

# Table des matières

|   |    |
|---|----|
| <b>Avant-propos</b> . . . . .   | 1  |
| <b>Chapitre 1. La robotique aérienne : situation actuelle</b> . . . . . | 5  |
| 1.1. La robotique aérienne . . . . .                                    | 5  |
| 1.1.1. L'essor des drones dans le secteur civil . . . . .               | 5  |
| 1.1.2. Les différentes configurations de mini drones . . . . .          | 8  |
| 1.2. Le projet Paparazzi . . . . .                                      | 9  |
| 1.3. Les différents moyens de mesure . . . . .                          | 13 |
| 1.3.1. Les capteurs proprioceptifs . . . . .                            | 13 |
| 1.3.1.1. Les gyromètres . . . . .                                       | 13 |
| 1.3.1.2. Les accéléromètres . . . . .                                   | 16 |
| 1.3.2. Les capteurs extéroceptifs . . . . .                             | 18 |
| 1.3.2.1. Les systèmes de positionnement par satellites . . . . .        | 18 |
| 1.3.2.2. Les altimètres barométriques . . . . .                         | 19 |
| 1.3.2.3. Les magnétomètres . . . . .                                    | 20 |
| 1.3.2.4. Les caméras et télémètres . . . . .                            | 21 |
| 1.3.3. Les systèmes inertiels . . . . .                                 | 22 |
| 1.4. Motivations . . . . .  | 23 |
| <b>Chapitre 2. État de l'art</b> . . . . .                              | 25 |
| 2.1. Concepts de base . . . . .   | 25 |
| 2.2. Revue bibliographique . . . . .                                    | 31 |
| 2.2.1. Travaux fondateurs . . . . .                                     | 31 |
| 2.2.2. Historique . . . . .   | 34 |
| 2.3. Filtrage optimal des systèmes linéaires gaussiens . . . . .        | 38 |
| 2.3.1. Algorithme du filtre de Kalman linéaire . . . . .                | 38 |
| 2.3.2. Extension aux modèles non linéaires . . . . .                    | 42 |
| 2.4. Approximation du filtrage optimal par linéarisation . . . . .      | 43 |

|  |           |
|--|-----------|
| 2.5. Approximation du filtrage optimal par discrétisation . . . . .                    | 45        |
| 2.5.1. Prédiction et <i>sigma points</i> . . . . .                                     | 45        |
| 2.5.2. Interprétation de l'approche par <i>sigma points</i> . . . . .                  | 46        |
| 2.5.3. <i>Scaled Unscented Kalman Filter</i> (UKF) . . . . .                           | 50        |
| 2.6. Théorie des observateurs invariants . . . . .                                     | 52        |
| 2.6.1. Un exemple : la voiture non holonome . . . . .                                  | 57        |
| 2.6.1.1. Construction d'une erreur de sortie invariante . . . . .                      | 61        |
| 2.6.1.2. Construction d'un repère invariant . . . . .                                  | 62        |
| 2.6.1.3. Préobservateur invariant . . . . .  | 64        |
| <b>Chapitre 3. Modèles pour la navigation inertielle . . . . .</b>                     | <b>65</b> |
| 3.1. Préambule : modélisation des mini drones . . . . .                                | 65        |
| 3.2. Dérivation d'un modèle pour la navigation . . . . .                               | 68        |
| 3.3. Problème de la navigation inertielle dite « véritable » . . . . .                 | 71        |
| 3.4. Modélisation et identification des imperfections des capteurs inertiels . . . . . | 74        |
| 3.4.1. La variance d'Allan . . . . .   | 75        |
| 3.4.2. Modélisation des bruits caractéristiques . . . . .                              | 79        |
| 3.5. La navigation inertielle du pauvre : l'AHRS . . . . .                             | 81        |
| 3.5.1. Observabilité du modèle exploité par l'AHRS . . . . .                           | 82        |
| 3.5.2. Retour sur l'AHRS : prise en compte des erreurs de mesure . . . . .             | 85        |
| 3.6. L'AHRS augmenté d'un GPS et d'un baromètre : l'INS . . . . .                      | 87        |
| 3.6.1. Observabilité des imperfections sur les mesures de l'INS . . . . .              | 88        |
| <b>Chapitre 4. Les algorithmes IUKF et <math>\pi</math>-IUKF . . . . .</b>             | <b>91</b> |
| 4.1. Préambule . . . . .   | 91        |
| 4.2. Organisation du chapitre . . . . .  | 92        |
| 4.3. Systèmes invariants/équivariants . . . . .  | 94        |
| 4.4. Observateurs invariants : AHRS/INS . . . . .                                      | 96        |
| 4.4.1. AHRS : rappel de la modélisation . . . . .                                      | 96        |
| 4.4.2. Invariance des équations du modèle de l'AHRS . . . . .                          | 97        |
| 4.4.3. Construction d'une erreur de sortie et d'un repère invariant . . . . .          | 98        |
| 4.4.4. Formulation de l'observateur invariant pour l'AHRS du pauvre . . . . .          | 101       |
| 4.4.5. Filtre invariant pour la problématique de l'INS . . . . .                       | 101       |
| 4.4.6. Formulation de l'observateur invariant pour l'INS . . . . .                     | 104       |
| 4.5. Erreur d'estimation invariante sur l'état . . . . .                               | 106       |
| 4.6. <i>Algorithme Square-Root Unscented Kalman Filter</i> (SRUKF) . . . . .           | 108       |
| 4.7. Première reformulation du filtrage de Kalman <i>unscented</i> . . . . .           | 110       |
| 4.7.1. Principes fondateurs . . . . .  | 110       |
| 4.7.2. Premiers résultats et analyse . . . . .   | 123       |
| 4.7.3. Résumé et pseudo-codes . . . . .  | 131       |
| 4.8. Deuxième reformulation du filtrage de Kalman <i>unscented</i> . . . . .           | 140       |
| 4.8.1. Précédents travaux menés sur l'IEKF . . . . .                                   | 140       |
| 4.8.2. Algorithme $\pi$ -IUKF sur un groupe de Lie : formulation . . . . .             | 142       |

|   |            |
|---|------------|
| <b>Chapitre 5. Validation méthodologique, expérimentations et résultats</b> | <b>149</b> |
| 5.1. Validation sur données simulées  | 150        |
| 5.1.1. Présentation des données   | 150        |
| 5.1.2. Étude des deux algorithmes UKF sur le modèle AHRS                    | 153        |
| 5.1.2.1. Validation sans erreur sur l'état initial                          | 153        |
| 5.1.2.2. Performances des deux algorithmes                                  | 155        |
| 5.1.2.3. Introduction d'une erreur initiale                                 | 156        |
| 5.1.3. Les propriétés d'invariance du $\pi$ -IUKF appliquées à l'AHRS       | 158        |
| 5.1.4. Étude des deux algorithmes UKF sur le modèle INS                     | 162        |
| 5.1.4.1. Validation avec conditions initiales connues                       | 162        |
| 5.1.4.2. Performances des deux algorithmes                                  | 163        |
| 5.1.4.3. Introduction d'une erreur initiale sur le vecteur d'état           | 164        |
| 5.1.5. Les propriétés d'invariance du $\pi$ -IUKF appliquées à l'INS        | 167        |
| 5.2. Validation sur données réelles   | 169        |
| 5.2.1. Outils et dispositifs expérimentaux utilisés                         | 170        |
| 5.2.2. Identification préliminaire des imperfections                        | 172        |
| 5.2.3. Procédure de calibration des capteurs embarqués sur l'Apogee         | 178        |
| 5.2.3.1. Calibration des accéléromètres                                     | 178        |
| 5.2.3.2. Calibration des magnétomètres et des gyromètres                    | 179        |
| 5.2.4. Mise en œuvre expérimentale du $\pi$ -IUKF sur un modèle AHRS        | 180        |
| 5.2.5. Observateur invariant sur données réelles : méthode de réglage       | 183        |
| 5.2.6. Validation de l'INS sur données réelles                              | 185        |
| 5.2.7. Analyse des performances en vitesse et position de l'INS             | 190        |
| 5.3. Implémentation de l'observateur invariant pour le modèle INS           | 194        |
| <b>Conclusion et perspectives</b>   | <b>199</b> |
| <b>Annexe. Notions de géométrie différentielle et théorie des groupes</b>   | <b>203</b> |
| <b>Bibliographie</b>  | <b>219</b> |
| <b>Index</b>  | <b>227</b> |