

**ΝΙΚΟΛΑΟΥ Κ. ΟΥΖΟΥΝΟΓΛΟΥ**

Καθηγητή Ε.Μ.Π.

**Εισαγωγή στα Μικροκύματα**  
(Β' Έκδοση)



**Παπασωτηρίου**

ΑΘΗΝΑ 1994

---

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

---

Τα μικροκύματα σήμερα χρησιμοποιούνται σε ευρεία κλίμακα σε συστήματα τηλεπικοινωνίας και τηλαίσθησης. Ιστορικά τα μικροκύματα άρχισαν να χρησιμοποιούνται στην πράξη την δεκαετία 1930 - 40 σαν επέκταση των φωνητικών που η χρήση τους είχε αρχίσει από την αρχή του εικοστού αιώνα. Τα μικροκύματα όπως τα φωνητικά, τα χιλιστομετρικά και τα οπτικά κύματα αποτελούν μέρος του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Για κάθε ένα απ' αυτά τα κύματα αντιστοιχεί μια περιοχή φάσματος που μετράται σε μύκλους ανά δευτερόλεπτο (μονάδες Hertz = Hz) ή σε μήκος κύματος ( $\lambda$ ). Τα μικροκύματα καλύπτουν την περιοχή συχνοτήτων από  $10^8$  Hz μέχρι  $3.10^{10}$  Hz και με ευρύτερο ορισμό φθάνουν μέχρι τους  $3.10^{12}$  Hz. Η αντίστοιχη περιοχή για τα μήκη κυμάτων είναι  $\lambda = 3\text{m}$  μέχρι  $\lambda = 1\text{cm}$  (ή  $\lambda = 0.1\text{ mm}$  για  $3.10^{12}\text{ Hz}$ ). Η κατανόηση των μικροκυματικών φαινομένων, η σχεδίαση στοιχείων και συστημάτων απαιτεί την εφαρμογή της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας. Για το σκοπό αυτό απαιτούνται ειδικές μέθοδοι ανάλυσης. Η εργασία αυτή προσπαθεί να καλύψει το θέμα αυτό. Ειδικότερα εξετάζονται τα θέματα μεταφοράς της μικροκυματικής ενέργειας σε απόσταση, η ανάλυση μικροκυματικών δικτύων, η λειτουργία αμφίδρομων και μη αμφίδρομων παθητικών στοιχείων. Στη συνέχεια εξετάζονται οι μικροκυματικές λυχνίες και οι ημιαγωγικές διατάξεις. Πολλά θέματα που απασχολούν τη μικροκυματική τεχνολογία, όπως οι τεχνικές μετρήσεων, οι μικροκυματικές κεραίες και τα θέματα διάδοσης δεν συμπεριλήφθηκαν στο κείμενο για να τηρηθούν οι επιθυμητές διαστάσεις της εργασίας.

Ευχαριστώ θερμά την COSMOSWARE για την προσεκτική ηλεκτρονική επεξεργασία ενός τόσο εξαιρετικά δύσκολου κειμένου.

Ν. Ουζούνογλου  
Καθηγητής ΕΜΠ

---

## **ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ**

---

<b>1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</b>	<b>1</b>
1.1   Τι είναι τα μικροκύματα και που χρησιμοποιούνται .....	1
1.2   Κατανομή της ύλης .....	4
<b>2. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ.....</b>	<b>5</b>
2.1   Περιγραφή των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων –	
Εξισώσεις του Maxwell .....	5
2.2   Οριακές συνθήκες .....	10
2.3   Ισχύς και ενέργεια ηλεκτρομαγνητικού πεδίου .....	13
2.4   Επίπεδα ηλεκτρομαγνητικά κύματα .....	16
2.5   Πόλωση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων .....	22
<b>3. ΘΕΩΡΙΑ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ.....</b>	<b>27</b>
3.1   Εισαγωγή .....	27
3.2   Διάδοση εγκαρδίων κυμάτων σε γραμμές μεταφοράς .....	29
3.3   Ανάλυση κυμάτων σε γραμμές μεταφοράς που μεταβάλλονται	
ημιτονικά με το χρόνο .....	34
3.4   Μετασχηματισμός της σύνθετης αντίστασης	
σε γραμμές μεταφοράς – Χάρτης Smith .....	40
3.5   Στάσιμα κύματα σε γραμμές μεταφοράς χωρίς απώλειες .....	43
3.6   Ταχύτητες διάδοσης στις γραμμές μεταφοράς –	
Συνθήκη Heaviside .....	45
3.7   Προσαρμογή φορτίου σε γραμμές μεταφοράς .....	48
3.8   Μετασχηματιστής λ/4 .....	50
3.9   Προσαρμογή με τη χρήση ενός βραχυκυλωμένου στελέχους .....	54

6.5	Μικροκυματικά φίλτρα .....	290
6.6	Παθητικά μικροκυματικά στοιχεία .....	299
<b>7.</b>	<b>ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ .....</b>	<b>305</b>
7.1	Εισαγωγή .....	305
7.2	Αλληλεπίδραση δέσμης ηλεκτρονίων με ηλεκτρομαγνητικό κύμα .....	306
7.3	Λυχνίες οδεύοντος κύματος .....	312
7.4	Μαγνητόνες .....	322
7.5	Κλείστρα .....	334
<b>8.</b>	<b>ΗΜΙΑΓΩΓΙΚΑ ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ .....</b>	<b>345</b>
8.1	Εισαγωγή .....	345
8.2	Μικροκυματικά τρανζίστορς .....	345
8.3	Ημιαγωγικοί μικροκυματικοί ταλαντωτές .....	367
8.4	Ανάλυση των ταλαντώσεων σε μικροκυματικά ημιαγωγικά κυλώματα .....	377
8.5	Μικροκυματικές δίοδοι μίξης και φώρασης .....	380
8.6	Μικροκυματικές διακοπτόμενες δίοδοι .....	385
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ I. Σταθερότητα δέσμης ηλεκτρονίων .....</b>		<b>389</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>		<b>391</b>

## **xii ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΑ**

3.10 Προσαρμογή με τη χρήση δύο βραχιουλωμένων στελεχών .....	59
3.11 Προσαρμογή με τη χρήση ανομοιόμορφων γραμμών μεταφοράς .	61
3.12 Μη περιοδικά φαινόμενα σε γραμμές μεταφοράς .....	67
3.13 Ανάλυση συζευγμένων γραμμών μεταφοράς .....	72
<b>4. ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΗΣΗ .....</b>	<b>79</b>
4.1 Εισαγωγή .....	79
4.2 Κυματοδηγός δύο παραλλήλων απείρων πλακών .....	81
4.3 Κυματοδηγός Ορθογώνιας διατομής .....	102
4.4 Κυματοδηγός κυκλικής διατομής .....	120
4.5 Ομοαξονική γραμμή .....	138
4.6 Μικροταινία. Ταινιογραμμή .....	146
4.7 Διάδοση σε γραμμές παραλλήλων αγωγών .....	158
4.8 Ειδικοί τύποι κυματοδηγών .....	159
4.9 Διέγερση ωριμών σε κυματοδηγούς .....	164
4.10 Γενική θεωρία διάδοσης σε κυματοδηγούς με αγώγιμα τοιχώματα .....	167
<b>5. ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ .....</b>	<b>177</b>
5.1 Εισαγωγή .....	177
5.2 Περιγραφή σημάτων στα μικροκυματικά κυκλώματα .....	178
5.3 Μικροκυματικά πολύθυρα .....	186
5.4 Ιδιότητες των μητρώων σκέδασης $\bar{S}$ .....	193
5.5 Αμφίδρομα πολύθυρα .....	197
5.6 Πολύθυρα χωρίς απώλειες .....	198
5.7 Ανάλυση ιδανικού κατευθυντικού συζεύκτη .....	201
5.8 Συμμετρικά πολύθυρα .....	206
5.9 Καθορισμός της μήτρας σκέδασης $\bar{S}$ συμμετρικών πολυθύρων .	214
5.10 Μέθοδοι ανάλυσης μικροκυματικών δικτύων .....	222
5.11 Τριθυροί διαιρέτες ισχύος .....	227
5.12 Ανάλυση κατευθυντικών συζευκτών τύπου βροχογραμμών .....	234
5.13 Κυματοδηγικοί κατευθυντικοί συζεύκτες .....	243
5.14 Κατευθυντικοί συζεύκτες συζευγμένων παραλλήλων γραμμών μεταφοράς .....	247
<b>6. ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ .....</b>	<b>251</b>
6.1 Εισαγωγή .....	251
6.2 Διάδοση κυμάτων σε φερότες .....	251
6.3 Φερριτικά μικροκυματικά στοιχεία .....	262
6.4 Μικροκυματικά συντονισμένα κυκλώματα .....	274

# 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το εισαγωγικό αυτό κεφάλαιο έχει σκοπό να ενημερώσει τους αναγνώστη για το αντικείμενο της τεχνολογίας των μικροκύματων και τα πεδία εφαρμογών που συναντώνται στην πράξη. Παράλληλα δίνεται μία αναπόποιη της εξέλιξης των μικροκύματων και προοπτικές νέων εφαρμογών. Στη συνέχεια, στην παραγ. 1.2 παρουσιάζονται συνοπτικά τα θέματα που καλύπτονται στα επόμενα κεφάλαια της εργασίας αυτής.

### 1.1 Τι είναι τα μικροκύματα και ποιν χρησιμοποιούνται

Ο όρος μικροκύματα καθιερώθηκε στη δεκαετία 1935 – 45 σαν αποτέλεσμα της επέκτασης της χρήσης του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος που είχε αρχίσει από την αρχή του εικοστού αιώνα. Σήμερα ονομάζουμε μικροκύματα τις ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις που έχουν συχνότητα ταλάντωσης από  $10^9$  Hz μέχι  $10^{12}$  Hz. Για χαμηλότερες συχνότητες έχουμε τα ραδιοκύματα ενώ για υψηλότερες την υπερέψυχη ακτινοβολία. Ο διαχωρισμός αυτός δεν έχει αυστηρό χαρακτήρα αφού και τα κύματα έχουν ηλεκτρομαγνητικό χαρακτήρα και διέπονται από τους ίδιους νόμους.

Στις χαμηλές συχνότητες (ραδιοκύματα) όταν οι διαστάσεις των κυκλωμάτων είναι πολύ μικρές σε σχέση με το μήκος κύματος η περιγραφή των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων μπορεί να γίνει με τους νόμους του Kirchhoff που απορρέουν από τη στατική και προσεγγιστικά στατική θεωρία των πεδίων. Όταν όμως η συχνότητα ταλάντωσης των ηλεκτρομαγνητικών σημάτων είναι αρκετά υψηλή το μήκος κύματος της ακτινοβολίας γίνεται συγκρίσιμο με τις χαρακτηριστικές διαστάσεις των κυκλωμάτων πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι πλήρεις εξισώσεις του πεδίου δηλαδή τη ηλεκτρομαγνητική θεωρία του Maxwell. Συνεπώς η θεωρία των μικροκύματων αποτελεί άμεση εφαρμογή

## 2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΑ

της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας της οποίας η γνώση είναι απαραίτητη για την εξέταση των φαινομένων που σχετίζονται με τα μικροκύματα.

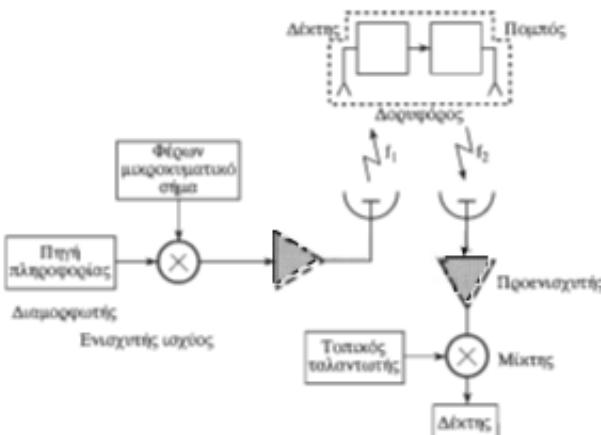
Η εξέλιξη της μικροκυματικής τεχνολογίας συνδέεται άμεσα με την ανάπτυξη των συστημάτων φαντάρ που άρχισε από το 1940. Παράλληλα άρχισε, έστω και με πιο αργό ρυθμό, η χρησιμοποίηση των μικροκυμάτων σε τηλεπικονικούς εφαρμογές όπως οι επέγειες ζεινέεις από σημείο σε σημείο. Η χρησιμοποίηση δορυφόρων για επικοινωνιακούς σκοπούς μετά από το 1965 έδωσε νέα ώθηση στην προκτική χρησιμοποίηση των μικροκυμάτων. Σε δευτερεύοντα βαθμό τα μικροκύματα χρησιμοποιούνται σήμερα και σε άλλους τομείς της επιστήμης όπως στην αστροφυσική για παρατήρηση άστρων που εκπέμπονται ηλεκτρομαγνητικά κύματα σε μορφή θορύβου, στην φροματοσκοπία, στην επιτάχυνση στοιχειωδών σφραγιδών και στην ιατρική για θεραπευτικούς και διαγνωστικούς σκοπούς. Επίσης έχουμε καθημερινές χρήσεις των μικροκυμάτων όπως π.χ. τους μικροκυματικούς φούρνους, την μέτρηση της ταχύτητας οχημάτων κ.λπ.

Πριν προχωρήσουμε στη λεπτομερή εξέταση των μικροκυματικών φαινομένων είναι χρήσιμο να εξετάσουμε σε γενική μορφή μερικά μικροκυματικά συστήματα που χρησιμοποιούνται στην πράξη. Στο σχ. 1.1 δείχνουμε το λειτουργικό διάγραμμα ενός παλμικού φαντάρ. Η αρχή της λειτουργίας των παλμικών φαντάρ βασίζεται στην εκπομπή μικροκυματικών παλμών μικρής διάρκειας από μία κεραία και στη συνέχεια στη λήψη απ' ένα ευαίσθητο δέκτη με την ίδια κεραία των επιστροφών (ήχων) από τα διάφορα αντικείμενα που φωτίζονται. Η γεννήτρια των μικροκυματικών παλμών που συνήθως είναι μία λυχνία μαγνητρόνης παράγει υψηλή μικροκυματική ισχύ μετατρέποντας την ενέργεια σταθερής τάσης σε μικροκυματική ισχύ.



Σχ. 1.1 Απλοποιημένο λειτουργικό διάγραμμα ενός παλμικού φαντάρ.

Η ισχύς αυτή πρέπει να μεταφερθεί στην κεραία με τη μαρρότερη δυνατή απόσβεση. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται μέσα μετάδοσης που συνήθως ονομάζονται και γραμμές μεταφοράς. Οι πιο συνήθεις γραμμές μεταφοράς είναι τα ομοιαζονικά και δύλωνα καλώδια και οι κυματοδοχοί που αποτελούνται από κενούς μεταλλικούς σωλήνες. Στην περίπτωση των φαντάρ, λόγω της μικρής τους απόσβεσης σχεδόν αποκλειστικά χρησιμοποιούνται οι κυματοδοχοί κενών μεταλλικών σωλήνων. Για να χρησιμοποιηθεί το ίδιο μέσο μεταφοράς και για τη λήψη των σημάτων από τον δέκτη του συστήματος είναι ανάγκη να



Σχ. 1.2 Δορυφορική μικροκυματική ζεύξη.

έχουμε ένα τρίτυρο "μικροκυματικό κύκλωμα" που θα επιτρέπει την διασύνδεση αυτή. Το στοιχείο αυτό πρέπει να είναι ένα μη αμφίδρομο στοιχείο και συνήθως σήμερα χρησιμοποιούνται μικροκυματικά κυκλώματα που περιέχουν φεριττικά υλικά. Ο δέκτης του φαντάρι πρέπει να αποκωδικοποιεί τα μικροκυματικά σήματα όπότε ένα μέρος του δέκτη λειτουργεί στις μικροκυματικές συχνότητες.

Σαν δεύτερο παράδειγμα στο σχ. 1.2 δείχνουμε το λειτουργικό διάγραμμα μιας δορυφορικής μικροκυματικής ζεύξης. Η πηγή πληροφορίας που έχει οσα έξοδο ένα ψηφιακό ή αναλογικό σήμα πολλαπλασιάζεται μ' ένα μικροκυματικό σήμα με αποτέλεσμα το φάσμα συχνοτήτων της πληροφορίας να μεταφερθεί στις μικροκυματικές συχνότητες. Το σήμα αυτό ενισχύεται από μια αλυσίδα ενίσχυσης και εκπέμπεται από μία κεραία με στενή δέσμη προς το δορυφόρο. Με τη βούθηση του επαναλήπτη που είναι εγκατεστημένος πάνω στο δορυφόρο το σήμα φθάνει στην κεραία του δέκτη όπου αρχικά ενισχύεται στις μικροκυματικές συχνότητες και μετά πολλαπλασιάζεται μ' ένα μικροκυματικό σήμα. Αποτέλεσμα αυτού του πολλαπλασιασμού είναι να προκύψει ένα σήμα χαμηλών συχνοτήτων, με κεντρική συχνότητα ίση με τη διαφορά των συχνοτήτων αυτής που εκπέμπουν ο δορυφόρος και έχει ο τοπικός ταλαιπωτής του δέκτη. Στη συνέχεια ακολουθεί η ηλεκτρονική επεξεργασία των σημάτων.

Εξετάζοντας τα παραπάνω δύο παραδείγματα εφαρμογών των μικροκυμάτων μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η θεωρία και η τεχνική των μικροκυμάτων έχει σαν κύριο αντικείμενο την ανάλυση και σχεδίαση των

- Γραμμών μεταφοράς
- Γεννητικών ισχύος
- Ενισχυτών
- Μικροκυματικών κυκλώματικών στοιχείων

## 4 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΑ

Η ανάλυση και σχεδίαση κεραιών αποτελεί ανέξαρτη τομέα των τηλετηκονικισμάτων συστημάτων και μένει κατά κύριο λόγο έξω από το αντικείμενο του συγγράμματος αυτού.

Η ενδεία χρησιμοποίηση των φαντάρ για διάφορους σκοπούς (π.χ. ναυτιλία, μετεωρολογία, έλεγχο εναέριας κυκλοφορίας, κ.λπ.) και επίγειων/δορυφορικών τηλετηκονικισμάτων ζευγεων έχουν καταστήσει την τεχνολογία των μικροκυμάτων ένα δυναμικό τομέα με συνεχώς αυξανόμενες εφαρμογές.

### 1.2 Κατανομή της ύλης

Η εξέταση των μικροκυματικών φαινομένων γίνεται με την εφαρμογή της τηλεκτρομαγνητικής θεωρίας. Για τον λόγο αυτό στο κεφάλαιο 2 δίνεται μια ανασκόπηση των στοιχείων της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας. Το κεφάλαιο 3 ασχολείται με τη θεωρία των γραμμών μεταφοράς όπου εξετάζονται τα φαινόμενα διάδοσης σε γραμμές μεταφοράς ανεξάρτητα από τη μορφή που έχουν αυτές.

Η κυματοδήγηση σε διάφορους τύπους γραμμών μεταφοράς αναλύεται στο κεφάλαιο 4.

Στο κεφάλαιο 5 αναπτύσσεται η κυκλωματική θεωρία των μικροκυματικών δικτύων και εξετάζεται η λειτουργία διαφόρων ειδικών μικροκυματικών κυκλωμάτων.

Το κεφάλαιο 6 ασχολείται με ειδικά μικροκυματικά στοιχεία δύνας τα φεριτικά στοιχεία, τα φίλτρα και τα πρέια. Οι μέθοδοι παραγωγής μικροκυματικής ισχύος με τη χρήση λυχνιών περιγράφονται στο κεφάλαιο 7. Η χρησιμοποίηση ημιαγωγικών στοιχείων στις μικροκυματικές συγχρόνησης είναι το θέμα του τελευταίου κεφαλαίου 8.

# 2

---

## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

---

### 2.1 Περιγραφή των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων – Εξισώσεις του Maxwell

Το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, που είναι μία μορφή ενέργειας, παράγεται από τα ηλεκτρικά φορτία και τα ρεύματα. Είναι γνωστό ότι η ύλη αποτελείται από σύνολο στοιχειωδών σωματιδίων. Η κίνηση αυτών των μικροσκοπικών φορτισμένων σωματιδίων ισοδιναμεί με ένα ηλεκτρικό ρεύμα. Η κλασσική ηλεκτρομαγνητική θεωρία δεν ασχολείται με την λεπτομερή περιγραφή της κίνησης των σωματιδίων αυτών αλλά εξετάζει τα αθροιστικά φαινόμενα που παρατηρούνται όταν μεγάλος αριθμός των φορτισμένων αυτών σωματιδίων βρίσκεται σε κίνηση. Άρα τα μεγέθη που εξετάζονται από την (κλασσική) ηλεκτρομαγνητική θεωρία έχουν χαρακτήρα μέσων τιμών.

Όπως σε κάθε φυσική θεωρία, έτσι και οι νόμοι της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας πηγάζουν από πειραματικές μετρήσεις. Η πρώτη παρατήρηση ηλεκτρικών και μαγνητικών φαινομένων έγινε τον διαφόρο π.Χ. από τους αρχαίους Ίωνες φιλόσοφους. Η συστηματική μελέτη των ηλεκτρικών και αργότερα των μαγνητικών φαινομένων άρχισε στις αρχές του 18ου αιώνα. Σε διάστημα περίπου 150 χρόνων διατυπώθηκαν διάφοροι νόμοι για την περιγραφή σειράς ηλεκτρικών και μαγνητικών φαινομένων. Η σύνθεση των νόμων αυτών ο' ένα εντατικό οφθολογιστικό σύστημα έγινε το 1873 από τον J. C. Maxwell<sup>1</sup>. Η θεωρία αυτή που διατυπώνεται μ' ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων περιγράφει κατά ξεινιατικό τρόπο τα ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα.

Για να ορίσουμε την πυκνότητα φορτίου σ'ένα σημείο στο χώρο θεωρούμε ένα στοιχειώδη όγκο δυ αρκετά μικρό όμως πάντοτε πολύ μεγαλύτερο από τις διαστάσεις των στοιχειωδών σωματιδίων της ύλης. Αν στον όγκο δυ το συνολικό ηλεκτρικό φορτίο που περιέχεται είναι δη ο λόγος

## 6 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΑ

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \lim_{\delta v \rightarrow 0} \frac{\delta q}{\delta v} \quad (2.1)$$

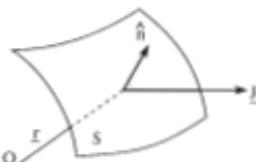
δίνει την πυκνότητα φορτίου στο σημείο του χώρου  $\mathbf{r}$  την χρονική στιγμή  $t$ . Υποθέτουμε ότι η ποσότητα φορτίου δρ μπορεί να μετρηθεί (σε μονάδες Coulomb). Η κίνηση των φορτίων παράγει ηλεκτρικό φεύγα. Πράγματα αν η μέση ταχύτητα των φορτίων που περιέχονται στον όγκο δυ είναι  $v$  η πυκνότητα φεύγατος  $\mathbf{J}$  σε μονάδες Ampere/m<sup>2</sup> δίνεται από την εξίσωση

$$\mathbf{J} = \rho(\mathbf{r}, t) \mathbf{v} \quad (2.2)$$

Παρατηρούμε από την εξίσωση (2.2) ότι η κατεύθυνση της πυκνότητας φεύγατος  $\mathbf{J}$  είναι παράλληλη με το διάνυσμα ταχύτητας  $\mathbf{v}$ . Το μέγεθος  $|J|$  δείχνει το ποσό του ηλεκτρικού φεύγατος που διέρχεται από στοιχειώδη επιφάνεια με ειδικό διάνυσμα  $dS$  που τοποθετείται κάθετα στην κατεύθυνση της κίνησης των φορτίων. Σύμφωνα με τον ορισμό αυτό το συνολικό φεύγα  $I$  που διέρχεται από μία επιφάνεια  $S$ , όπως φαίνεται στο σχ. 2.1, μπορεί να υπολογιστεί από το ολοκλήρωμα

$$I = \int_S \int \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{J} dS \quad (2.3)$$

με  $\hat{\mathbf{n}}$  το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια  $S$ . Ο ορισμός της κατεύθυνσης του  $\hat{\mathbf{n}}$  καθορίζει και την θετική κατεύθυνση της φοίτης του ηλεκτρικού φεύγατος.



Σχ. 2.1 Υπολογισμός του ολοκληρώματος της εξ. (2.3).

Ας υποθέσουμε τώρα δύο απομονωμένα φορτία  $q$  και  $q'$  στο χώρο. Αν τα φορτία είναι ακίνητα στον χώρο, η δύναμη που ασκείται στο φορτίο  $q$  από την ύπαρξη του φορτίου  $q'$  δίνεται ή εξίσωση

$$\mathbf{F}_q = q\mathbf{E} \quad (2.4)$$

όπου το διάνυσμα  $\mathbf{E}$  ονομάζεται ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ή απλά ηλεκτρικό πεδίο. Αν το φορτίο  $q'$  κινείται τότε παρατηρούμε μια επιπρόσθετη δύναμη στο φορτίο  $q$  που περιγράφεται από τη σχέση

$$\mathbf{F}_m = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

όπου  $v$  είναι το διάνυσμα ταχύτητας του φορτίου  $q$  και  $\mathbf{B}$  το διάνυσμα μαγνητικής επιφάνειας.

Δύο ακόμα διανύσματα είναι απαραίτητα για την περιγραφή των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων. Αυτά σχετίζονται με την ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου που περικλείεται μέσα σε μια κλειστή επιφάνεια και το συνολικό ρεύμα που διέρχεται από ένα κλειστό βρόχο. Ονομάζουμε διάνυσμα διηλεκτρικής μετατόπισης  $\mathbf{D}$  τη λύση της ολοκληρωτικής εξίσωσης

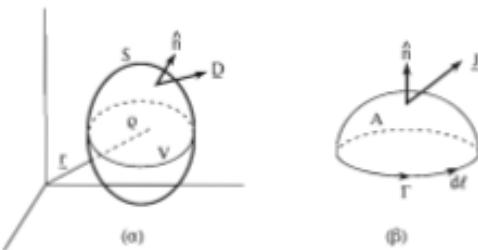
$$\iint_S \mathbf{D} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \iiint_V \rho(\mathbf{r}, t) dv \quad (2.5)$$

για ένα ολοιοδήποτε όγκο  $V$  και επιφάνεια  $S$  που περικλείει αυτόν όπους φαίνεται στο σχ. 2.2 (a). Το  $\hat{\mathbf{n}}$  είναι το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα στην επιφάνεια με κατεύθυνση προς το εξωτερικό του όγκου  $V$ .

Με παρόμοιο τρόπο όταν έχουμε αμετάβλητη με τον χρόνο πυκνότητα ρεύματος  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}(\mathbf{r})$  ορίζουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{H}$  από την εξίσωση

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_A dS \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}) \quad (2.6)$$

όπου το  $A$  αντιπροσωπεύει μία ανοιχτή επιφάνεια που έχει σύνορο την κλειστή καμπύλη  $\Gamma$  όπως ορίζεται στο σχ. 2.2 (β).



Σχ. 2.2 Γεωμετρία των περιοχών ολοκληρώσεως στις εξ. (2.5) και (2.6).

Υποθέτουμε ότι τα διανύσματα  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{B}$  και  $\mathbf{H}$  είναι συνεχείς συναρτήσεις με συνεχείς παραγώγους για σημεία όπου οι ηλεκτρικές και μαγνητικές ιδιότητες του χώρου δεν έχουν ασυνέχειες. Στην περίπτωση αυτή ισχύουν οι διαφορικές εξισώσεις του Maxwell που μπορούν να γραφούν με τη μορφή:

## 8 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΑ

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad (2.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t) \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.10)$$

όπου  $\nabla \times$  και  $\nabla \cdot$  είναι οι τελεστές στροφής και απόκλισης αντίστοιχα. Στο παρόντα μας θέμα η διάνυσμα  $\mathbf{D}$  (Ε) και  $\mathbf{H}$  (Η) μεταβάλλονται από τη σχέση που έχουν τα διανύσματα  $\mathbf{B}$  (Β) και  $\mathbf{E}$  (Ε) μεταξύ τους. Στην περίπτωση απουσίας υλικού μέσου (κενού) ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (2.12)$$

όπου  $\mu_0 \equiv 4\pi \times 10^{-7}$  (Η/m)  $\epsilon_0 \equiv 10^{-9}/(36 \pi)$  (F/m) ονομάζονται η μαγνητική διαπερατότητα και η διηλεκτρική επιτρεπτότητα του κενού αντίστοιχα.

Όταν ο χώρος είναι πλήρης με υλικό μέσο οι τηλεκτρομαγνητικές ιδιότητες για τις περισσότερες περιπτώσεις περιγράφονται από τις συνεκτικές σχέσεις όπως:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2.14)$$

Οι αδιάστατες παράμετροι

$$\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0, \mu_r = \mu / \mu_0 \quad (2.15)$$

ονομάζονται οι σχετικές τιμές της διηλεκτρικής επιτρεπτότητας και της μαγνητικής διαπερατότητας αντίστοιχα.

Τα υλικά του τύπου αυτού ονομάζονται ισοτροπικά.

Σε περίπτωση που τα διανύσματα  $\mathbf{B}$ ( $\mathbf{D}$ ) και  $\mathbf{H}$ ( $\mathbf{E}$ ) δεν είναι παράλληλα έχουμε ανισοτροπικά υλικά. Τέτοια υλικά είναι π.χ. οι φερίττες των οποίων οι ιδιότητες θα εξετασθούν στην παραγ. 5.4.

Ένας άλλος τύπος υλικών μέσων που χρησιμοποιείται πολύ συχνά στη μη-