Matrix“ verstehen. Dazu gehört, dass wir mit den Begrifflichkeiten rund um Matrizen vertraut sind, die Rechenregeln beherrschen, sowie wichtige, spezielle Matrizen kennen und mit ihnen umgehen können.

Matrix Aufbau, Matrizen addieren

1.1.1 Bezeichnungen und Notationen

Eine Matrix ist – abstrakt ausgedrückt – eine rechteckige Anordnung von Elementen (oft Zahlen) in waagerechten und senkrechten Reihen (Zeilen und Spalten).

[1] Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Lineare_Algebra



Die oben stehende Abbildung verdeutlicht uns die wichtigsten Attribute/Begriffe einer Matrix. Diese Matrix würden wir mathematisch allgemein angeben als:

$$\mathbf{A} = (a_{ij})_{\substack{i=1,\dots,3 \\ j=1,\dots,3}} \tag{1.1}$$

Das i ist dabei der Zeilenindex, j der Spaltenindex und a_{ij} die jeweiligen Elemente in der Matrix. Um hier mit der Reihenfolge der Bezeichnung nicht durcheinander zu kommen, können wir uns die berühmte Eselsbrücke *Zeilen zuerst, Spalten später* merken.

Geläufig ist es außerdem, direkt mit anzugeben, von welcher Art die Einträge der Matrix sind. Falls die Einträge reelle Zahlen sind (vorwiegend wird das hier der Fall sein), können wir auch Folgendes schreiben:

$$\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3} \tag{1.2}$$

Im Fließtext sagen wir auch, dass **A** eine 3×3 Matrix ist oder **A** hat die Dimension 3×3.

Verallgemeinert wirst du häufiger Folgendes lesen:

$$\mathbf{A} = (a_{ij})_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}} \qquad \text{oder} \qquad \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m\times n} \tag{1.3}$$

Hier ist die Anzahl der Zeilen und Spalten noch nicht vorgegeben. Genutzt wird diese allgemeine Schreibweise, um für verschiedene Sachverhalte gewisse Zusammenhänge zu verdeutlichen, bei denen es lediglich darum geht, ob die Matrix dabei

- mehr Zeilen als Spalten ($m > n$)
- mehr Spalten als Zeilen ($m < n$)
- oder gleich viele Zeilen und Spalten ($m = n$)

besitzt oder es schlicht und einfach egal ist. Lass dich von diesem Buchstabensalat nicht unterkriegen, denn es steckt nichts Schwieriges dahinter.

Eine Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m\times 1}$ hat nur eine Spalte und wird hier auch als Vektor $\vec{a} \in \mathbb{R}^m$ bezeichnet, so wie du es schon aus deiner Veranstaltung *Mathematik 1* kennen solltest.

1.8 Determinante

> In vielen Veranstaltungen wird die Determinante direkt nach Einführung von Matrizen behandelt, was völlig legitim ist. Um etwas über den Tellerrand zu schauen, ist die Einführung an dieser Stelle (nach den linearen Abbildungen durch Matrizen) viel besser geeignet.

Formal/Mathematisch auch die *Determinantenfunktion* genannt, die eine quadratische Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ auf eine Zahl/ein Skalar $a \in \mathbb{R}$ abbildet, oder auch: Die Determinantenfunktion ordnet jeder quadratischen Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine Zahl $a \in \mathbb{R}$ zu:

$$\begin{aligned} & f:\ \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}\,,\ \mathbf{A} \mapsto \det(\mathbf{A}) \\ \text{oder}\quad & f:\ \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}\,,\ \mathbf{A} \mapsto |\mathbf{A}| \end{aligned} \tag{1.68}$$

1.8.1 Bedeutung der Determinante

Die **Det**erminante einer Matrix $\mathbf{A}$ ($\det(\mathbf{A})$ oder $|\mathbf{A}|$) gibt an, wie sich das Volumen[6] einer aus Eckpunkten zusammengesetzten Geometrie skaliert, wenn diese durch die Matrix $\mathbf{A}$ abgebildet wird. Ist die Determinante negativ, so ändert sich zusätzlich noch die Orientierung der Eckpunkte. Das hört sich wirklich erst einmal völlig skurril an.

Determinante: Bedeutung

> **Sehr wichtig ist der Fall, wenn die Determinante Null wird.**

- Das bedeutet, dass die Eckpunkte einer Geometrie in einen Untervektorraum abgebildet werden, der von niedrigerer Dimension ist als der, aus dem die Spaltenvektoren der Matrix stammen, z. B. wenn eine 3×3-Matrix Punkte aus dem Raum ($\dim(\mathbb{R}^3) = 3$) auf eine zweidimensionale Ebene (oder auf eine 1-dimensionale Gerade) abbildet.
- Das bedeutet dann, dass die Spaltenvektoren der Matrix keine Basis bilden.
- Daraus lässt sich wiederum schließen, dass die Spaltenvektoren linear abhängig sind.
- Mit Gleichung (1.41) können wir also sagen, dass ein zugehöriges LGS keine eindeutige Lösung besitzt.
- Also ist die Matrix nicht invertierbar... usw. (vgl. hier auch Kap. 1.11)...

$$\det(\mathbf{A}) \begin{cases} \neq 0 & \Rightarrow\ \mathbf{A}^{-1} \text{ existiert.} \\ = 0 & \Rightarrow\ \mathbf{A}^{-1} \text{ existiert nicht.} \end{cases} \tag{1.69}$$

1.8.2 Rechenregeln

Matrix $\mathbf{A}$ ist natürlich quadratisch ($\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$). Dann gelten die folgenden Rechengesetze:

$$\det(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})\cdot\det(\mathbf{B}) \tag{1.70}$$

$$\det(\mathbf{A}^{\mathsf{T}}) = \det(\mathbf{A}) \tag{1.71}$$

$$\det(\mathbf{A}^{-1}) = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \tag{1.72}$$

$$\det(m\cdot\mathbf{A}) = m^n\cdot\det(\mathbf{A}) \quad \text{mit} \quad m \in \mathbb{R} \tag{1.73}$$

[6] Hier meinen wir nicht zwangsweise das Volumen im $\mathbb{R}^3$, sondern die Verallgemeinerung des Volumenbegriffs. Bedeutet, im $\mathbb{R}^1$ meinen wir die Länge einer Strecke, im $\mathbb{R}^2$ einen Flächeninhalt, im $\mathbb{R}^3$ einen wirklichen Rauminhalt, im $\mathbb{R}^4$ den Inhalt einer vierdimensionalen Geometrie usw.

1.12 Übungsaufgaben – Lineare Algebra

Lösungen

1.1) Level: Berechne – sofern möglich – die Terme für die folgenden Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \end{pmatrix}$$

a) $\mathbf{A} + \mathbf{BD}$ **b)** $\mathbf{E}^{\mathrm{T}}\mathbf{F} - \mathbf{D}^{\mathrm{T}}$ **c)** $\mathbf{DCB}$ **d)** $\mathbf{D} + \mathbf{AB}$ **e)** $\mathbf{FD} + \mathbf{E}$ **f)** $(\mathbf{DB})^{\mathrm{T}} - \mathbf{A} + \mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{F}$

1.2) Level: Bestimme die Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme:

a) $\left\{\begin{aligned} -3x + 3y &= -15 \\ 9x - 9y - 5z &= -5 \\ -3y - 4z &= 14 \end{aligned}\right.$ **b)** $\left\{\begin{aligned} x + 2y - z &= 2 \\ 3x - 2y + z &= 2 \\ 2x - 4y + 2z &= 0 \end{aligned}\right.$ **c)** $\left\{\begin{aligned} y + z &= 0 \\ 4x - y + 2z &= 7 \\ 8x - y + 5z &= 12 \end{aligned}\right.$

1.3) Level: Bestimme die Inverse – sofern sie existiert – der folgenden Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 12 & 3 & -8 \\ 0 & -7 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & -5 \\ -2 & -6 & 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -3 & 7 & 1 \\ 3 & -7 & -1 \end{pmatrix}$$

1.4) Level: Bestimme alle Parameter $a \in \mathbb{R}$, sodass die folgenden Matrizen regulär sind und bestimme die Inverse in Abhängigkeit von a:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -4 \\ 1 & -2 & a \\ -2 & 4 & -5 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1-a \\ 4 & -3 & -(4+a) \\ -1 & 3 & a \end{pmatrix} \qquad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & -1 & 0 \\ -a & 3 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & a & 4 \end{pmatrix}$$

1.5) Level: Begründe, ob die folgenden Familien von Vektoren linear unabhängig oder linear abhängig sind:

a) $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}\right)$ **b)** $\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}\right)$ **c)** $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ -6 \end{pmatrix}\right)$ **d)** $\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -12 \end{pmatrix}\right)$

1.6) Level: Begründe, ob die folgenden Familien von Vektoren linear unabhängig oder linear abhängig sind:

a) $\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ **b)** $\left(\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix}\right)$ **c)** $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}\right)$

2 Analysis mehrerer Veränderlicher

Bisher waren Funktionen immer so aufgebaut, dass sie eine Variable enthielten und das Ergebnis wieder eine Zahl war (Def.- und Wertebereich also eindimensional). Das soll sich nun ändern!

Kurz-Überblick: Analysis mehrerer Veränderlicher

Skalare Funktionen/Skalarfelder

Skalarfelder sind Funktionen, deren Definitionsbereich ein- oder mehrdimensional und deren Wertebereich eindimensional ist.

$f:\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) = x^2 - y^2 + e^{xy}$

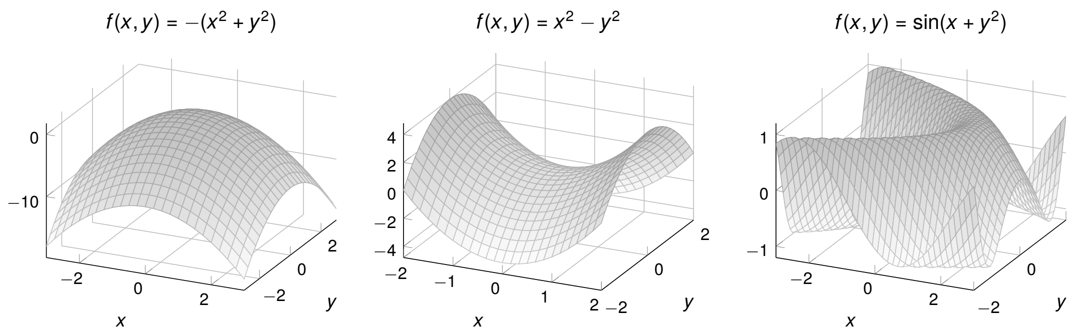
$g:\ \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ g(x,y,z) = \sin(xy) \cdot yz \cdot \cos(xz)$

$h:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ h(x) = x^2 + 1$

> Funktion h bildet aus einem eindimensionalen Definitionsbereich in einen eindimensionalen Wertebereich ab. Das kennen wir schon aus „Mathematik 1 für Ingenieure“.

Skalarfeld und Vektorfeld

Anschaulich sind die Skalarfelder der Art $f:\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Drei Beispiele:



Vektorielle Funktionen/Vektorfelder

Vektorfelder sind Funktionen, deren Definitionsbereich ein- oder mehrdimensional und deren Wertebereich mehrdimensional ist. Die linearen Abbildungen ab Kapitel 1.7 sind ebenfalls Vektorfelder. Wir untersuchen jetzt aber auch Funktionen, die nicht-linear sind.

$$f:\ \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y,z) = \begin{pmatrix} x^2 - 3y + 1 \\ \sin(xyz) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(x,y,z) \\ f_2(x,y,z) \end{pmatrix}$$

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) = e^{x^2-y^2} + x, \quad (x_0, y_0) = (0,0)$

Gradient und Hesse-Matrix:

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \left(2xe^{x^2-y^2} + 1,\ -2ye^{x^2-y^2}\right)$$

$$\mathbf{H}_f(x,y) = \begin{pmatrix} 2e^{x^2-y^2} + 4x^2e^{x^2-y^2} & -4xye^{x^2-y^2} \\ -4xye^{x^2-y^2} & -2e^{x^2-y^2} + 4y^2e^{x^2-y^2} \end{pmatrix}$$

Werte berechnen:

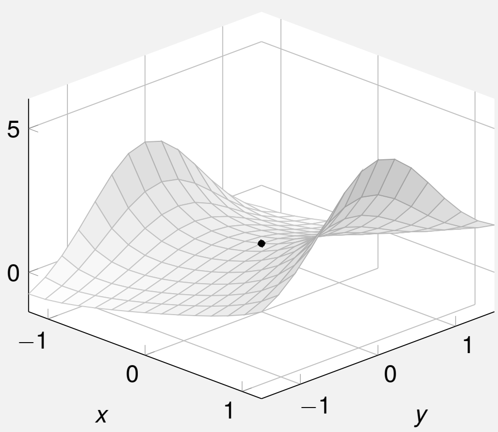
$$f(0,0) = 1, \quad \operatorname{grad} f(0,0) = (1,\ 0), \quad \mathbf{H}_f(0,0) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Taylorfunktion:

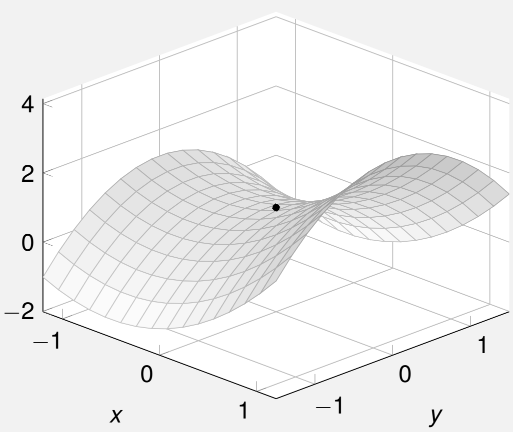
$$T_2(x,y) = 1 + (1,\ 0)\begin{pmatrix} x-0 \\ y-0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(x-0\ ,\ y-0)\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-0 \\ y-0 \end{pmatrix}$$

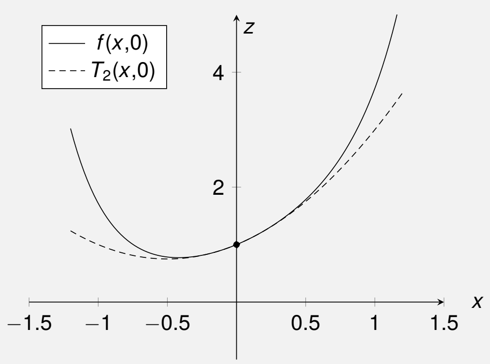
$$= 1 + x + \frac{1}{2}(x\ ,\ y)\begin{pmatrix} 2x \\ -2y \end{pmatrix} = 1 + x + \frac{1}{2}(2x^2 - 2y^2) = x^2 - y^2 + x + 1$$

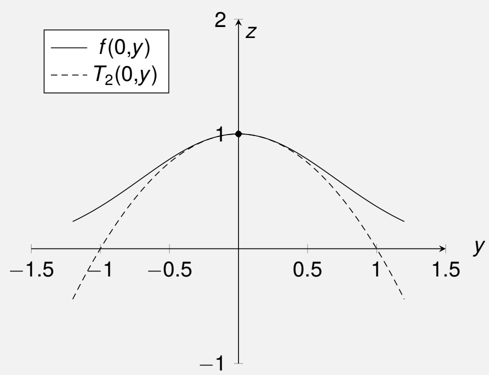
$f(x,y)$



$T_2(x,y)$







Wie wir sehen, schmiegt sich der Graph von T_2 dem Graphen von f an der Stelle $(0,0)$ sehr gut an. Je weiter wir uns von $(0,0)$ in der x-y-Ebene entfernen, desto größer wird der Fehler zwischen T_2 und f.

dann von den Variablen und der gesuchten Funktion samt ihren Ableitungen ab (recht abstrakte Notation):

$$\text{In expliziter Form:} \quad y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n-1)}) \tag{3.2}$$

$$\text{In impliziter Form:} \quad 0 = F(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n-1)}, y^{(n)}) \tag{3.3}$$

DGL 1: $2y' + yx = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y' = -\frac{1}{2}yx =: f(x, y)$

DGL 2: $y' + e^{y'} = y \quad \Leftrightarrow \quad 0 = y - y' - e^{y'} =: F(x, y, y')$

Die DGL (3.2) bzw. (3.3) ist eine gewöhnliche DGL (n-ter Ordnung). Andere Typisierungen sind – so abstrakt notiert – nicht ohne Weiteres zu erkennen; vgl. auch mit Kapitel 3.2. Ganz bewusst quälen wir dich schon an dieser Stelle nicht mit unnötig komplizierten Notationen, die die partiellen DGLs miteinbeziehen würden!

Notation innerhalb dieses Buchs

Wir werden uns in diesem gesamten Kapitel darauf einigen, dass in den DGLs y die gesuchte Funktion darstellt, x die Variable ist und daher auch ' die Ableitung kennzeichnet.

3.2 Typisierungen

Dieses Unterkapitel stellt im ersten Schritt das wichtigste Kapitel dar. Ohne eine vorliegende DGL korrekt zu typisieren, werden wir kein geeignetes Verfahren auswählen können, um Lösungen der DGL zu bestimmen. Außerdem ordnen wir zu der Typisierung auch die Begrifflichkeiten von Lösungsvarianten zu.

3.2.1 Typisierung der DGL

Zur Einführung hier für dich eine kleine Übersicht für die Strukturierung der Typisierung. Das „Baumdiagramm“ sollte selbsterklärend sein.