

# Table des matières

<b>Avant-propos</b> . . . . .	1
<b>Partie 1. Notions mathématiques de base</b> . . . . .	5
<b>Chapitre 1. Rappels élémentaires de probabilités</b> . . . . .	7
1.1. Le hasard . . . . .	8
1.2. Comptage et probabilités . . . . .	9
1.3. Événements et probabilités . . . . .	15
1.4. Statistiques et probabilités . . . . .	20
1.5. Probabilités composées . . . . .	22
1.6. Graphes, états, transitions . . . . .	25
<b>Chapitre 2. Modèles probabilistes</b> . . . . .	29
2.1. Variables aléatoires . . . . .	29
2.2. Moyenne, variance, écart-type . . . . .	33
2.3. Quelques lois usuelles . . . . .	34
2.3.1. Loi de Bernoulli . . . . .	34
2.3.2. Loi de Poisson . . . . .	35
2.3.3. Loi normale . . . . .	37
2.4. Processus stochastiques . . . . .	41
2.5. Annexe . . . . .	44
2.5.1. Calcul de la moyenne $E(X)$ de la loi binomiale . . . . .	44
2.5.2. Calcul de la variance $v(X)$ de la loi binomiale . . . . .	44
2.5.3. Calcul de la moyenne $E(X)$ de la loi de Poisson . . . . .	45
2.5.4. Calcul de la variance $v(X)$ de la loi de Poisson . . . . .	45

2.5.5. Calcul de la moyenne $E(X)$ pour la loi normale . . . . .	46
2.5.6. Calcul de la variance $v(X)$ pour la loi normale . . . . .	46
<b>Chapitre 3. Gestion de stocks . . . . .</b>	<b>49</b>
3.1. Généralités . . . . .	49
3.2. Exemple introductif . . . . .	51
3.3. Modèle de Wilson : hypothèses 3.1. . . . .	53
3.4. Modèle de Wilson : hypothèses 3.2. . . . .	55
3.5. Modèle de Wilson probabiliste : hypothèses 3.3 . . . . .	58
3.6. Sécurité et qualité . . . . .	63
3.6.1. Délai de livraison . . . . .	63
3.6.2. Stock minimum . . . . .	63
3.6.3. Stock de sécurité . . . . .	64
3.6.4. Stock d'alerte . . . . .	65
3.6.5. Qualité de service . . . . .	65
3.7. Annexe . . . . .	69
<b>Partie 2. Processus stochastiques . . . . .</b>	<b>73</b>
<b>Chapitre 4. Chaînes de Markov . . . . .</b>	<b>75</b>
4.1. Notion de chaîne de Markov. . . . .	75
4.2. Notions sur les graphes . . . . .	83
4.3. Ergodicité . . . . .	88
4.4. Chemins aléatoires . . . . .	93
<b>Chapitre 5. Processus de Markov . . . . .</b>	<b>101</b>
5.1. Notion de processus de Markov . . . . .	102
5.2. Processus de Poisson . . . . .	104
5.3. Loi de Poisson et loi exponentielle . . . . .	109
5.4. Processus de naissance et processus de mort . . . . .	112
5.5. Combinaison des deux processus, de naissance et de mort . . . . .	115
<b>Chapitre 6. Systèmes d'attente . . . . .</b>	<b>119</b>
6.1. Introduction. . . . .	119
6.2. File d'attente à une station M/M/1 . . . . .	122

6.3. File d'attente à $S$ stations M/M/S . . . . .	126
6.4. Annexe : calculs pour M/M/S . . . . .	132
6.4.1. Calcul de $P_0$ . . . . .	132
6.4.2. Calcul de $n_S$ . . . . .	133
6.4.3. Calcul de $n_F$ . . . . .	134
6.4.4. Calcul de $t_S$ et $t_F$ . . . . .	134
6.4.5. Calcul de $n_i$ . . . . .	135
<b>Chapitre 7. Applications diverses . . . . .</b>	<b>137</b>
7.1. Fiabilité, disponibilité des équipements . . . . .	137
7.1.1. Fiabilité et taux de défaillance instantané . . . . .	137
7.1.2. Cas de quelques lois de probabilité . . . . .	141
7.1.3. Systèmes non réparables . . . . .	142
7.1.3.1. Systèmes en série . . . . .	142
7.1.3.2. Systèmes en parallèle . . . . .	143
7.1.3.3. Systèmes à structure mixte . . . . .	144
7.1.4. Systèmes réparables . . . . .	146
7.2. Applications en génétique . . . . .	150
7.2.1. Lois de Mendel . . . . .	150
7.2.2. Héritéité et évolution génétique . . . . .	154
7.2.2.1. Garçons/filles . . . . .	155
7.2.2.2. Albinisme, daltonisme, hémophilie . . . . .	155
7.2.2.3. Groupes sanguins . . . . .	155
7.2.2.4. Lois de Hardy-Weinberg et évolution génétique . . . . .	156
7.2.2.5. Sélection naturelle . . . . .	157
7.3. Dynamique des populations, modèle proies-prédateurs . . . . .	160
7.3.1. Modèle déterministe . . . . .	162
7.3.2. Solution au voisinage de l'équilibre . . . . .	166
7.3.3. Influence extérieure . . . . .	167
7.3.4. Modèles stochastiques . . . . .	168
7.4. De la physique à la finance : le mouvement brownien . . . . .	170
7.4.1. Mouvement brownien en physique . . . . .	170
7.4.2. Modèle standard du mouvement brownien . . . . .	171
7.4.3. Mouvement brownien avec dérive . . . . .	174
7.4.4. Modèle de Black-Scholes . . . . .	176
7.5. Annexe . . . . .	180
7.5.1. Solution du problème proies-prédateurs au voisinage de l'équilibre . . . . .	180
7.5.2. Parcours quadratique moyen et équation de la diffusion . . . . .	182
7.5.3. Expression de la formule de Black-Scholes . . . . .	185

<b>Partie 3. Simulation</b> . . . . .	<b>187</b>
<b>Chapitre 8. Programmes générateurs</b> . . . . .	<b>189</b>
8.1. Nombres aléatoires et pseudo-aléatoires . . . . .	189
8.2. Algorithmes pour la loi uniforme . . . . .	190
8.2.1. Algorithme du <i>middle square</i> . . . . .	190
8.2.2. Suite de Fibonacci . . . . .	192
8.2.3. Congruences . . . . .	193
8.2.4. Procédé de Lehmer . . . . .	194
8.2.5. Décimales de $\Pi$ . . . . .	194
8.3. Fonction de répartition et générateur de nombres aléatoires . . . . .	194
8.4. Générateurs pour les lois usuelles . . . . .	197
8.4.1. Loi uniforme . . . . .	197
8.4.2. Loi de Poisson . . . . .	198
8.4.3. Loi normale . . . . .	198
8.4.4. Loi exponentielle . . . . .	199
8.5. Générateurs pour une loi quelconque . . . . .	200
8.6. Test du $\chi^2$ . . . . .	201
<b>Chapitre 9. Principes de simulation</b> . . . . .	<b>209</b>
9.1. Généralités sur la simulation . . . . .	209
9.2. La simulation par l'exemple . . . . .	215
9.3. Simulation suivant une loi de probabilité . . . . .	225
9.4. Fondements mathématiques . . . . .	231
9.4.1. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev . . . . .	232
9.4.2. Loi faible des grands nombres . . . . .	233
9.4.3. Loi forte des grands nombres . . . . .	236
9.4.4. Théorème de la limite centrée . . . . .	237
<b>Chapitre 10. Simulation d'une gestion de stocks</b> . . . . .	<b>239</b>
10.1. Dispositions générales . . . . .	239
10.2. Comparaison de deux politiques de gestion de stocks . . . . .	242
10.3. Comparaison de diverses politiques de stocks . . . . .	247

---

<b>Chapitre 11. Simulation d'un processus d'attente</b> . . . . .	<b>251</b>
11.1. Dispositions générales. . . . .	251
11.2. Simulation d'une file M/M/1. . . . .	252
11.3. Simulation d'une file M/M/S. . . . .	255
11.3.1. Calcul des dates d'arrivée et temps de service pour chaque élément . . . . .	256
11.3.2. Itération par dates successives des opérations . . . . .	257
11.3.3. Résultats synthétiques . . . . .	260
<b>Chapitre 12. Optimisation et simulation</b> . . . . .	<b>263</b>
12.1. Introduction . . . . .	263
12.2. Méthodes locales . . . . .	268
12.2.1. Algorithme glouton . . . . .	270
12.2.2. Méthode de la descente locale. . . . .	270
12.2.3. Méthode du recuit simulé . . . . .	272
12.2.4. Recherche tabou . . . . .	274
12.3. Algorithmes génétiques. . . . .	274
12.4. Colonies de fourmis . . . . .	283
<b>Bibliographie</b> . . . . .	<b>291</b>
<b>Index</b> . . . . .	<b>293</b>

