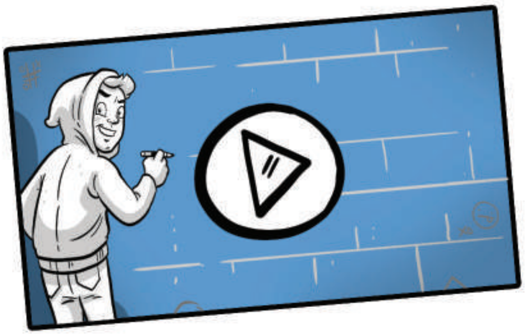
Wir helfen immer: In der Schule und zu Hause

Unsere Lernhefte können sehr flexibel eingesetzt werden:
ob als Arbeitsbuch im Unterricht, ob zum selbstständigen Erarbeiten nach dem „Flipped Education"- Konzept oder zum Wiederholen und Festigen von Inhalten und zur Vorbereitung auf Prüfungen des jeweiligen Schulabschlusses – unsere Lernhefte sind **multifunktional**.

Digitale Lernvideos:

Unser **Online-Lerncoach** Katharina erklärt euch leicht verständlich anhand der Beispiele im Lernheft das jeweilige Thema. Anschließend wird dieses Vorwissen mithilfe von passenden Aufgaben nochmals vertieft.
Die Lernvideos sind für dich jederzeit digital verfügbar, du kannst also in Zukunft **immer und überall lernen**.

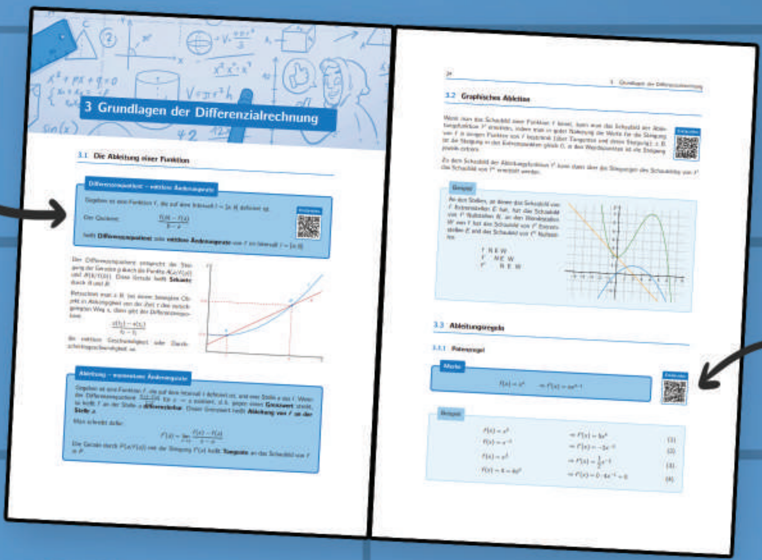


Messbarer Lernerfolg durch Lernkontrolle via App:

Unsere **App Skills4School**, bekannt aus der Sendung „Die Höhle der Löwen", ermöglicht es dir, deine Fortschritte im Lernprozess jederzeit und überall via Smartphone zu kontrollieren und zu steuern.
Schaue, wo du dich noch verbessern musst, oder stelle fest, dass du alles kannst!

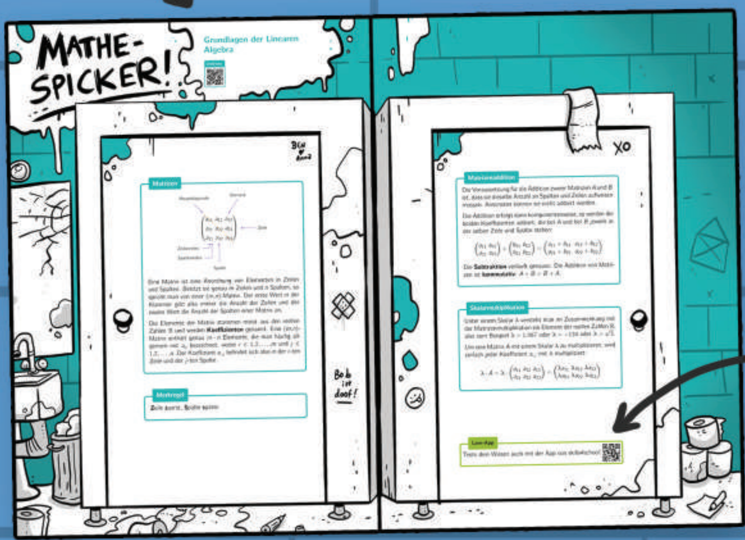
So lernst du mit unseren Lernheften:

Voraussetzungen werden geklärt.

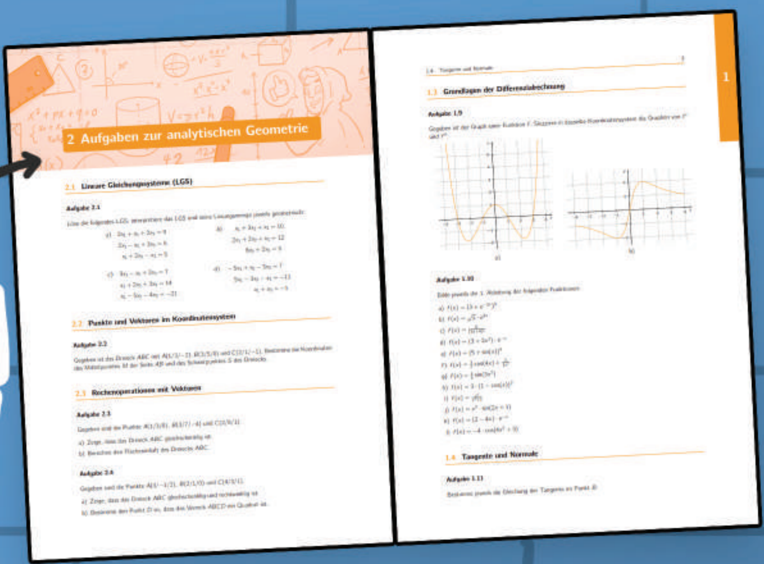


Hier findet man die **Anwendungsbeispiele** mit entsprechendem **Lernvideo** als QR Code. Einfach mit dem Smartphone abfotografieren und sich die Aufgabe auf dem Handy erklären lassen.

Der Mathespicker fasst nochmals alle wichtigen Inhalte des Kapitels zusammen.
Hier findest du auch ein zusammenfassendes **Spickzettel-Video.**

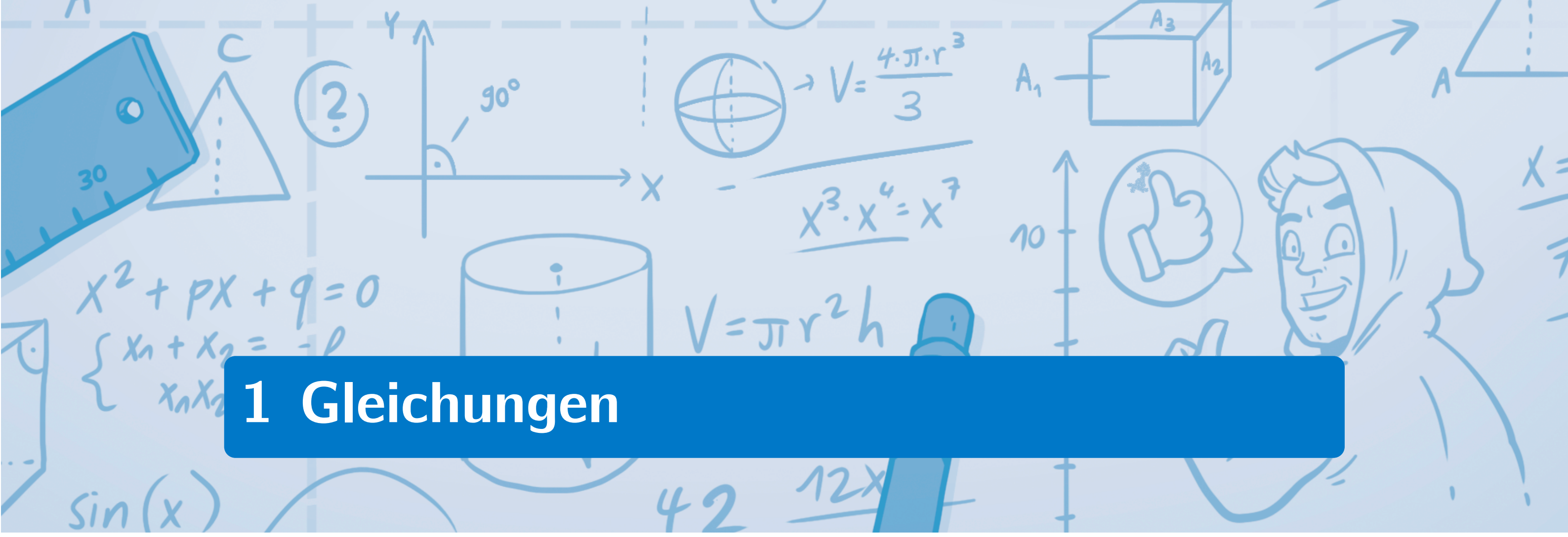


Skills4school Schnittstelle:
Über diesen QR Code besteht die Möglichkeit in der **App** skills4school dein Gelerntes nochmals zu festigen und deinen Lernfortschritt jederzeit zu kontrollieren.



Mit dem **Kurztest** wird auf Leistungsüberprüfungen vorbereitet und die Lösungsschritte werden ausführlich erklärt.

Inhaltsverzeichnis



1 Gleichungen

1.1 Grundlagen zur Lösung von Gleichungen

Gleichungen können eine Lösung, mehrere Lösungen oder keine Lösung haben. Eine Zahl ist genau dann Lösung einer Gleichung, wenn sie beim Einsetzen in die Gleichung eine wahre Aussage ergibt.

Der Satz vom Nullprodukt

Ein Produkt $u \cdot v$ hat genau dann den Wert 0, wenn einer der Faktoren 0 ist.

Lösungsformeln für quadratische Gleichungen:

- **Die *abc*-Formel:** Für die Lösungen der Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ gilt:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- **Die *pq*-Formel:** Für die Lösungen der Gleichung $x^2 + px + q = 0$ gilt:

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

1.1.1 Lineare Gleichungen

Beispiel

$$\begin{aligned} 3x + 8 &= 0 && \mid -8 \\ 3x &= -8 && \mid : 3 \\ x &= -\frac{8}{3} \qquad \Rightarrow \mathbb{L} = \left\{-\frac{8}{3}\right\} \end{aligned}$$

1.1.2 Quadratische Gleichungen (Gleichungen 2. Grades)

Beispiel

$$\begin{aligned} x^2 - 4x &= 0 && \text{(ausklammern)} \\ x \cdot (x - 4) &= 0 \\ x_1 = 0; \qquad x - 4 &= 0 \qquad \Rightarrow x_2 = 4 && \Rightarrow \mathbb{L} = \{0; 4\} \end{aligned}$$

Erklärvideo

Beispiel

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 5 &= 0 \qquad (pq\text{-Formel}) \\ x_{1/2} &= -2 \pm \sqrt{4+5} \\ x_{1/2} &= -2 \pm \sqrt{9} \\ x_{1/2} &= -2 \pm 3 \\ x_1 = 1; \qquad x_2 &= -5 \qquad \Rightarrow \qquad \mathbb{L} = \{-5; 1\} \end{aligned}$$

Erklärvideo

Beispiel

$$\begin{aligned} 2x^2 - 6x - 8 &= 0 \qquad (abc\text{-Formel}) \quad \text{oder } | : 2 \\ x^2 - 3x - 4 &= 0 \qquad (pq\text{-Formel}) \\ x_{1/2} &= \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 4} \\ x_{1/2} &= \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{16}{4}} \\ x_{1/2} &= \frac{3}{2} \pm \frac{5}{2} \\ x_1 = \frac{8}{2} = 4; \qquad x_2 &= -\frac{2}{2} = -1 \Rightarrow \qquad \mathbb{L} = \{-1; 4\} \end{aligned}$$

1.1.3 Gleichungen 3. Grades

Beispiel

$$\begin{aligned} x^3 - 6x^2 + 8x &= 0 \qquad (\text{ausklammern}) \\ x \cdot (x^2 - 6x + 8) &= 0 \\ x_1 = 0; \qquad x^2 - 6x + 8 &= 0 \\ x_{1/2} &= +3 \pm \sqrt{9-8} \\ x_{1/2} &= +3 \pm \sqrt{1} \\ x_{1/2} &= +3 \pm 1 \\ x_2 = 4; \qquad x_3 &= 2 \qquad \Rightarrow \qquad \mathbb{L} = \{0; 2; 4\} \end{aligned}$$

Erklärvideo

1.1.4 Gleichungen 4. Grades

Beispiel

Erklärvideo

$$x^4 + 3x^2 = 0 \qquad \text{(ausklammern)}$$
$$x^2 \cdot (x^2 + 3) = 0$$
$$x_{1/2} = 0; \qquad x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -3 \;\; \text{(keine weitere Lösung)}$$
$$\mathbb{L} = \{0\}$$

Beispiel

Erklärvideo

$$x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \qquad \text{(Substitution: } x^2 = u\text{)}$$
$$\Rightarrow u^2 - 6u + 8 = 0 \qquad (pq\text{-Formel})$$
$$u_{1/2} = +3 \pm \sqrt{9-8}$$
$$u_{1/2} = +3 \pm \sqrt{1}$$
$$u_{1/2} = +3 \pm 1$$
$$u_1 = 4; \qquad u_2 = 2$$
$$\text{Resubstitution:} \qquad x^2 = 4 \qquad x^2 = 2$$
$$x_1 = 2; \qquad x_2 = -2; \qquad x_3 = \sqrt{2}; \qquad x_4 = -\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow \mathbb{L} = \{2; -2; \sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$$

1.1.5 Exponentialgleichungen

Beispiel

Erklärvideo

$$e^{2x} - 5e^x = 0 \qquad | \; e^x \text{ ausklammern}$$
$$e^x(e^x - 5) = 0$$
$$e^x \neq 0; \qquad e^x - 5 = 0$$
$$e^x = 5 \Rightarrow x = \ln(5)$$
$$\mathbb{L} = \{\ln(5)\}$$

Beispiel

$$
\begin{aligned}
e^{2x} - 2e^x - 3 &= 0 && \text{(Substitution } e^x = u\text{)}\\
\Rightarrow u^2 - 2u - 3 &= 0 && \text{(}pq\text{-Formel)}\\
u_{1/2} &= +1 \pm \sqrt{1+3}\\
u_{1/2} &= +1 \pm \sqrt{4}\\
u_{1/2} &= +1 \pm 2\\
u_1 &= 3; \qquad u_2 = -1\\
\text{Resubstitution: } e^x &= 3 \Rightarrow x = \ln(3)\\
e^x &= -1 \text{ keine weitere Lösung}\\
\Rightarrow \mathbb{L} &= \{\ln(3)\}
\end{aligned}
$$

1.1.6 Trigonometrische Gleichungen

Beispiel

$$
\begin{aligned}
\sin(x)\cdot\cos(x) - \cos(x) &= 0 && (0 \leq x \leq 2\pi)\\
\cos(x)\cdot(\sin(x) - 1) &= 0\\
\cos(x) = 0 \Rightarrow x_1 &= \frac{1}{2}\pi \quad x_2 = \frac{3}{2}\pi\\
\sin(x) - 1 = 0 \Rightarrow \sin(x) = 1 \Rightarrow x_3 &= \frac{1}{2}\pi\\
\Rightarrow \mathbb{L} &= \{\frac{1}{2}\pi; \frac{3}{2}\pi\}
\end{aligned}
$$

Erklärvideo

1.2 Kurztest

Aufgabe 1.1

Löse die folgenden Gleichungen:

a) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{13}{6}x + 1 = 0$

b) $x^5 - 2x^3 - 3x = 0$

c) $e^{6x} - e^{3x} - 20 = 0$

d) $(\sqrt{x} - 3)\cdot(x - \frac{6}{x} - 5) = 0$

e) $e^x \cdot \ln(2x) - 3e^x = 0$

f) $\sin(x)\cdot\cos(x) + \sin(x) = 0$ für $-\pi \leq x \leq \pi$

Hier geht's zu den Lösungen:

Lösungen

MATHE-SPICKER!

Gleichungen

Erklärvideo

Grundlagen zur Lösung von Gleichungen

Gleichungen können genau eine Lösung, mehrere Lösungen oder keine Lösung haben.

Eine Zahl ist genau dann Lösung einer Gleichung, wenn sie beim Einsetzen in die Gleichung eine wahre Aussage ergibt.

Der Satz vom Nullprodukt

Ein Produkt $u \cdot v$ hat genau dann den Wert 0, wenn einer der Faktoren u oder v 0 ist.

Die *abc*-Formel

Für die Lösungen einer Gleichung der Form $ax^2 + bx + c = 0$ gilt:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Die *pq*-Formel

Für die Lösungen einer Gleichung der Form $x^2 + px + q = 0$ gilt:

$$x_{1/2} = \pm \frac{p}{2} \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}.$$

Lern-App

Teste dein Wissen auch mit der App von skills4school: