

Inhalt

1	Grundlagen	7
1.1	Grundrechenarten	7
1.2	Mengen	7
1.3	Rechengesetze	8
1.4	Vielfache und Teiler (kgV und ggT)	8
1.5	Runden	8
1.6	Einheiten	9
2	Bruchrechnung	11
2.1	Brüche und Anteile	11
2.2	Erweitern und Kürzen	11
2.3	Gemischte Zahlen und unechte Brüche	12
2.4	Addition und Subtraktion	12
2.5	Multiplikation und Division	12
3	Negative Zahlen	13
3.1	Anordnung und Betrag	13
3.2	Addition und Subtraktion	14
3.3	Multiplikation und Division	14
4	Terme	15
4.1	Terme aufstellen und zusammenfassen	15
4.2	Terme ausmultiplizieren	16
4.3	Terme faktorisieren (Ausklammern)	16
5	Gleichungen	17
5.1	Lineare Gleichungen	17
5.2	Bruchgleichungen	18
5.3	Ungleichungen	18
6	Zuordnungen und Dreisatz	19
6.1	Proportionale Zuordnungen	19
6.2	Antiproportionale Zuordnungen	20

7	Prozent- und Zinsrechnung	21
7.1	Prozentrechnung	21
7.2	Vermehrter und verminderter Grundwert	23
7.3	Zinsrechnung	24
8	Lineare Funktionen	25
8.1	Funktionsgleichung und Graphen	25
8.2	Punkt-Steigungsform	26
8.3	Nullstellen	26
9	Binomische Formeln	27
10	Gleichungen lösen	29
10.1	Lineare Funktionen	29
10.2	Quadratische Funktionen	29
11	Lineare Gleichungssysteme	31
11.1	Zeichnerisches Lösen	31
11.2	Rechnerisches Lösen	32
11.2.1	Gleichsetzungsverfahren	32
11.2.2	Einsetzungsverfahren	32
11.2.3	Additionsverfahren	33
11.2.4	Sonderfälle	33
11.2.5	Verfahren deiner Wahl	33
11.3	Textaufgaben	34
12	Quadratische Gleichungen	35
13	Quadratische Funktionen	37
13.1	Verschiebung in x -Richtung	37
13.2	Verschiebung in y -Richtung	37
13.3	Streckung/Stauchung	38
13.4	Spiegelung an der x -Achse	39
13.5	Nullstellen einer Parabel	40
13.6	Allgemeine Form \leftrightarrow Scheitelpunktform	40
14	Wurzel/Wurzelberechnungen	41
15	Zentrische Streckung	43
15.1	Zentrische Streckung	43
15.2	Ähnlichkeit	44
15.3	Kongruenz	45
15.4	Strahlensätze	46

16	Satzgruppe des Pythagoras	47
16.1	Satz des Pythagoras	47
16.2	Höhen- und Kathetensatz	48
17	Flächen und Flächenberechnung	49
17.1	Quadrat	49
17.2	Rechteck	49
17.3	Trapez	50
17.4	Parallelogramm	50
17.5	Dreieck	51
17.6	Kreis	52
17.7	Zusammengesetzte Flächen	53
18	Winkel	55
19	Körper	57
19.1	Würfel	57
19.2	Quader	57
19.3	Quadratische Pyramide	58
19.4	Zylinder	59
19.5	Kegel	59
19.6	Kugel	60
20	Potenzen & Logarithmus	61
20.1	Potenzgesetze	61
20.2	Logarithmus	62
21	Exponentialfunktion	63
21.1	Exponentielles Wachstum	63
21.2	Exponentielle Abnahme	64
21.3	Zinsezinsen als Sonderfall des exp. Wachstums	64
22	Trigonometrie	65
22.1	Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken	65
22.2	Berechnungen in beliebigen Dreiecken	66
23	Statistik	67
23.1	Urliste, Rangliste, absolute und relative Häufigkeit	67
23.2	Arithmetisches Mittel, Modalwert und Median	67
23.3	Streifen-, Säulen- und Kreisdiagramme	68
24	Wahrscheinlichkeitsrechnung	69
24.1	Laplace-Wahrscheinlichkeiten	69

24.2	Baumdiagramme	70
25	Tabellenkalkulation (Excel)	71
26	Aufgaben auf Prüfungsniveau	73
26.1	Grundlagen	73
26.2	Themen-Aufgaben	73
26.3	Aufgaben ohne vorgegebenes Thema	75
A	Lösungen	79

1 Grundlagen

1.1 Grundrechenarten

A.1.1.1 Bearbeite die folgenden Aufgaben.

- | | |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| a) Addiere die Zahlen 45 und 121. | c) Multipliziere die Zahlen 8 und 16. |
| b) Bestimme die Differenz der Zahlen 1412 und 42. | d) Der Dividend ist 144, der Divisor ist 12. Bestimme den Quotienten. |

A.1.1.2 Gegeben sind folgende Zahlen: 121; 56; 150; 58; 190; 320. Welche beiden Zahlen musst du verwenden, damit...

- | | |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| a) ...du eine möglichst große Summe erhältst? | c) ...die Summe größer als 250, aber kleiner als 300 ist? |
| b) ...du eine möglichst große Differenz erhältst? | d) ...eine möglichst kleine Differenz erhältst? |

A.1.1.3 Untersuche, wie sich der Wert des Quotienten zweier Zahlen verändert, wenn...

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| a) ...der Dividend verachtfacht wird. | c) ...der Dividend und der Divisor jeweils verdreifacht wird. |
| b) ...der Divisor verdoppelt wird. | |

1.2 Mengen

A.1.2.1 Gib an, aus welchen Mengen die folgenden Zahlen ein Element sind.

- | | | | |
|------|-------------------|----------|-----------|
| a) 5 | b) $-\frac{1}{5}$ | c) -10 | d) $-\pi$ |
|------|-------------------|----------|-----------|

A.1.2.2 Nenne die entsprechenden Zahlen.

- Gib fünf ganze Zahlen an, welche nicht zur Menge der natürlichen Zahlen gehören.
- Gib fünf rationale Zahlen an, welche nicht zur Menge der natürlichen Zahlen gehören.
- Gib fünf reelle Zahlen an, welche nicht zur Menge der rationalen Zahlen gehören.
- Gib fünf rationale Zahlen an, welche nicht zur Menge der ganzen Zahlen gehören.

A.1.2.3 Prüfe, ob die Aussage richtig oder falsch ist.

- a) -2 ist eine natürliche Zahl.
- b) Jede rationale Zahl ist auch eine natürliche Zahl.
- c) Zwischen zwei ganzen Zahlen liegt stets eine weitere ganze Zahl.
- d) Jede reelle Zahl ist auch eine rationale Zahl.
- e) Wenn man zwei ganze Zahlen dividiert, erhält man als Ergebnis stets eine ganze Zahl.

1.3 Rechengesetze

A.1.3.1 Berechne.

- a) $13 - (5 - 2)$
- b) $29 - (15 + 4)$
- c) $(44 - 33) + 19$
- d) $155 + (22 - 11) + 34$
- e) $12 \cdot (4 + 11)$
- f) $23 + 4 \cdot 25$
- g) $(15 + 5) \cdot 56$

A.1.3.2 Berechne möglichst geschickt.

- a) $167 + 48 - 67$
- b) $23 - 18 + 77$
- c) $326 + 56 + 74$
- d) $4 \cdot 17 \cdot 25$
- e) $19 \cdot 4 \cdot 5$
- f) $5 \cdot 122 \cdot 20$

A.1.3.3 Prüfe, ob die Rechengesetze richtig angewendet werden. Wenn nicht, berichtige:

$$93 - 17 \cdot 5 + (3 + 9) = 76 \cdot 5 + (3 + 9) = 76 \cdot 17 = 1.292$$

1.4 Vielfache und Teiler (kgV und ggT)

A.1.4.1 Bestimme die ersten zehn Vielfachen.

- a) 9
- b) 11
- c) 14
- d) 17

A.1.4.2 Bestimme die Teilmengen.

- a) T_{144}
- b) T_{128}
- c) T_{39}
- d) T_{64}

A.1.4.3 Bestimme das kgV.

- a) 3 & 7
- b) 2 & 6
- c) 3 & 11

A.1.4.4 Bestimme den ggT.

- a) 9 & 12
- b) 9 & 27
- c) 64 & 72

A.1.4.5 Erläutere, wo der größte gemeinsame Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache Anwendung finden.

1.5 Runden

A.1.5.1 Runde auf Hundertstel.

- a) 1,763032
- b) 11,29384
- c) 123,435
- d) 17,499

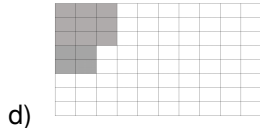
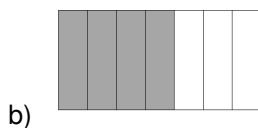
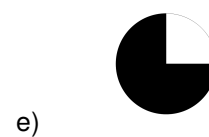
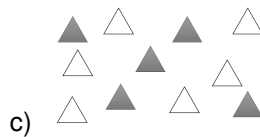
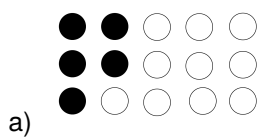
A.1.5.2 Runde auf Zehner.

- a) 10.293
- b) 120.380.928
- c) 2.929
- d) 12.035

2 Bruchrechnung

2.1 Brüche und Anteile

A.2.1.1 Gib an, welcher Bruch dargestellt ist.



A.2.1.2 Gib an, wie viel jeder bekommt.

- a) 7 Stücke Kuchen werden an 12 Kinder verteilt. b) 5 Personen teilen sich 3 Pizzen. c) 8 Kinder teilen sich 15 Birnen.

A.2.1.3 Welcher Anteil an demselben Ganzen ist kleiner?

- a) 2 Achtel oder 5 Achtel c) 7 Zehntel oder 3 Zehntel e) 4 Neuntel oder 4 Zehntel
b) 2 Siebtel oder 4 Siebtel d) 3 Viertel oder 3 Fünftel

A.2.1.4 Wofür steht der Zähler und wofür steht der Nenner von einem Bruch? Erläutere an einem selbst gewählten Beispiel.

2.2 Erweitern und Kürzen

A.2.2.1 Erweitere den Bruch mit der Zahl.

A.2.2.2 Kürze soweit wie möglich.

- a) $\frac{2}{3}$ mit 6 c) $\frac{2}{9}$ mit 3 e) $\frac{3}{7}$ mit 5 a) $\frac{8}{36}$ c) $\frac{12}{156}$ e) $\frac{13}{169}$
b) $\frac{1}{4}$ mit 9 d) $\frac{8}{13}$ mit 4 f) $\frac{13}{15}$ mit 7 b) $\frac{9}{72}$ d) $\frac{21}{63}$ f) $\frac{34}{51}$

A.2.2.3 Nenne die Brüche.

- a) Nenne drei verschiedene Brüche, die alle den Wert $\frac{2}{5}$ haben.
b) Nenne drei Brüche mit Nenner 36, die sich nicht kürzen lassen.

A.2.2.4 Welchen Anteil an einer ganzen Umdrehung überstreicht der kleine Zeiger (Stundenzeiger) einer Uhr in 8 Stunden?

2.3 Gemischte Zahlen und unechte Brüche

A.2.3.1 Schreibe als gemischte Zahl.

- a) $\frac{7}{4}$ c) $\frac{22}{7}$ e) $\frac{168}{15}$
 b) $\frac{11}{3}$ d) $\frac{144}{12}$ f) $\frac{199}{11}$

A.2.3.2 Schreibe als unechten Bruch.

- a) $2\frac{1}{4}$ c) $3\frac{2}{9}$ e) $5\frac{1}{8}$
 b) $1\frac{1}{2}$ d) $4\frac{4}{7}$ f) $12\frac{7}{8}$

A.2.3.3 Gib Bedingungen an für Brüche, die...

- a) ...man in der gemischten Schreibweise angeben kann. b) ...natürliche Zahlen darstellen.
 c) ...gleich 1 sind.

2.4 Addition und Subtraktion

A.2.4.1 Berechne.

- a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$ c) $\frac{5}{12} + \frac{4}{15}$ e) $1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{7}$
 b) $\frac{2}{7} + \frac{3}{8}$ d) $\frac{3}{20} + \frac{7}{12}$ f) $2\frac{4}{9} + \frac{1}{3}$

A.2.4.2 Berechne.

- a) $\frac{4}{5} - \frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4}$ e) $\frac{9}{4} - \frac{3}{5}$
 b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ d) $\frac{7}{12} - \frac{3}{7}$ f) $3\frac{3}{8} - 2\frac{3}{4}$

A.2.4.3 Schreibe...

- a) $... \frac{3}{8}$ als Summe zweier Brüche. c) $... \frac{2}{7}$ als Differenz zweier Brüche.
 b) $... \frac{1}{5}$ als Summe zweier Brüche.

A.2.4.4 Vera, Hakan und Konstanze bestellen eine Familienpizza. Hakan isst genau die Hälfte. Vera isst $\frac{1}{6}$. Berechne, welcher Anteil für Konstanze übrigbleibt.

A.2.4.5 Lena kauft 1500 ml Milch. Davon werden beim Frühstück $\frac{2}{3}$ l getrunken. Wie viel Milliliter Milch sind nach dem Frühstück noch vorhanden?

2.5 Multiplikation und Division

A.2.5.1 Berechne.

- a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{4}{5}$ c) $\frac{3}{14} \cdot \frac{42}{9}$
 b) $\frac{21}{7} \cdot \frac{3}{14}$ d) $\frac{12}{5} \cdot \frac{10}{6}$

A.2.5.2 Berechne.

- a) $\frac{4}{9} \div \frac{24}{7}$ c) $\frac{7}{12} \div \frac{14}{15}$
 b) $\frac{18}{25} \div \frac{6}{5}$ d) $\frac{2}{7} \div \frac{6}{5}$

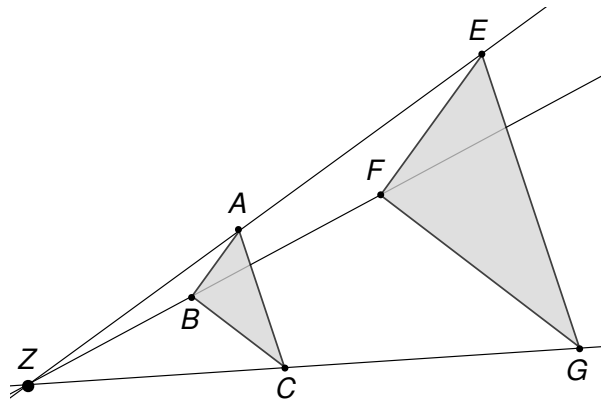
A.2.5.3 An der Bürgermeisterwahl eines Dorfes haben sich $\frac{4}{5}$ der Einwohner beteiligt. Zwei Drittel der abgegebenen Stimmen entfielen auf Herrn Meier. Von welchem Anteil der Bewohner wurde Herr Meier gewählt?

A.2.5.4 Eine Bruchzahl wird durch eine Zweite dividiert. Untersuche, wie sich der Quotient verändert, wenn der Zähler des Dividenden und der Nenner des Divisors verdreifacht werden.

15 Zentrische Streckung

15.1 Zentrische Streckung

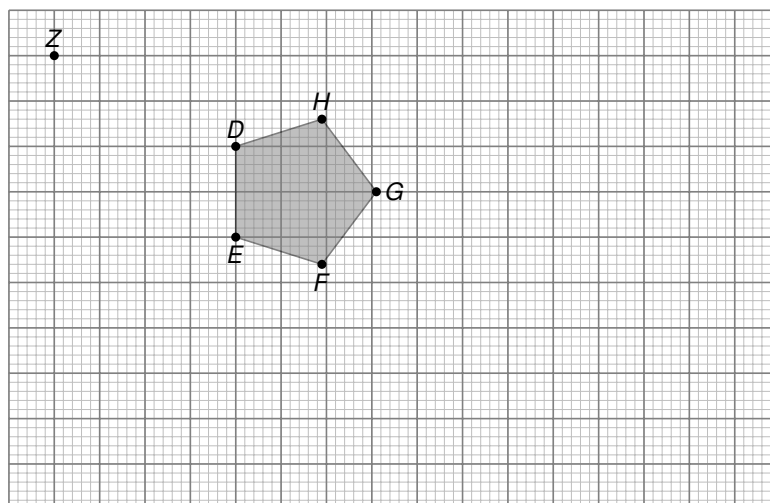
A.15.1.1 Gib jeweils den Bildpunkt bzw. die Bildfigur bei der abgebildeten zentrischen Streckung mit dem Streckzentrum Z an.



- $A \rightarrow \square$
- $B \rightarrow \square$
- $C \rightarrow \square$
- $AB \rightarrow \square$
- $BC \rightarrow \square$
- $CA \rightarrow \square$

A.15.1.2 Zeichne in ein Koordinatensystem ein Dreieck mit den Eckpunkten $A(1|2)$, $B(3|7)$ und $C(7|2)$ ein. Konstruiere dann das Bild des Dreiecks bei einer zentrischen Streckung mit dem Streckfaktor $k = 1,5$ und dem Streckzentrum $Z = A$. Beschreibe die Konstruktion. Gib auch die Koordinaten der Bildpunkte an.

A.15.1.3 Konstruiere jeweils die Bildfigur bei der zentrischen Streckung mit dem Streckzentrum Z und dem Streckfaktor $k = 2$ und $k = 0,5$.

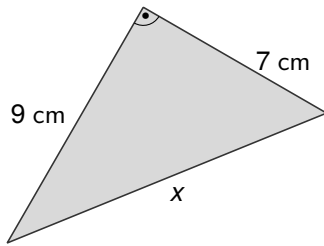


16 Satzgruppe des Pythagoras

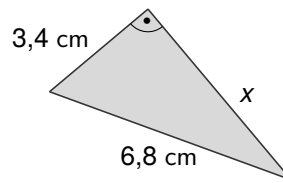
16.1 Satz des Pythagoras

A.16.1.1 Berechne die Länge der Strecke x .

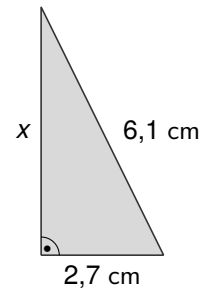
a)



b)



c)



A.16.1.2 Berechne die Länge der fehlenden Seite sowie Umfang und Flächeninhalt des Dreiecks.

a) $a = 3$ cm; $b = 7$ cm; $\gamma = 90^\circ$

d) $a = 14,8$ cm; $b = 21,5$ cm; $\beta = 90^\circ$

b) $a = 4,4$ cm; $c = 9,1$ cm; $\gamma = 90^\circ$

c) $b = 8$ cm; $c = 11,2$ cm; $\alpha = 90^\circ$

e) $a = 7$ m; $c = 6$ m; $\alpha = 90^\circ$

A.16.1.3 Berechne die...

a) ...Höhe h eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge $a = 5$ cm.

b) ...Diagonale d eines Rechtecks mit den Seitenlängen $a = 7$ cm und $b = 9$ cm.

c) ...Seitenlänge a eines Quadrats mit der Diagonalen $d = 8$ dm.

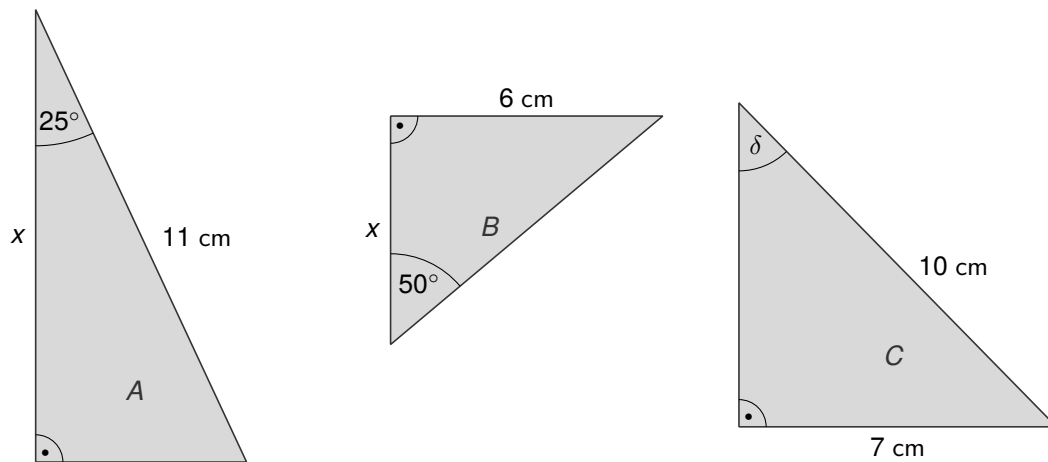
A.16.1.4 Ein Baum ist bei einem Sturm in 3 m Höhe abgeknickt. Seine Spitze liegt 12 m vom Stamm entfernt. Fertige eine Skizze an. Berechne, wie hoch der Baum war.

A.16.1.5 Eine Leiter ist 6 m lang. Sie ist genauso hoch wie die Wand, an der sie steht. Wie weit steht die Leiter unten von der Wand entfernt, wenn die Leiter die Wand oben 1 Meter unter der Oberkante berührt?

22 Trigonometrie

22.1 Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken

A.22.1.1 Berechne die unbekanntenen Größen der Dreiecke A, B und C.



A.22.1.2 Berechne alle fehlenden Größen im rechtwinkligen Dreieck ABC mit:

a) $\gamma = 90^\circ$; $a = 3,3\text{ cm}$; $c = 6,4\text{ cm}$

b) $\alpha = 90^\circ$; $a = 6,2\text{ cm}$; $\gamma = 43^\circ$

A.22.1.3 Anwendungsaufgabe.

- An einem sonnigen Tag wirft ein Funkmast einen 38 m langen Schatten. Die Sonnenstrahlen treffen unter einem Winkel von 33° auf den Boden. Fertige eine geeignete Skizze an und berechne die Höhe des Funkmastes.
- Der Mast soll mit 22 m langen Stahlseilen befestigt werden. Die Stahlseile sollen mit dem Boden einen Neigungswinkel von 65° einschließen. Fertige eine geeignete Skizze an und bestimme, in welcher Höhe die Seile am Mast angebracht werden müssen.
- Bestimme, wie weit die Befestigungspunkte im Boden vom Mast entfernt sind.